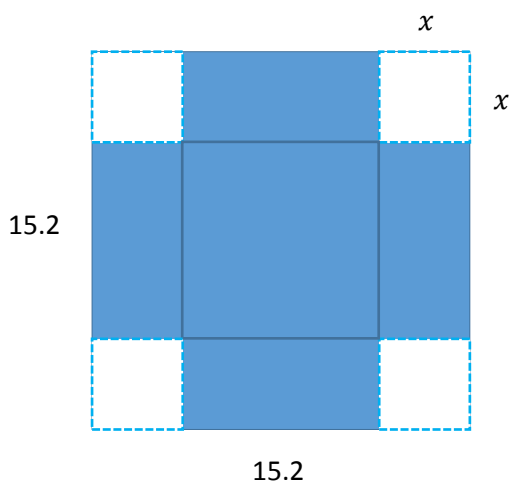


APÉNDICE

Anexo 1.- Secuencia didáctica para el alumno

Actividad 1

Un fabricante desea **hacer cajas** sin tapa, ocupando piezas cuadradas de **cartón de 15.2 x 15.2 cm. Cortando cuadrados iguales** en las cuatro esquinas. Como se ilustra en la figura:



Volumen = largo x ancho x alto

Por lo tanto,

La función que modela **cualquier volumen** de la caja es:

$$V(x) = 4x^3 - 60.8x^2 + 231.04x$$

De lo anterior te invito a que localices el volumen **máximo** en las tablas siguientes y que explores las ideas que caracterizan a un **máximo** analizando las tablas y respondiendo las preguntas indicadas.

Las **tablas numéricas** que analizaras; se construyeron con tres diferentes incrementos en x :

- La **tabla I** con incremento de **1** centímetro en x ,
- La **tabla II** con incremento de **0.1** centímetro en x ,
- La **tabla III** con incremento de **0.01** centímetro en x .

Primer ejercicio

1.- Completa la tabla Calculando las diferencias de volumen ($V_2-V_1, \dots$).

TABLA I; x con incremento de **un centímetro**.

x (cm)	Volumen (cm ³)	Diferencia de volumen (cm ³)
1	174.24	
2	250.88	
3	253.92	
4	207.36	
5	135.20	
6	61.44	
7	10.08	

2.- Localice el volumen máximo y responda lo siguiente:

- a) ¿Cómo se comportan las magnitudes de los volúmenes **anteriores** al máximo?
- b) ¿Cómo se comportan las magnitudes de los volúmenes **posteriores** al máximo?

3.- Localice la diferencia del volumen **máximo** y responda lo siguiente:

- a) ¿Cómo son los **signos** de las diferencias **anteriores** al máximo?
- b) ¿Cómo son los **signos** de las diferencias **posteriores** al máximo?

4.- ¿Existe alguna relación entre el comportamiento del volumen y los signos de su diferencia? Explique.

Segundo ejercicio

1.- **Completa la tabla** Calculando las diferencias de volumen ($V_2 - V_1, \dots$).

x (cm)	Volumen (cm ³)	Diferencia de volumen (cm ³)
2	250.88	
2.1	254.10	
2.2	256.61	
2.3	258.43	
2.4	259.58	
2.5	260.10	
2.6	260.00	
2.7	259.31	
2.8	258.05	
2.9	256.24	
3	253.92	
3.1	251.10	
3.2	247.81	
3.3	244.07	
3.4	239.90	
3.5	235.34	
3.6	230.40	
3.7	225.11	
3.8	219.49	
3.9	213.56	
4	207.36	

TABLA II; x con incremento de **0.1** centímetro.

2.- **Localice el volumen máximo** y responda lo siguiente:

a) ¿El volumen máximo **es el mismo** que en la **tabla I**? (sí) (no) ¿Por qué?

b) ¿Cómo se comportan las magnitudes de los volúmenes **anteriores** al máximo?

c) ¿Cómo se comportan las magnitudes de los volúmenes **posteriores** al máximo?

3.- **Localice la diferencia** del volumen **máximo** y responda lo siguiente:

a) ¿Cómo son los **signos** de las diferencias **anteriores** al máximo?

b) ¿Cómo son los **signos** de las diferencias **posteriores** al máximo?

4.- ¿Existe alguna relación entre el comportamiento del volumen y los signos de su diferencia? Explique.

Tercer ejercicio

1.- **Completa la tabla** Calculando las diferencias de volumen ($V_2 - V_1, \dots$).

TABLA III; x con incremento de **0.01 centímetro**.

x (cm)	Volumen (cm ³)	Diferencia de volumen (cm ³)
2.4	259.584	
2.41	259.664	
2.42	259.738	
2.43	259.805	
2.44	259.866	
2.45	259.921	
2.46	259.969	
2.47	260.011	
2.48	260.047	
2.49	260.077	
2.5	260.100	
2.51	260.117	
2.52	260.129	
2.53	260.134	
2.54	260.133	
2.55	260.126	
2.56	260.112	
2.57	260.093	
2.58	260.068	
2.59	260.037	
2.6	260.000	

2.- **Localice el volumen máximo** y responda lo siguiente:

a) ¿El volumen **máximo es el mismo** que en la **tabla II**? (si) (no) ¿Por qué?

b) ¿Cómo se comportan las magnitudes de los volúmenes **anteriores** al máximo?

c) ¿Cómo se comportan las magnitudes de los volúmenes **posteriores** al máximo?

3.- **Localice la diferencia** del volumen **máximo** y responda lo siguiente:

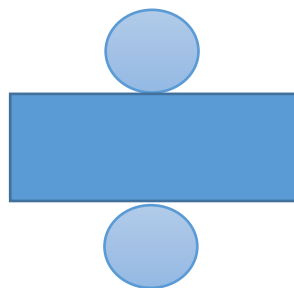
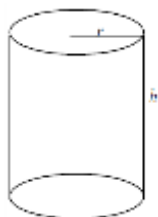
a) ¿Cómo son los **signos** de las diferencias **anteriores** al máximo?

b) ¿Cómo son los **signos** de las diferencias **posteriores** al máximo?

4.- ¿Existe alguna relación entre el comportamiento del volumen y los signos de su diferencia? Explique.

Actividad 2

Una compañía usa latas de forma cilíndrica para envasar chocolate en polvo, pero quiere saber las dimensiones que minimiza el costo de la lata, es decir el área **MÍNIMA** de hoja lata que se debe emplear en cada bote, sabiendo que el volumen de cada bote es de 909.2 cm^3 .



El volumen del cilindro es:

$$V = \pi r^2 h$$

El área exterior del cilindro es:

$$A = \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi r h$$

Obtenemos h en función de r , y nos queda; $h = \frac{909.2}{\pi r^2}$

Al sustituir h en $A = \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi r h$; obtenemos la siguiente función que nos modela cualquier área del cilindro.

$$A(x) = 2\pi r^2 + 2\left(\frac{909.2}{x}\right)$$

En este problema x representa el Radio del cilindro.

De lo anterior te invito a que localices el área **mínima** en las tablas siguientes y que explores las ideas que caracterizan a un **mínimo** analizando las tablas y respondiendo las preguntas indicadas.

Las **tablas numéricas** que analizaras; se construyeron con tres diferentes incrementos en x :

- La **tabla I** con incremento de **1** centímetro en x ,
- La **tabla II** con incremento de **0.1** centímetro en x ,
- La **tabla III** con incremento de **0.01** centímetro en x .

Primer ejercicio

1.- Completa la tabla Calculando las diferencias de áreas (**A2-A1,...**).

TABLA I; x con incremento de **un centímetro**.

x (cm)	área (cm ²)	Diferencia de área (cm ²)
1	1824.68	
2	934.33	
3	662.68	
4	555.13	
5	520.76	
6	529.26	
7	567.65	
8	629.42	
9	710.98	
10	810.16	

2.- Localice el área mínima y responda lo siguiente:

- ¿Cómo se comportan las magnitudes de las áreas **anteriores** al mínimo?
- ¿Cómo se comportan las magnitudes de las áreas **posteriores** al mínimo?

3.- Localice la diferencia del área mínimo y responda lo siguiente:

- ¿Cómo son los **signos** de las diferencias **anteriores** al mínimo?
- ¿Cómo son los **signos** de las diferencias **posteriores** al mínimo?

4.- ¿Existe alguna relación entre el comportamiento del área y los signos de su diferencia? Explique.

Segundo ejercicio

1.- **Completa la tabla** Calculando las diferencias de áreas ($A_2-A_1, \dots$).

TABLA II; x con incremento de **0.1 centímetro**.

x (cm)	área (cm ²)	Diferencia de área (cm ²)
4	555.131	
4.1	549.133	
4.2	543.788	
4.3	539.060	
4.4	534.915	
4.5	531.324	
4.6	528.257	
4.7	525.690	
4.8	523.598	
4.9	521.962	
5	520.760	
5.1	519.975	
5.2	519.590	
5.3	519.589	
5.4	519.959	
5.5	520.685	
5.6	521.755	
5.7	523.159	
5.8	524.884	
5.9	526.922	
6	529.262	

2.- **Localice el área mínima** y responda lo siguiente:

a) ¿El **área mínima es el mismo** que en la **tabla I**? (si) (no) ¿Por qué?

b) ¿Cómo se comportan las magnitudes de las áreas **anteriores** al mínimo?

c) ¿Cómo se comportan las magnitudes de las áreas **posteriores** al mínimo?

3.- **Localice la diferencia** del área **mínimo** y responda lo siguiente:

a) ¿Cómo son los **signos** de las diferencias **anteriores** al mínimo?

b) ¿Cómo son los **signos** de las diferencias **posteriores** al mínimo?

4.- ¿Existe alguna diferencia entre el comportamiento del área y los signos de su diferencia? Explique.

Tercer ejercicio

1.- **Completa la tabla** Calculando las diferencias de áreas (**A2-A1,...**).

x (cm)	área (cm ²)	Diferencia de área (cm ²)
5.2	519.590	
5.21	519.573	
5.22	519.560	
5.23	519.550	
5.24	519.544	
5.25	519.543	
5.26	519.544	
5.27	519.550	
5.28	519.560	
5.29	519.573	
5.3	519.589	
5.31	519.610	
5.32	519.634	
5.33	519.662	
5.34	519.694	
5.35	519.729	
5.36	519.768	
5.37	519.810	
5.38	519.856	
5.39	519.906	
5.4	519.959	

TABLA III; x con incremento de **0.01 centímetro**.

2.- **Localice el área mínima** y responda lo siguiente:

a) ¿El **área mínima es el mismo** que en la **tabla II**? (sí) (no) ¿Por qué?

b) ¿Cómo se comportan las magnitudes de las áreas **anteriores** al mínimo?

c) ¿Cómo se comportan las magnitudes de las áreas **posteriores** al mínimo?

3.- **Localice la diferencia** del área **mínimo** y responda lo siguiente:

a) ¿Cómo son los **signos** de las diferencias **anteriores** al mínimo?

b) ¿Cómo son los **signos** de las diferencias **posteriores** al mínimo?

4.- ¿Existe alguna relación entre el comportamiento del área y los signos de su diferencia? Explique.

Actividad 3

Una vez que has trabajado con las dos actividades anteriores; ahora describa las ideas exploradas en cada una de las actividades, respondiendo las siguientes preguntas.

1.- Como te habrás dado cuenta el máximo o mínimo de la misma función **cambia en cada tabla** (tabla I, II, III.), por ello, argumenta o bosqueja como podríamos obtener **el Máximo o el Mínimo verdadero**, para cada caso.

- a) Compara la **diferencia** del **máximo** de la tabla I, II, III. ¿Cada vez es más **grande o pequeña?**, ¿si cada vez tomáramos incrementos en x más pequeños que pasaría con la diferencia de volumen máximo?
- b) Compara la **diferencia** del **mínimo** de la tabla I, II, III. ¿Cada vez es más **grande o pequeña?**, ¿si cada vez tomáramos incrementos en x más pequeños que pasaría con la diferencia del área mínima?

2.- Explique ¿Por qué **los signos** de las diferencias **cambian de Positivo a Negativo y de Negativo a Positivo?**

- c) Explique, qué ideas consideras caracterizan a un **Máximo**.
- d) Explique, qué ideas consideras caracterizan a un **Mínimo**.