UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS

FACULTAD DE INGENIERÍA
CAMPUS I

COORDINACIÓN DE INVESTIGACIÓN Y POSGRADO

"CONTEXTUALIZACIÓN DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA POR MEDIO DE FENÓMENOS FÍSICOS CON TECNOLOGÍA"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

PRESENTA

ARMANDO TOALA VELAZQUEZ

MATRÍCULA PS918

DIRECTOR DE TESIS

DR. MIGUEL SOLÍS ESQUINCA

TUXTLA GUTIÉRREZ, CHIAPAS, 03 DE NOVIEMBRE DE 2021

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.
03 de noviembre de 2021
Oficio No. F.I.01.02141/2021.

ARMANDO TÓALA VELÁZQUEZ
ALUMNO DE LA MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICA EDUCATIVA
P R E S E N T E:

Con base en el Reglamento de Evaluación Profesional para los egresados de la Universidad Autónoma de Chiapas, y habiéndose cumplido con las disposiciones en cuanto a la aprobación por parte de los integrantes del jurado en el contenido de su Tesis Titulada:

"CONTEXTUALIZACIÓN DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA POR MEDIO DE FENÓMENOS FÍSICOS CON TECNOLOGÍA"

CERTIFICO el **VOTO APROBATORIO** emitido por éste y autorizo la impresión de dicho trabajo para que sea sustentado en su Examen Profesional para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa.

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"POR LA CONCIENCIA DE LA NECESIDAD DE SERVIR"

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
UNACH
AUTONOMA
DIRECCIÓN DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

DR. JOSÉ ALONSO FIGUEROA GALLEGOS
ENCARGADO DE DIRECCIÓN

C.c.p. Dra. Daisy Escobar Castillejos. Coordinadora de Investigación y Posgrado. Facultad de Ingeniería.
C.c.p. Archivo/minutario
JAFG/DEC/amj*

Código: FO-113-09-05	
Revisión: 0	

CARTA DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DE LA TESIS DE TÍTULO Y/O GRADO.

El (la) suscrito (a) Armando Toalá Velázquez, Autor (a) de la tesis bajo el título de "Contextualización de la función cuadrática por medio de fenómenos físicos con tecnología." presentada y aprobada en el año 2021 como requisito para obtener el título o grado de Maestro en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa, autorizo a la Dirección del Sistema de Bibliotecas Universidad Autónoma de Chiapas (SIBI-UNACH), a que realice la difusión de la creación intelectual mencionada, con fines académicos para que contribuya a la divulgación del conocimiento científico, tecnológico y de innovación que se produce en la Universidad, mediante la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Consulta del trabajo de título o de grado a través de la Biblioteca Digital de Tesis (BIDITE) del Sistema de Bibliotecas de la Universidad Autónoma de Chiapas (SIBI-UNACH) que incluye tesis de pregrado de todos los programas educativos de la Universidad, así como de los posgrados no registrados ni reconocidos en el Programa Nacional de Posgrados de Calidad del CONACYT.

- En el caso de tratarse de tesis de maestría y/o doctorado de programas educativos que sí se encuentren registrados y reconocidos en el Programa Nacional de *Posgrados de Calidad* (PNPC) *del Consejo Nacional del Ciencia y Tecnología* (CONACYT), podrán consultarse en el Repositorio Institucional de la Universidad Autónoma de Chiapas (RIUNACH).

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas; a los 10 días del mes de noviembre del año 2021.

Armando Toalá Velázquez
Nombre y firma del Tesista o Tesistas

Agradecimientos

A la Universidad Autónoma de Chiapas
Por incentivar la superación académica de los profesores
Por la confianza y el apoyo brindado

A mi director de tesis, Dr. Miguel Solís Esquínca
Por el apoyo total recibido para la elaboración de este proyecto

Al comité evaluador:
Al Dr. Hipólito Hernández Pérez y al maestro Cristóbal Cruz Ruiz
Por proporcionarme de manera desinteresada sus conocimientos

A la coordinación de investigación y posgrado
Por la atención brindada

Al maestro: Cristóbal Cruz Ruiz
Por su apoyo incondicional

A mis compañeros de maestría
Por compartir conmigo momentos y experiencias inolvidables

A mis alumnos:
Alexander, Emmanuel, Eredani, Daniel, David y Kevin
Por su tiempo y dedicación en las actividades
Realizadas que es parte de este proyecto

Dedicatorias

A Dios

A mi esposa:

María Cristina

Por tu apoyo, consejos, paciencia y comprensión.

A mis hijos:

Ana Cristina, Alejandra del Carmen y Armando Emmanuel

Porque son mi fuente de inspiración, los amo.

A la escuela Preparatoria Juan Sabines Gutiérrez, de Suchiapa Chiapas

Por la experiencia adquirida a través de la convivencia escolar

Con compañeros maestros y alumnos.

INDICE

INTRODUCCION

Nuestro trabajo presenta la propuesta de una situación de enseñanza aprendizaje con estudiantes del Nivel Medio Superior específicamente con alumnos de tercer semestre de bachillerato, siguiendo los lineamientos que especifica la Reforma Integral de la Educación Media Superior (**RIEMS**). Al implementar esta situación de aprendizaje esperamos ver si el alumno puede ser capaz de identificar como infiere la variación de los parámetros en una expresión algebraica llamada en este caso Función cuadrática en su representación gráfica.

El reto actual, es lograr que los alumnos desarrollen competencias matemáticas consideradas en los currículum como indispensables, para ello fue importante buscar alternativas o herramientas que nos ayuden a obtener una mejor enseñanza que propicie o despierte en nuestros estudiantes, inquietudes nuevas en la práctica de las matemáticas y dejar de creer que ésta es una disciplina compleja y difícil de comprender; esto nos conduce a adoptar la modelación como herramienta matemática, para alcanzar los objetivos propuestos. Sumado a ello la implementación de una herramienta tecnológica como es la geometría dinámica (GeoGebra), software matemático educativo que reúne de forma dinámica geometría, algebra, estadística y hojas de cálculo, esto con el fin que el estudiante visualice y adquiera de una manera dinámica los conocimientos matemáticos que puedan aplicarse en un contexto real.

RESUMEN DEL PROYECTO

Durante muchos años la enseñanza en general y en particular la enseñanza de las matemáticas, han sido motivo de preocupación para las instituciones educativas y para algunas comunidades de investigación. Durante las últimas décadas se han notado a comunidades investigadoras diseñando e implementando nuevas didácticas de enseñanza que han sido aplicadas en las aulas con el propósito de favorecer que los estudiantes adquieran conocimientos mediante un proceso de enseñanza aprendizaje de una manera más eficaz y significativa.

Nuestro trabajo de investigación aborda el proceso de enseñanza aprendizaje por medio de situaciones didácticas que fortalezcan los conocimientos matemáticos teóricos o constructos matemáticos que nos conduzca a un contexto real (fenómeno natural o social). Reconocemos que el aprendizaje significativo de los seres humanos es a través de contextos sociales, donde se pone en práctica la teoría; Según David Ausubel un aprendizaje significativo es aquel donde el estudiante asocia la información nueva con la que ya posee; reajustando y construyendo ambas informaciones en este proceso; aquí se refuerzan los conocimientos a través de las interacciones con otros seres humanos, con su entorno y posteriormente con su comunidad. A través de las prácticas sociales se pueden establecer vínculos entre las situaciones o problemas, los fenómenos y las construcciones.

En esta investigación, se propone a los estudiantes algunas actividades donde ponen de manifiesto las prácticas sociales de Modelación-Graficación, mediante la cual los alumnos puedan obtener conocimientos matemáticos sobre la función cuadrática. Mediante el uso de las herramientas tecnológicas, se pretende que los estudiantes se aproximen al conocimiento de los conceptos lineal y cuadrático y les pueda servir para aportar elementos e incorporarlos en su vida cotidiana.

CAPITULO I

PRELIMINARES

1.1 Aspectos preliminares

Chiapas debido a sus características orográficas, la dispersión de sus comunidades, sus diferentes creencias políticas, sociales, culturales y religiosas hace a veces difícil llevar a estos lugares una educación de calidad como lo demandan las instituciones educativas, a todo esto se suman los problemas familiares, embarazos a temprana a edad, hijos de madres solteras o padres con enfermedades como el cáncer y la diabetes. De acuerdo a las estadísticas (2020) que se tienen, el 4% de los hombres (papas) padece cáncer mientras que en las mujeres (mamás) el 22 % padece esta enfermedad, el 35 % de los hombres padece diabetes mellitus mientras que en las mujeres el porcentaje es del 17 %, esta situación social que afecta el entorno familiar repercute también en los alumnos e impide que muchos no alcancen el aprendizaje deseado, que los impulse para ingresar a las universidades, si no por el contrario optan por caer en los vicios, como la drogadicción, el vandalismo (el 1 % consume droga) y como consecuencia la deserción escolar.

La Escuela Preparatoria Juan Sabines Gutiérrez (**EPJSG**), está ubicada en el municipio de Suchiapa Chiapas, a 18 km al sur de la capital de Tuxtla Gutiérrez. Actualmente cuenta con una población de 785 alumnos de los cuales 412 hombres y 373 mujeres adolescentes, la mayoría son hijos de campesinos, obreros, artesanos y un menor porcentaje son hijos de profesionistas. La (**EPJSG**) no está exenta de ésta situación, y se encuentra inmersa en ésta problemática, a pesar de estar muy cerca de la capital Tuxtla Gutiérrez.

Muchos de los alumnos de la **EPJSG** provienen de escuelas secundarias o telesecundarias de zonas rurales. Dada las características de este nivel los estudiantes que proceden de ellas tienen un bajo rendimiento académico, que es diferente a los jóvenes que egresan de escuelas secundarias. Lo que se vuelve un reto, para el docente el poder abordar temas relacionados al grado de estudio.

Si hablamos de matemáticas específicamente, encontramos que la mayoría de los alumnos adolecen de los conocimientos básicos de aritmética. Esto trae como consecuencia la poca o escasa asimilación de nuevos conocimientos matemáticos como es el álgebra, la geometría analítica y muy en particular el tema de la función cuadrática que es motivo de estudio de esta investigación.

Sumado a todo lo que ya se dijo, los tiempos no son suficientes para lograr estudiar los contenidos de los planes de estudio o en otros casos estos resultan obsoletos pues se recurre a la resolución de ejercicios memorizados que no permiten que los alumnos logren un aprendizaje importante. No obstante, las redes sociales o sociedades cibernéticas de la que hoy todos formamos parte (Nativos digitales), y que bien pueden ser utilizadas para realizar trabajos de investigación, en beneficio de la educación resulta ser un distractor del mismo a tal grado que el alumno muestra desinterés en su formación académica.

En este sentido y tomando en cuenta la realidad en la que nos encontramos, las autoridades educativas tendrían que actualizar sus planes de estudios, y ya no utilizar métodos de enseñanza del pasado, sino que deben abrir espacios a las grandes ventajas que ofrece la tecnología a los estudiantes ya sea de manera directa o indirecta.

Por esta razón en este trabajo se pretende llevar a cabo actividades donde el alumno pueda poner en práctica los nuevos conocimientos adquiridos, al construir tablas, modelar y graficar con datos reales (fenómenos físicos), apoyados con tecnología como un proyector multimedia o una aplicación de geometría dinámica de acceso gratis que puede ser descargado desde los mismos equipos celulares que portan la mayoría de los estudiantes.

1.2 Objetivos general y específico

Objetivo General

- ✓ Aprendizaje de los cambios y relaciones asociados a la función cuadrática mediante una situación de transformación (parámetros) con geometría dinámica.

Objetivos específicos

- ❖ Comprender los efectos de la variación de parámetros reflejados en la gráfica.
- ❖ Asociación de los cambios y relaciones de los parámetros con la gráfica.
- ❖ Relacionar la función cuadrática con fenómenos físicos.

1.3 El problema de investigación

Nuestro interés acerca del estudio de la función cuadrática en alumnos de tercer semestre de bachillerato, nace al percatarnos que los alumnos de este nivel presentan deficiencias en su aprendizaje, como el desconocimiento y manejo de tablas, graficas o interpretación de las mismas, por la ausencia de conocimientos que se atribuye vienen desde el nivel básico (primaria y secundaria). Se ha detectado que entre las causas de los problemas de aprendizaje, se encuentra los factores genéticos, la falta de atención, la hiperactividad, los problemas económicos, problemas familiares o de otra índole. Estas son algunas de las causas por qué los alumnos no adquieren el nivel deseado, de tal manera que se refleje la comprensión y el uso eficiente de algunas herramientas matemáticas. La metodología didáctica, es decir la forma como se lleva a cabo los procesos de enseñanza-aprendizaje, es otro factor importantísimo en la enseñanza de las matemáticas. En el Nivel Medio Superior (**NMS)** la práctica docente es a base de actividades que se han hecho una costumbre o hábito de los cuales los estudiantes se han apropiado para la resolución de ejercicios, a través de un proceso mecanizado. Este proceso de rutina en la enseñanza a la que se recurre, trae como consecuencia que los alumnos no perciban los nuevos conocimientos y logren establecer una relación entre éste y su realidad.

Según Shoenfeld (1992, citado en Santos), plantea que:

> Para desarrollar los hábitos matemáticos apropiados y disposiciones de interpretación y encontrar sentido [a las ideas matemáticas] también como los modos apropiados de pensamiento matemático – las comunidades de práctica en la cual ellos [los estudiantes] aprenden matemática deben reflejar y promover esas formas de pensamiento. Es decir, los salones de clase deben ser comunidades en los cuales el sentido matemático, del tipo que esperamos desarrollen los estudiantes se practique.

Estos rezagos educativos o bajo rendimiento escolar propician que no se cumplan en la mayoría de las asignaturas con los planes de estudios señalados por la Secretaría de Educación. En este caso que hablamos particularmente de las matemáticas no se pretende atribuir toda la culpa a los alumnos, sino también podemos mencionar el desempeño de los docentes que fueron parte de su formación en su educación básica.

Daniela soto y Ricardo Cantoral (1980) comentan que Gómez, 1997; Guerrero; Blanco; Girl, 2006; Palacios; Hidalgo; Maroto,1999; señalan lo siguiente: Si bien la perspectiva del fracaso escolar en el campo de las matemáticas escolares intenta no culpabilizar al estudiante, se tiende a encontrar las causas en las características del educando o bien del docente, ya sea a nivel de asuntos motivacionales, emocionales, o cognitivos del estudiante o en las capacidades, conocimientos o creencias de las y los profesores entre otros.

Vemos claramente en ellos que no se apropiaron de los conocimientos de las operaciones básicas de la aritmética como es la suma, la resta, la multiplicación y la división. Un ejemplo claro se da cuando el alumno se le presenta una suma de números fraccionarios, $\frac{2}{5}+\frac{2}{3}$ en muchas ocasiones el alumno suma los numeradores, posteriormente suma los denominadores, es decir 2+2 = 4 y 5+3 = 8 el resultado sería 4/8, siguiendo con el mismo ejemplo, el alumno no sabe simplificar fracciones, para él, es un concepto nuevo y procede como en este caso que el resultado correcto es 16/15 para simplificar la fracción divide entre 2 al numerador y entre 3 al denominador obteniendo un resultado erróneo.

Otro ejemplo claro lo vemos al graficar; para localizar en el plano cartesiano la pareja ordenada que representa al punto P (3/5, 7), muchos alumnos dicen recorremos 3 unidades sobre el eje X y luego otras 5 unidades sobre el mismo eje y 7 unidades en el eje Y. El alumno no logra razonar en esta expresión que el numerador nos indica el número de partes que se tomará de un entero si lo dividimos en cinco partes iguales (5/5).

Estos y otros problemas de aprendizaje se detectan en los alumnos que nos llevan a pensar que aún en este nivel no tienen una idea clara del problema que se le plantea al no relacionar el mundo de las matemáticas, sus operaciones y sus algoritmos tradicionales con la vida cotidiana. Cantoral y Montiel (2001) dicen que: Se entiende por visualización a la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual (p. 14).

1.4 Antecedentes

La comprensión de las matemáticas para muchos resulta quizás difícil, y les resulte más fácil el hacer operaciones mentales de suma, resta, multiplicación y división que es lo más común y práctico en cualquier situación de la vida cotidiana. La problemática de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es un fenómeno de carácter social que se presenta en alumnos de todos los niveles y se acentúa en el **NMS**. Estos problemas nos conducen a obtener un aprendizaje memorístico pero no significativo. Es en este nivel de acuerdo a los programas de estudios donde se abordan los temas de geometría analítica, funciones e introducción al cálculo y es donde los alumnos presentas esas carencias y se ve reflejado su escaso aprendizaje sobre dichos temas.

Bajo esa mirada, en este trabajo de investigación abordaremos el tema de Función Cuadrática (**FC**) como objeto de estudio, y analizaremos algunas de las causas y razones del porque los alumnos no hacen suyos dichos conceptos.

La Función Cuadrática ha sido motivo de estudio de un considerable grupo de estudiantes e investigadores de la matemática educativa, con el afán de buscar formas o estrategias didácticas que acerquen a los estudiantes para obtener un aprendizaje significativo.

El concepto de función cuadrática se ve por primera vez, en los cursos de tercer grado de secundaria, específicamente en el bloque III (Resolución de problemas que implican el uso de ecuaciones cuadráticas).

En este nivel el desempeño de los docentes juega un papel importante, porque son ellos quienes construyen escenarios apropiados para un buen aprendizaje, buscando diferentes formas para avivar el interés de los alumnos y puedan involucrarse en actividades que les permita emplearse en el ámbito de sus competencias.

1.4.1 El plan de estudio de secundaria

Los Estándares curriculares de matemáticas en educación básica de acuerdo a la Secretaria de Educación Pública (**SEP**) específicamente en el bloque III se organizan en:

BLOQUE III

EJES

SENTIDO NUMERICO Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	MANEJO DE LA INFORMACION	APRENDIZAJES ESPERADOS
PATRONES Y ECUACIONES ❖ Resolución de problemas que implican el uso de ecuaciones cuadráticas. Aplicación de la fórmula general para resolver dichas ecuaciones.	**FIGURAS Y CUERPOS** ❖ Aplicación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de problemas. ❖ Resolución de problemas geométricos mediante el teorema de Tales. ❖ Aplicación de la semejanza en la construcción de figuras homotéticas.	**PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES** ❖ Lectura y construcción de gráficas de funciones cuadráticas para modelar diversas situaciones o fenómenos. ❖ Lectura y construcción de gráficas formadas por secciones rectas y curvas que modelan situaciones de movimiento, llenado de recipientes, etcétera. **NOCIONES DE PROBABILIDAD** ❖ Cálculo de la probabilidad de ocurrencia de dos eventos independientes (regla del producto).	❖ Resuelve problemas que implican el uso de ecuaciones de segundo grado. ❖ Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.

Debemos puntualizar en este caso que los términos ecuación cuadrática y función cuadrática no son lo mismo. Una ecuación cuadrática o de segundo grado es una igualdad matemática de dos expresiones algebraicas que contiene una o dos variables, por ejemplo: $x^2 + y^2 = r^2$, 4 + 5x = 14, en el primer caso, tenemos la ecuación de la circunferencia ordinaria con centro en el origen, cuya gráfica sería fácil de trazar si conocemos su radio. Mientras que una función, es una expresión matemática que permite identificar la correspondencia entre dos variables, la variable dependiente **Y**, y la variable independiente **X**.

Según (Caballero C. , Martinez C. , & Bernárdez G., 2009) , si dos variables están relacionas de tal manera que a toda variación de una corresponde una variación para la otra, se dice que la segunda es función de la primera.

1.4.2 Función Cuadrática en preparatoria

Se retoma la función cuadrática en segundo semestre de preparatoria aplicando modelos algebraicos, es hasta el tercer semestre, donde adquiere mayor trascendencia y se extiende a los semestres subsecuentes. En éste nivel el alumno, relaciona elementos, construye tablas con datos proporcionados, construye gráficas (positivas o negativas) pero aun no los relaciona con situaciones reales. Es importante resaltar como ya se dijo anteriormente que en este nivel existen alumnos que aún tienen problemas de operaciones básicas, que no fueron detectados en el nivel secundario, ni en los primeros semestres del nivel bachillerato o simplemente los profesores pasaron por alto esta situación; es aquí donde nos damos cuenta que lo sensible y sentimental juegan un papel importantísimo y no solo el aspecto racional, por lo que el profesor tiene que dedicarles tiempo para que éstos alumnos puedan regularizarse con el resto de sus compañeros.

En relación a lo anterior se propone que los docentes en el nivel medio superior sepan brindar educación de calidad en cumplimiento de sus deberes, mismos que deben reunir cualidades personales y profesionales para que dentro de los contextos sociales promuevan el máximo logro de aprendizaje de los estudiantes.

1.4.3 El plan de estudio de Bachillerato

Los planes y programas de estudio están diseñados para el desarrollo de competencias enmarcadas para el logro del perfil de egreso establecido en el Marco Curricular Común (**MCC**) que establece la (**RIEMS**).

Cabe aclarar que de acuerdo a los programas de estudio para el desarrollo de competencias en el **NMS** las expresiones algebraicas hacen su aparición desde el primer semestre de preparatoria, particularmente en el bloque IX que trata sobre productos notables y el binomio al cuadrado entre otros respectivamente conociendo por primera vez el trinomio cuadrado perfecto, como una expresión algorítmica matemática.

En segundo semestre el alumno ya con conocimientos previos, sabe factorizar, resuelve sistemas de ecuaciones lineales, distingue entre una ecuación lineal de una ecuación de segundo grado, pero aún sigue en su proceso de maduración e interpretación pues todavía no construye tablas ni sabe graficar.

De acuerdo a las competencias disciplinares en este nivel el alumno construye e interpreta modelos matemáticos, es decir tiene la capacidad de analizar la relación que existe entre dos o más variables mismos que pueden ser utilizados para entender fenómenos naturales, sociales y físicos.

Programa de estudio Bachillerato

SEGUNDO SEMESTRE

COMPETENCIAS GENERICAS Y SUS ATRIBUTOS	COMPETENCIAS DISCIPLINARES	CONCEPTO DEL CAMPO DISCIPLINAR QUE SE RELACIONAN CON CADA CD
4.- Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados. • Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüística, matemáticas o gráficas. • Identifica las ideas clave en un texto o discurso oral e infiere conclusiones a partir de ellas. • Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas. 5.- desarrolla innovaciones…	1.- Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales. 2.- Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques. 4.- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.	Modelo algebraico Sistema cartesiano Ángulos Polígonos Método algebraico Ecuación lineal **Ecuaciones de 2º grado** Sistema de ecuaciones Modelo aritmético Razón Proporción Serie aritmética Serie geométrica Razón trigonométrica Teorema de Pitágoras Teorema de Tales Modelos trigonométricos Funciones trigonométricas Identidades trigonométricas.

Sin embargo es hasta en tercer semestre que el alumno reconoce una función cuadrática resuelve problemas con métodos numéricos, analíticos, gráficos y puede construir tablas haciendo uso de las variables pero sin obtener un aprendizaje relevante.

El programa para el desarrollo por competencia en su presentación dice:

> Aprender considerando las competencias, implica una serie de cambios, moviliza conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes y valores; la preocupación por distinguir aprendizaje y enseñanza es muy vieja, sin embargo, existen muchos factores que actúan permanentemente para hacer creer que solamente se aprende cuando los poseedores del conocimiento nos lo muestran, sin considerar que todos los días aprendemos de muchas maneras: de la observación cuidadosa, de la lectura, de la discusión, de la experimentación, de nuestros esfuerzos por expresarnos, de nuestros intentos por resolver problemas (SE, 2010, p. 1).

Las instituciones y los docentes de los diferentes niveles tienen la obligación de transmitir estos aspectos cognitivos a los alumnos como una demanda social y de acuerdo a los contenidos curriculares que refiere la Reforma Integral de la Educación Media Superior (**RIEMS**) a nivel Nacional, regional (sur-sureste).

Es menester también reconocer que la docencia es una de las profesiones más complejas, debido a que los docentes tienen que adaptarse a los diferentes escenarios en la práctica de su enseñanza y de acuerdo a la asignatura que imparte, además del manejo adecuado de las herramientas didácticas, tener la capacidad y la empatía para con los diferentes alumnos que presentan diferentes emociones.

El desarrollo de competencias, conlleva la realización de experiencias de aprendizaje que permitan articular conocimientos, habilidades y actitudes en contextos específicos, para lograr aprendizajes más complejos. Adoptar este enfoque de competencias, permite precisar conceptos, procesos y formas de relación que favorecen en los estudiantes la adquisición de conocimientos, a partir de las significaciones de lo aprendido en la escuela y la vida *(SE, 2010, p. 1).*

Para el diseño de programas de estudio la **SEP** y acorde a lo estipulado en la **RIEMS** ha considerado las competencias genéricas y Disciplinares básicas, analizando conceptos y procedimientos fundamentales de los conocimientos con el único objetivo de lograr que a través de ellos los estudiantes obtengan un aprendizaje que trascienda y repercutan a lo largo de su vida.

Programa de estudio

TERCER SEMESTRE

COMPETENCIAS GENERICAS Y ATRIBUTOS	COMPETENCIAS DISCIPLINARES	CONCEPTOS DEL CAMPO DISCIPLINAR
1.- Se conoce y valora así mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue. 4.- Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiadas. 5.- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos. 8.- Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.	4.- Argumenta la solución obtenida de un problema con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático. 5.- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento. 6.- Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.	MODELO ARITMETICO Distancia Pendiente Teorema de Pitágoras Teorema de tales Relaciones trigonométricas Identidades trigonométricas MODELO GEOMETRICO Sistema cartesiano Segmento dirigido La recta Ángulos Polígonos Circunferencia **Parábola** Elipse Hipérbola MODELO ALGEBRAICO Ecuación lineal **Ecuaciones de 2º grado** Sistema de ecuaciones

Posteriormente en los niveles universitarios es donde el alumno logra obtener una visión más amplia de este concepto adquiriendo una mayor importancia y una mejor aplicación. En los primeros semestres de universidad el alumno retoma el concepto de Función cuadrática pero ahora dándole un enfoque más práctico, es decir, el alumno visualiza y relaciona a través de la modelación, casos prácticos de la vida real.

1.4.4 Herramientas tecnológicas

Muchas décadas han pasado, y a pesar de que cada vez tenemos a nuestro alcance diferentes herramientas como el internet con una gran variedad de recursos tanto para el estudiante como para los docentes que favorecen de manera significativa las posibilidades de comunicación y ayudan al flujo de información que hace diez o veinte años no estaban a nuestro alcance, el nivel educativo no ha logrado repuntar en algunas escuelas.

La educación en México tiene varias complicaciones; es insuficiente, desigual y su calidad es incierta debido a las carencias en medición e información. Estas características se profundizan entre más alto sea el nivel escolar y varían dependiendo de la región geográfica (consejo Nacional de Evaluación).

Aunque mucho se ha dicho que la visión de los alumnos es diferente al de otros tiempos podemos observar que no es así, tampoco se debe generalizar, lo que se percibe a menudo es que los alumnos no están adquiriendo los conocimientos necesarios que les permita competir al mismo nivel de alumnos de otros centros educativos del centro del país; insistimos nuevamente que es aquí donde los docentes de las escuelas deberían de tomar muy en serio esta situación e implementar mecanismos que conlleven a los alumnos para lograr aprendizajes importantes que puedan poner en práctica en su contexto real y no un aprendizaje adquirido a base de memorizar o mecanizar reglas.

> "Nosotros sostenemos que las actividades matemáticas no son "neutras", dependen del contexto social donde se abordan. La matemática cobra vida, tiene sentido exactamente en contextos sociales concretos. Este contexto remite a diversas prácticas sociales escolares, o no escolares, éste contexto social es determinante en la utilización de las estrategias, herramientas y procedimientos para la actividad" (Arrieta, 2003, p. 3).

Sin embargo, y a pesar de los esfuerzos y cambios en la investigación, que buscan alternativas para la enseñanza de las matemáticas, se reconoce una diferencia enorme entre lo que se enseña en la escuela y lo que la sociedad demanda para su uso cotidiano, quizá esto se deba a la percepción de que la matemática que se vive en la escuela aparentemente poco o nada tiene que ver con la vida diaria de los estudiantes.

Aunque se han presentado diferentes alternativas de aprendizaje para que los alumnos se sitúen en su roll estudiantil y puedan entender de una mejor manera lo que sucede en su entorno, se observa también una gran ausencia de responsabilidad por parte de ellos. Es aquí donde el profesor debe buscar nuevas alternativas de enseñanza que le ayuden a la construcción de nuevos conocimientos para alcanzar mejores resultados dentro del salón de clases que aborden este problema de enseñanza aprendizaje. "Como un proceso donde interactúan el sujeto (estudiante), el medio y los agentes didácticos, según lo plantea Balacheff" (Artículo: tecnología y educación).

1.4.5 La Influencia de las TIC´s en la enseñanza

El auge del uso de la tecnología en los últimos años ha motivado a varios sectores involucrados en la enseñanza de las matemáticas a proponer la incorporación de estos recursos para potenciar las actividades de aprendizaje y que dicha incorporación impacte en el desempeño de los estudiantes. La introducción de estas herramientas tecnológicas no ha sido tarea sencilla ya que se modifican la dinámica del aula y el tipo de actividades que deben plantearse en clase. Estos cambios implican replantear el rol del docente, el diseño de nuevas actividades para el aprendizaje, definir nuevos criterios de evaluación entre otras cosas. (Bonilla Gonzales , Ruiz Ledezma , & Villagomez Zavala, 2017)

De acuerdo a las estadísticas actuales en la enseñanza de las matemáticas, el uso de las Tecnologías de Información y la Comunicación (**TIC**) han jugado un papel muy importante como herramienta de apoyo, coadyuva para que el estudiante obtenga mejores resultados de aprendizaje que como tradicionalmente lo hacía. Aunque quizá no podamos generalizar pues existen muchas instituciones que no cuentan con internet o no tienen laboratorio de cómputo. Sin embargo, podemos decir que con la llegada de los equipos Smartphone (teléfonos celulares), la vida de los estudiantes (Nativos digitales) resulta más fácil que la de los estudiantes de hace algunos años (inmigrantes digitales) cuando no se contaba con estas herramientas tecnológicas. Con la llegada de estos equipos y el apoyo de desarrolladores hacen que la vida de los estudiantes sea menos complicada, pues les permite realizar las tareas en menos tiempo y con información más completa, pues presentan aplicaciones como Google Drive, My Script hasta el geogebra que pueden descargarse de forma gratis desde su casa o escuela.

En la actualidad el uso de las **TIC** ya es parte de la cultura del hombre moderno y como tal, forma parte de la transformación y desarrollo de los pueblos; aunque podemos decir que muchas veces el alumno no le da el uso correcto y se pierde chateando o navegando en páginas que lejos de ayudar entorpecen su buen desempeño escolar.

> (Sulbarán Piñeiro & Rojón Gonzales (2006) mencionados en (Arrieta, 2013), algunos de los aspectos que se ven más directamente influenciados en el proceso enseñanza-aprendizaje usando TIC son: la interactividad, la

motivación, la autonomía, el papel del alumnado, la cooperación y la comprensión de los contenidos por parte del alumnado.

La interactividad es un elemento destacable en el proceso de enseñanza aprendizaje utilizando TIC, ya que permite al alumnado ejercer una relación directa con los contenidos que está trabajando y manipularlos con mayor independencia, creando trabajos propios y únicos. Por otro lado, el docente puede beneficiarse de esta interactividad en sus explicaciones utilizando un software, por ejemplo, Geogebra en la pizarra digital.

CAPITULO II

ESTADO DEL ARTE

(ANÁLISIS EPISTEMOLÓGICO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA)

Introducción

En esta sección hablaremos sobre la historia del estudio epistemológico del concepto de *función cuadrática,* en ella encontraremos algunos acontecimientos que han sido cobijado durante varios siglos y que han influido notablemente en aras de acercarnos cada vez más a la realidad sobre este concepto; desde los textos grabados en tablillas de arcilla (2000 A. C.) hasta Al-khwarizmi (s IV).

Hablaremos desde el comienzo de la historia y el surgimiento de algunas de las disciplinas matemáticas y de las enormes aportaciones de grandes personajes en la historia de la humanidad y en diferentes culturas, de la presencia inherente de las matemáticas en la vida de los seres humanos, pues sin ellas el hombre no hubiese podido llevar a cabo actividades como medir extensiones de terrenos, cantidad de animales y no solo cantidades físicas sino también cantidades abstractas como medir el tiempo, las estaciones del año o predecir eventos astronómicos.

2.1 Origen de las matemáticas

Aunque se carece de información evidente sobre cuáles eran las formas de como el hombre primitivo realizaba sus labores cotidianas y tener un control sobre éstas, habían suficientes razones y exigencias en su vida diaria que los motivo para crear un sistema o método que les permitiera un modo ordenado y sistemático para llegar a un resultado y con ello tener un control sobre sus pertenencias, el tiempo de siembra y cosecha para sus labores de campo, el intercambio de productos (trueque) que le servían como moneda de cambio etc.

Durante mucho tiempo el hombre primitivo tuvo que valerse de algunos medios o herramientas como los dedos, las piedras, colocar señales en los árboles, piedras, muescas en maderas, nudos, u otros para contar y representar cantidades antes de crear un método numérico.

La enseñanza de las matemáticas durante muchos años ha sido preocupación constante y un reto para las instituciones que se encargan de impartirlas; sin embargo, el progreso y la mejoría de las mismas no han alcanzado los objetivos esperados.

2.2 Contribuciones de la antigüedad

Tuvieron que pasar miles de años para que nuestros antepasados adoptaran muy lentamente un sistema numérico que les facilitara la vida en las labores domésticas, agrícolas o comerciales que impulsarían el desarrollo de sus comunidades y con esto mejorar su nivel de vida. (Martínez, Tarréz, & Casal , 1992, pág. 21), la principal fuente de información que tenemos sobre la civilización y la matemática babilónica, tanto de la antigua como de la más reciente, la constituyen los textos grabados en tablillas de arcilla. Estas tablillas datan principalmente de dos periodos: algunas de hacia el 2000 a. C. y en mayor cantidad del periodo que va desde el 600 a. C. a 300 d. C. Las del primer período son las más importantes por lo que se refiere a la historia de la matemática.

Es bien conocido que la mayoría de los historiadores de las matemáticas (collete, 1985; Cajori, 1985; Kline, 1992; bell, 2003) sitúan los orígenes o rudimentos primarios matemáticos en Mesopotamia, en la civilización de los babilonios; posteriormente, abordan los aportes de la cultura egipcia a tales “fundamentos”. De cualquier manera, se sitúa a éstas dos culturas en la base del desarrollo de las corrientes centrales de las matemáticas (Prada Coronado & Angulo Escamilla).

La matemática, entendida como disciplina racional bien organizada e independiente, no existía antes de que entraran en escena los griegos de la época clásica, que va más o menos del 600 al 300 a. C. Hubo, sin embargo, algunas civilizaciones anteriores en las que se desarrollaron los orígenes o rudimentos primarios de la matemática (Kline, 1992).

De hecho, la matemática griega es reconocida como una “edad de oro” en el desarrollo de las matemáticas. Los griegos demostraron cierto interés por asumir la posibilidad de que la naturaleza fuera comprendida por los seres humanos a través de las matemáticas, ya que según ellos consideraban el lenguaje más apropiado para comprender la complejidad de ella (Prada Corona & Angulo Escamilla).

Aunque las matemáticas son tan antiguas como la sociedad misma muchas veces la mayoría de nosotros no nos damos cuenta que están presentes en muchas actividades que realizamos diariamente, desde un teléfono celular, un televisor, los automóviles que se usan a diario hasta los equipos médicos, aviones, satélites artificiales y cohetes espaciales etc. El uso de ellos prácticamente nos perece muy normal sin ponernos a pensar que detrás de ello sus creadores se basaron en bases y métodos matemáticos para su fabricación.

2.3 Origen de la función cuadrática

En el ámbito de las matemáticas se le da el nombre de función a la relación que existe entre dos conjuntos, donde cada elemento del primer conjunto le pertenece un solo elemento del segundo.

En relación a lo cuadrático refiere a toda expresión matemática que es el producto de la multiplicación de una cantidad por sí misma.

Actualmente hay evidencias de que los babilonios, alrededor del año 1600 a. C. ya conocían un método para resolver ecuaciones de segundo grado, aunque no tenían una notación algebraica para expresar la solución. Este conocimiento pasó a los egipcios, que las usaban para redefinir los límites de las parcelas anegadas por el río Nilo en sus crecidas.

Posteriormente, los griegos al menos a partir del año 100 a. C., resolvían las ecuaciones de segundo grado con métodos geométricos, métodos que también utilizaban para resolver algunas ecuaciones de grado superior.

Parece que fue Diofanto de Alejandría (325-409 a. C) considerado el padre del algebra quien le dio un mayor impulso al tema y planteo una fórmula para resolver casi cualquier ecuación de grado dos (Wikilibros, Ecuación cuadrática/Historia, 2021).

Diofanto de Alejendría fue un matemático griego sobre quien se conservan muy pocos datos biográficos. Sin embargo, se sabe bastante más sobre sus obras, donde la más conocida es la *Aritmética* en varios volúmenes. Se dedicó a la búsqueda de soluciones de ecuaciones algebraicas con varias incógnitas. Hoy día se denominan ecuaciones diofánticas a las ecuaciones algebraicas para las que se busca una solución dentro del conjunto de los números enteros (Wikipedia, 2021).

La solución de las ecuaciones de segundo grado fue introducida en Europa por el matemático judeoespañol Abraham bar hiyya, en su “Liber Embadorum”.

Para resolver la ecuación $x^2 - 10x = -9$, el matemático indio Brahmagupta (ca. 628 d. C.) propuso el siguiente procedimiento: multiplica el número absoluto, -9, por el (coeficiente del cuadrado, 1; el resultado es -9 (Wikilibros, Ecuación cuadrática/Historia, 2021).

El más recordado de los matemáticos árabes de esa época, es Mohammed Ibn al-Khwarismi, quien escribió varios libros relacionados con la geografía, la astronomía y las matemáticas.

En su tratado sobre algebra, al-Khwarismi explica la manera de resolver ecuaciones cuadráticas de varios tipos. Tanto el planteamiento como la solución de las ecuaciones eran dados en palabras pues no se utilizaban aun símbolos algebraicos como hoy en día.

El matemático árabe Mohamed ibn Musa al-Khwarizmi (s. IX) utilizó la siguiente estrategia para resolver la ecuación $x^2 + 10x = 39$.

Debes tomar la mitad del número de las raíces, que es 5, y multiplicarlo por sí mismo y obtienes 25 al que le sumas el número 39, con el resultado 64. Tomas la raíz cuadrada de este número, que es 8, y le restas la mitad de las raíces, 5, y obtienes 3, que el valor buscado. (Wikilibros, https://es.wikibooks.org/wiki/ecuacion_cuadratica/Historia, 2018).

Euclides de Megara (325 a. c. a 265 a. c.) poco se sabe de su vida, solo que vivió en Alejandría, aunque algunos autores árabes afirman que Euclides nació en tiro y vivió en Damasco, posiblemente perteneció a la Academia de Platón donde obtuvo la base de sus conocimientos.

Dentro de sus obras figura la más importante y reconocida en el mundo "Elementos". Esta obra no es un simple compendio de los conocimientos geométricos, sino que abarcaba toda la matemática elemental, es decir la aritmética, la geometría y el álgebra. Los teoremas de Euclides son los que generalmente se enseñan en la escuela moderna.

La geometría de Euclides, además de ser un importante instrumento de razonamiento deductivo ha sido muy útil en diferentes campos de la ciencia, por ejemplo: la física, la astronomía, la química y la ingeniería. La geometría Euclidiana permaneció indeleble hasta el siglo XIX.

2.3.1 Teoremas de Euclides

Los teoremas de Euclides son los que generalmente se enseñan en la escuela moderna.

En todo triángulo, si se traza la altura correspondiente al vértice del ángulo recto, los dos nuevos triángulos rectángulos son **semejantes entre sí**, y a la vez son semejantes al original. A partir de lo anterior, se extraen las siguientes relaciones de proporcionalidad.

Primer teorema:

El cuadrado de la longitud de un cateto es igual al producto de la longitud de la hipotenusa por la longitud de la proyección del cateto sobre sí misma.

Segundo teorema:

El cuadrado de la altura de un triángulo rectángulo es igual al producto de la longitud de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa de dicho triángulo:

Notación tradicional para el teorema de Euclides

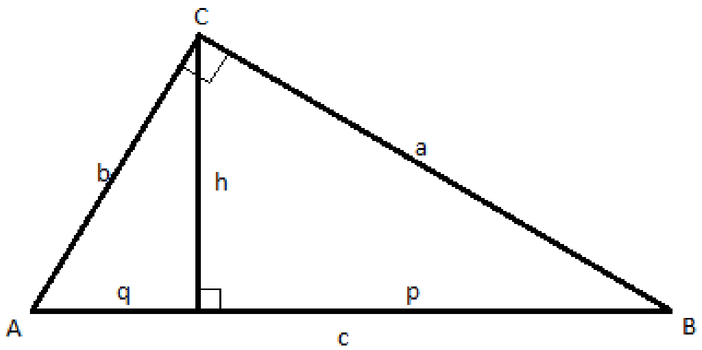


figura 01: Teorema de Euclides

Teorema de altura:

$$h^2 = p\ x\ q$$

Teorema de los catetos:

$$a^2 = p\ x\ c \qquad\qquad b^2 = q\ x\ c$$

2.3.2 Las tabletas de Plimpton

Desde el tercer milenio antes de Cristo, los pueblos que habitaron entre los ríos Tigris y Eúfrates nos han dejado miles de tablillas de arcilla. En más de 500 de ellas aparecen manifestaciones matemáticas que nos han permitido descubrir desde su sistema de numeración en base 60 a sus conocimientos sobre el teorema de pitagoras.

Contaban con un algoritmo para calcular raíces cuadradas, trabajaban con fracciones, resolvían ecuaciones de primer y segundo grado e incluso algunas ecuaciones cúbicas de la forma $n^3 + n^2 = a$.

La tablilla conocida como Plimpton 322 que se conserva en la Universidad de Columbia, escrita hacia el año 1800 antes de Cristo en la que aparecen cuatro columnas de numeros distribuidos en 15 filas. En apariencia podía tratarse de algun tipo de anotacion contable pero descifrados los numeros corresponden a la primera relacion de ternas pitagóricas de la que se tenga conocimiento (http://platea.pntic.mec.es>babiegip>babiegipto, 2021).

FILA SEXTA

I: (a/c)^2	II: b	III: a	IV: orden	c
1:47.6.41.40	5.19	8.1	6	no aparece
1,785192901	319	481	6	360

$$319^2 + 360^2 = 481^2$$

Figura 02: Fila sexta

(Fuente. http://platea.pntic.mec.es>babiegip>babiegipto)

Figura 03: Las Tablillas de Plimton 322

(Fuente: http://platea.pntic.mec.es>babiegip>babiegipto)

2.3.3 Bhaskara

Bhaskara, matemático y astrónomo (1114 Bijapur, India, 1185 Ujjain, India), es también conocido como Bhaskara II o como Bhaskaracharya que significa "Bhaskara el maestro" es probablemente el matemático indú de la antigüedad mejor conocido.

Bhaskara representa la cima del conocimiento matemático del siglo XII. Consigue un conocimiento de los sistemas de numeración y de la resolución de ecuaciones que no se alcanzaría en Europa hasta varios siglos después. Su trabajo matemático parte del de Brahmagupta que ya manejaba el cero y los números negativos. Pero va más allá en su uso, por ejemplo Bhaskara afirma que $x^2 = 9$ tiene dos soluciones. También obtiene la formula sorprendente para el siglo XII:

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

Quizás la más famosa de sus fórmulas sea la solución de la ecuación de segundo grado, de la que obtiene siempre dos soluciones, aunque solo sean de interés las enteras positivas. Un ejemplo de problema: Dentro de un bosque, un número de monos es igual al cuadrado de un octavo del total de un conjunto de ellos que están jugando ruidosamente. Hay doce monos más, que están en una colina cercana y no juegan. ¿Cuántos monos están jugando?

Este problema conduce a una ecuación de segundo grado, $\frac{x^2}{8^2} = x - 12$ o bien $x^2 - 64x + 768 = 0$, que tiene dos soluciones, 16 y 48 y ambas son igualmente admisibles como calcula y afirma Bhasakara.

Algunas contribuciones de Bhaskara a las matemáticas son las siguientes:

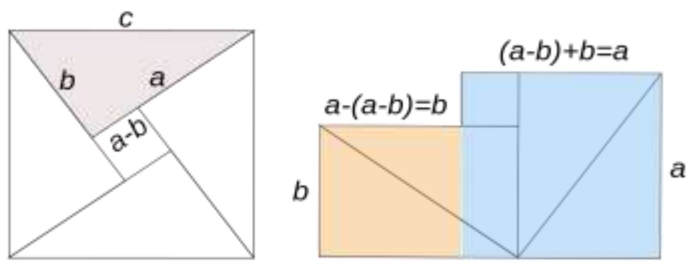


Figura 04: Teorema de Pitágoras según Bhaskara ((R. Aznar, 2021)

Con cuatro triángulos rectángulos de lados a,b y cse construye el cuadrado c-izquierda-, en cuyo centro se forma otro cuadrado de lado (a-b).

Redistribuyendo los cuatro triángulos y el cuadrado de lado (a-b), construimos la figura de la derecha, cuya superficie resulta ser la suma de la de dos cuadrado: uno de lado a –azul- y otro de lado b –naranja-.

Se ha demostrado graficamente que: $a^2 + b^2 = c^2$

Algebraicamente: el área del cuadrado de lado c es la correspondiente a los cuatro triángulos, más el área del cuadrado central de lado (a-b), es decir:

$$c^2 = 4\ ab/2 + (a - b)^2$$

Expresión que desarrollada y simplificada nos da como resultado $c^2 = a^2 + b^2$, y el teorema queda demostrado (R. Aznar, Bhaskara matemático y astrónomo, 2021).

2.3.4 Concepto de Función Cuadrática

De acuerdo con Alvarez Cortés (2012), para que el concepto de función cuadrática pudiese haber llegado a ser considerado como de gran importancia para la física y la matemática, era necesario que galileo Galilei (1564-1642) descubriera que para la trayectoria de puntos del movimiento en caída libre le correspondía un espacio, un tiempo y una velocidad determinada, estableciendo así una correspondencia biunívoca entre el tiempo transcurrido en la caída y el espacio recorrido por el cuerpo; al igual que entre el tiempo transcurrido en la caída y la velocidad adquirida por el objeto que cae. Con esto se hace evidente que estas situaciones tendrán: variables, relación de dependencia, correspondencia biunívoca, y adicionalmente están presentes constantemente en el entorno natural para provocar su estudio en un proceso de modelización matemática.

La gráfica de una función cuadrática es un tipo especial de curva llamada parábola. Existen diferentes tipos de parábola, las hay verticales, Horizontales y oblicuas. Una parábola es una sección cónica, la cual puede definirse como el "lugar geométrico de los puntos del plano cartesiano (x, y) que equidistan de una recta fija llamada directriz y un punto fijo llamado foco que esta fuera de dicha recta".

La ecuación canónica de la parábola con vértice en (h, k) y directriz $y = k - p$ es entonces $(x - h)^2 = 4p\,(y - k)$ de eje vertical, donde p es la distancia focal.

La figura 05, muestra el lugar geométrico de la parábola con las características descritas.

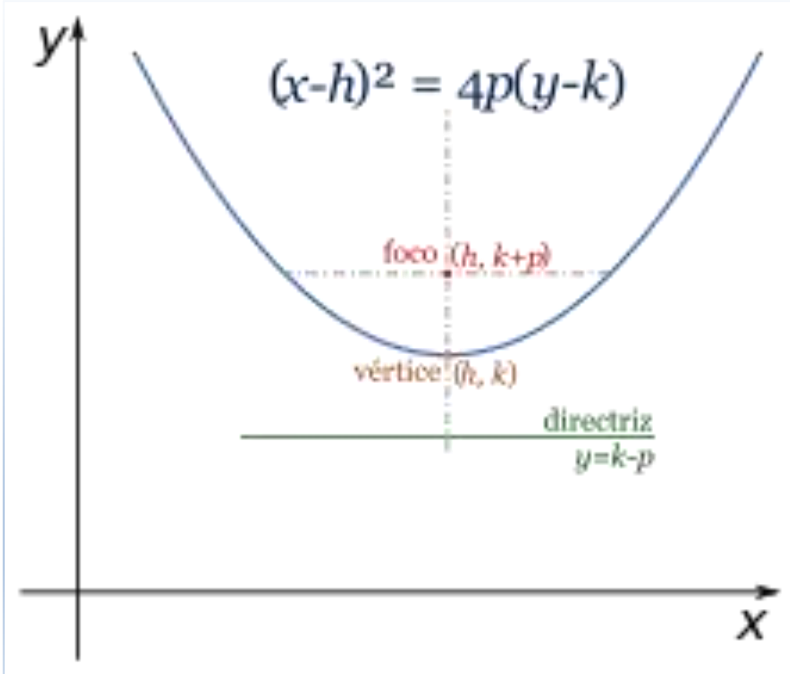


Figura 05: Parábola de estructura vertical y concavidad hacia arriba

En la figura 06, se muestra el lugar geométrico de una parábola con vértice en (h, k) y directriz x = h – p la ecuación correspondiente es: $(y - k)^2$ = 4p (x – h) de eje Horizontal.

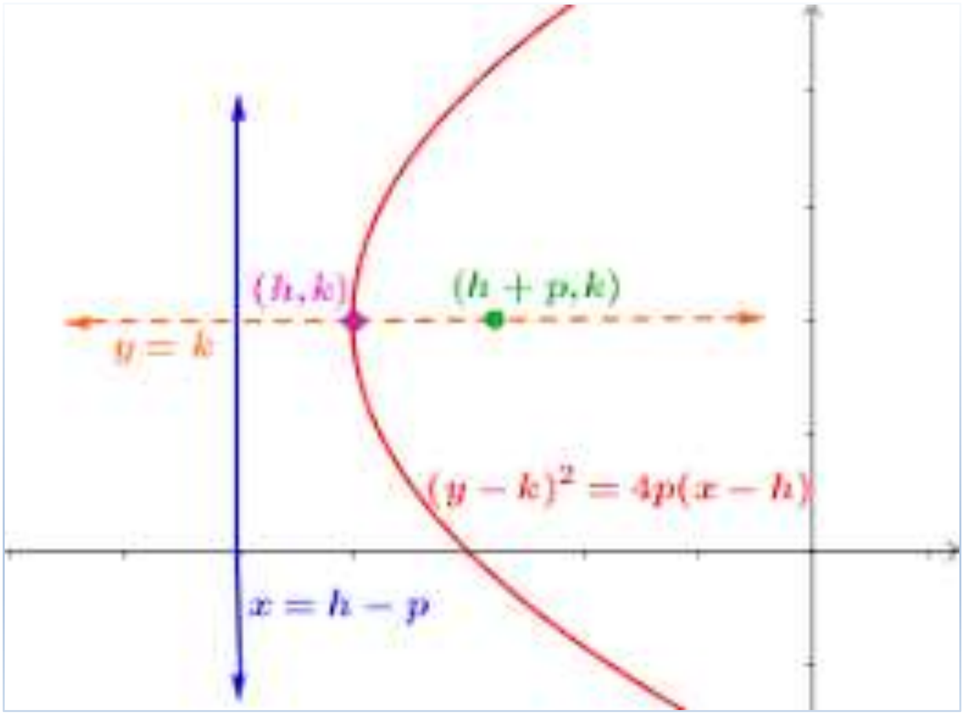


Figura 06: Parábola de estructura horizontal y concavidad hacia la derecha

Una función cuadrática es una expresión matemática o polinomio cuadrático de grado dos, con una o más variables en la que el término de grado más alto es de segundo grado.

En matemáticas, una función cuadrática de una variable es una función polinómica definida por:

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{con } a \neq 0 \ \ a, b, \text{ y } c \in \mathbb{R}$$

a es el coeficiente del termino cuadrático, **b** es el coeficiente del termino lineal y **c** es el termino independiente, cada uno de ellos indica una determinada característica geométrica.

a : Nos indica si la parábola abre o cierra sus ramas y también si es cóncava hacia arriba o hacia abajo dependiendo el signo.

b : nos indica el desplazamiento de la parábola

c : nos indica el desplazamiento del vértice de la parábola hacia arriba o hacia abajo si la parábola tiene una estructura vertical o hacia la izquierda o derecha si la parábola tiene una estructura horizontal.

También se da el caso que se llame trinomio cuadrado. También se denomina Función cuadrática a funciones definidas por polinomios cuadrados de más de una variable, por ejemplo:

$f(x, y)=Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F$

En este caso el conjunto de puntos resulta al igualar el polinomio a cero representan lugares geométricos que siempre es posible reducir a una de las formas que corresponden a tres tipos de secciones cónicas (Elipse, Hipérbola Parábola) *https://es.wikibooks.org/wiki/ecuacion_cuadratica/Historia*.

Según Briseño Silva (2014) la función cuadrática mirada desde el punto de vista escolar, hoy en día está cambiando la visión de su conocimiento. Anteriormente solamente se centraba en dar a conocer la forma algebraica olvidándose de todas sus relaciones. En la actualidad la escuela está insistiendo en dar a conocer de la función cuadrática además de las formas analíticas, también las gráficas y su manejo, que el estudiante conozca los fenómenos asociados a lo cuadrático y así poder relacionar lo analítico con lo gráfico y lo fenomenológico.

Cuando se logra el objetivo de que los alumnos conecten ideas matemáticas, obtienen un conocimiento eficaz y duradero y con ello una visualización clara de los conceptos matemáticos, además también se obtienen beneficios colaterales puesto que existe una transversalidad entre estas y otras disciplinas como la física, la química, la biología entre otras. Sin embargo el caso resulta un tanto difícil pues los alumnos se resisten a aceptarlos puesto que ello conduce a una demanda que va más allá de tabular y graficar, por lo que les resulta más fácil quedarse únicamente con la parte algorítmica.

2.3.5 Función Cuadrática en algunas disciplinas

Las funciones cuadráticas no son simples caprichos o curiosidades algebraicas, sino más bien son herramientas que nos pueden servir en nuestras vidas y que podemos obtener beneficios de ellas si las sabemos aplicar. Las **FC** son utilizadas en muchas áreas o campos de trabajo, específicamente en la ciencia, los negocios y la ingeniería.

> Ibáñez y García (2005), citado por (Aranzazu Muñoz C. M., 2013, pág. 12), señalan además la importancia de la función cuadrática en otras áreas diferentes de las matemáticas como por el ejemplo la física. Las funciones cuadráticas sirven además para determinar acontecimientos reales como por ejemplo la trayectoria de una pelota lanzada al aire, la forma que toma una cuerda floja sobre la cual se desplaza un equilibrista, el recorrido desde el origen, con respecto al tiempo transcurrido, cuando una partícula es lanzada con una velocidad inicial, entre otras.
>
> En otras disciplinas las funciones cuadráticas también son utilizadas, por ejemplo en Ingeniería Civil para resolver problemas específicos tales como la construcción de puentes colgantes que se encuentran suspendidos en uno de los cables amarrados a dos torres. En biología las funciones cuadráticas son ampliamente utilizadas para estudiar los efectos nutricionales de los organismos.

2.3.5.1 La función cuadrática en la física

La matemática y la física están bien entrelazadas entre sí ya que para explicar o comprender ciertos acontecimientos, se tiene que recurrir a cálculos matemáticos.

Por ejemplo:

- Para medir el movimiento de aceleración uniforme de partículas constantes en donde la posición de la partícula varía constantemente con el tiempo, es la Ecuación cuadrática ($\mathrm{X} = \frac{at^2}{2} + Vot + Xo$).
- Con esta ecuación podemos medir también la energía cinética de un objeto
- La trayectoria de una pelota lanzada al aire
- La forma que toma una cuerda floja sobre la cual se desplaza un equilibrista
- El recorrido desde el origen, con respecto al tiempo transcurrido cuando una partícula es lanzada con una velocidad inicial.

Partiendo de la ecuación $\mathrm{D} = \frac{at^2}{2} + Vot + Xo$, como el cuerpo en mención parte del origen, entonces: Xo= 0, quedando únicamente $\mathrm{D} = \frac{at^2}{2} + Vot$

Resulta importante aclarar que la ecuación que permite calcular la distancia de un cuerpo en caída libre es:

$$\mathrm{D} = Vo\,t - \frac{gt^2}{2}$$

Donde: D= distancia en m

Vo= velocidad inicial m/s

g= aceleración de la gravedad en m/s2.

t= tiempo en s

Esta ecuación representa el desplazamiento del objeto hacia abajo del origen (caída libre).

Ejemplo:

Se deja caer un objeto desde la parte más alta de un edificio como se ilustra en la figura 07.

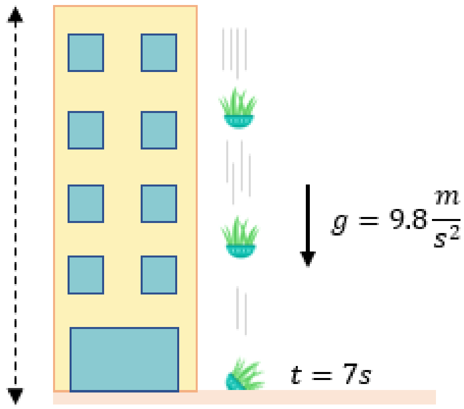


Figura 07: Caída libre de un objeto

Dada su velocidad inicial igual a cero, encontrar la posición del objeto o distancia recorrida hacia abajo en los siguientes intervalos de tiempo: 0 seg, 1 seg, 2 seg, 3 seg, 4 seg y 5 seg.

Si consideramos Vo= 0 y la aceleración de la gravedad g= 9.8 m/s2, podemos resolver el ejercicio en mención en función del tiempo a partir de la ecuación cuadrática, quedando de la siguiente manera:

$$\mathrm{D} = Vo\,t - \frac{gt^2}{2}$$

Como Vo = 0 entonces: D= $-\frac{gt^2}{2}$

Apoyándonos de una de las herramientas tecnológicas como es la geometría dinámica, podemos construir nuestra tabla, dándole valores a X que nos representa el tiempo (segundos) y vamos obteniendo valores Y que nos representa la altura. Las coordenadas que se van obteniendo representa el lugar geométrico de una parábola, como se muestra en la figura 08.

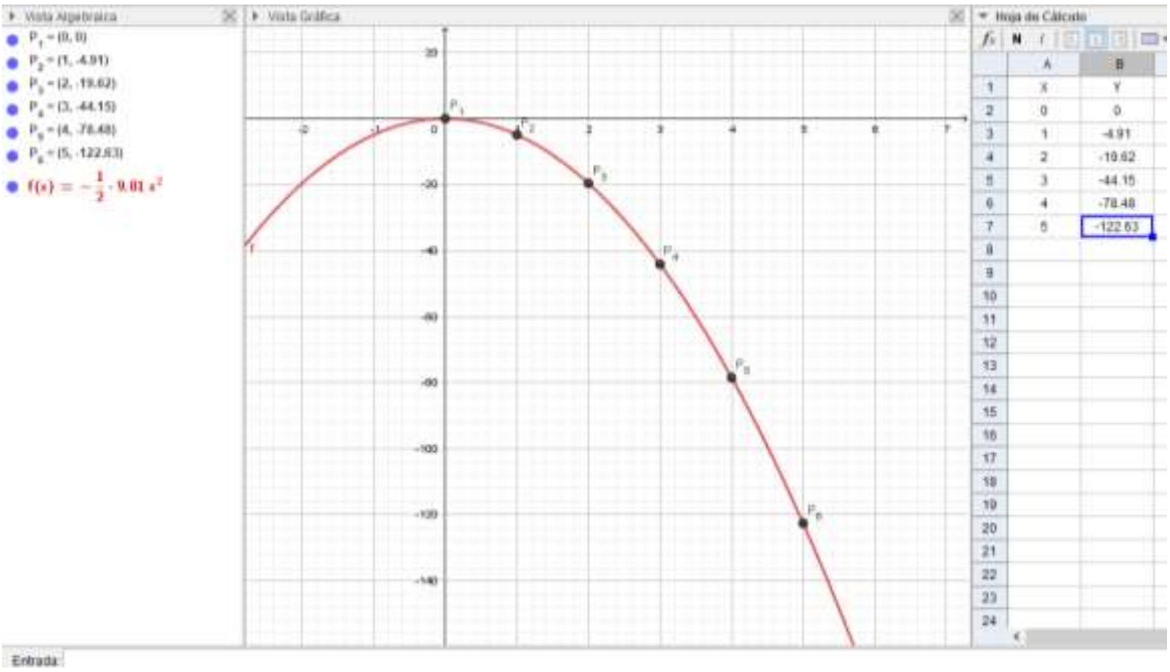


Figura 08: Gráfica de caída libre de un cuerpo (creado con GeoGebra)

Ejemplo 2.

Se lanza una pelota desde el suelo hacia arriba como se muestra en la figura 09. Calcular la altura máxima que alcanza la pelota y el tiempo en que lo hace.

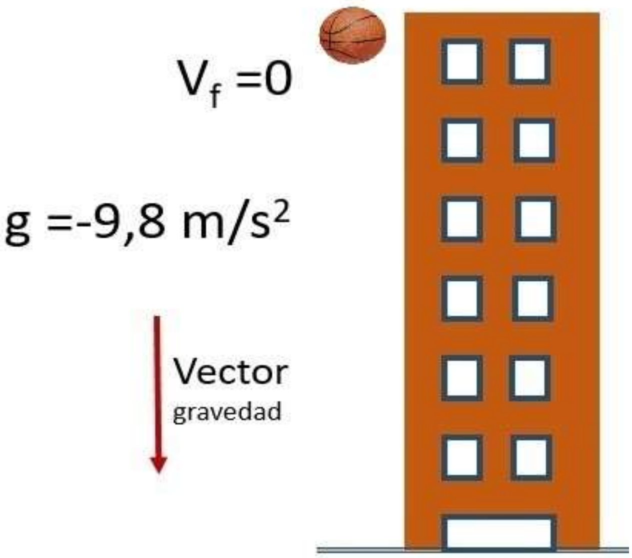


Figura 09: Lanzamiento vertical hacia arriba

La altura que alcanza la pelota medida desde el suelo en metros en función del tiempo medido en segundos, se calcula a través de la siguiente expresión:

h(t) = $-5t^2 + 20t$

Para calcular la altura máxima que alcanza la pelota y el tiempo en que lo recorre esta trayectoria, comenzamos por hallar el vértice. Considerando que se trata de una función cuadrática de forma:

$$f(x)= Ax^2 + Bx + C$$

Calculo del vértice (máximo ó mínimo) de la parábola:

$$v = \left(\frac{-b}{2a} , \frac{-\Delta}{4a} \right) \quad \text{Ecuación I}$$

Donde:

$$\Delta = b^2 - 4ac \qquad \text{Ecuación II}$$

Los valores que corresponden a A, B y C son:

A= -5 B= 20 C= 0

Entonces si: $\Delta = b^2 - 4ac$

Sustituyendo los valores de A, B y C en ecuación II, tenemos:

$$\Delta = 20^2 - 4(-5)(0) \qquad \Delta = 20^2 - 0$$

$\Delta = 20^2$ Por tanto: **Δ= 400**

Sustituyendo los valores de A, B, C y Δ en la ecuación I, tenemos:

$$v = \left(\frac{-20}{2(-5)} , \frac{-400}{4(-5)} \right) \qquad v = \left(\frac{-20}{-10} , \frac{-400}{-20} \right)$$

v = (2, 20)

Otra forma es sustituyendo el valor de x=2 en la ecuación

f(2)= $-5(2)^2 + 20(2)$

y = -20 + 40

y =20

Por tanto, la coordenada del vértice es: V= (2, 20)

Es decir, la altura máxima que alcanza la pelota es de 20 metros a los 2 segundos de ser lanzada.

2.3.5.2 La función cuadrática en los negocios

Como se dijo anteriormente la función cuadrática se puede aplicar en varias áreas o campos de trabajo y en los negocios no es la excepción el uso de ellas. Una de las aplicaciones que se le da en los negocios es para optimizar las utilidades, es decir buscar mejores resultados, mejores ganancias en relación a la compra-venta de un determinado artículo.

Ejemplo:

Se desea conocer cuál es el precio de venta que genera la máxima ganancia en la venta de un artículo.

Aquí hay una muestra de datos:

Precio de venta $ (s)	**Cantidad vendida en 1 año (q)**
10	1000
15	900
20	800

25	700

Si trazamos la gráfica entre el costo de un artículo (s) y la cantidad vendida (q) tenemos se obtiene la gráfica que se observa en la figura 10.

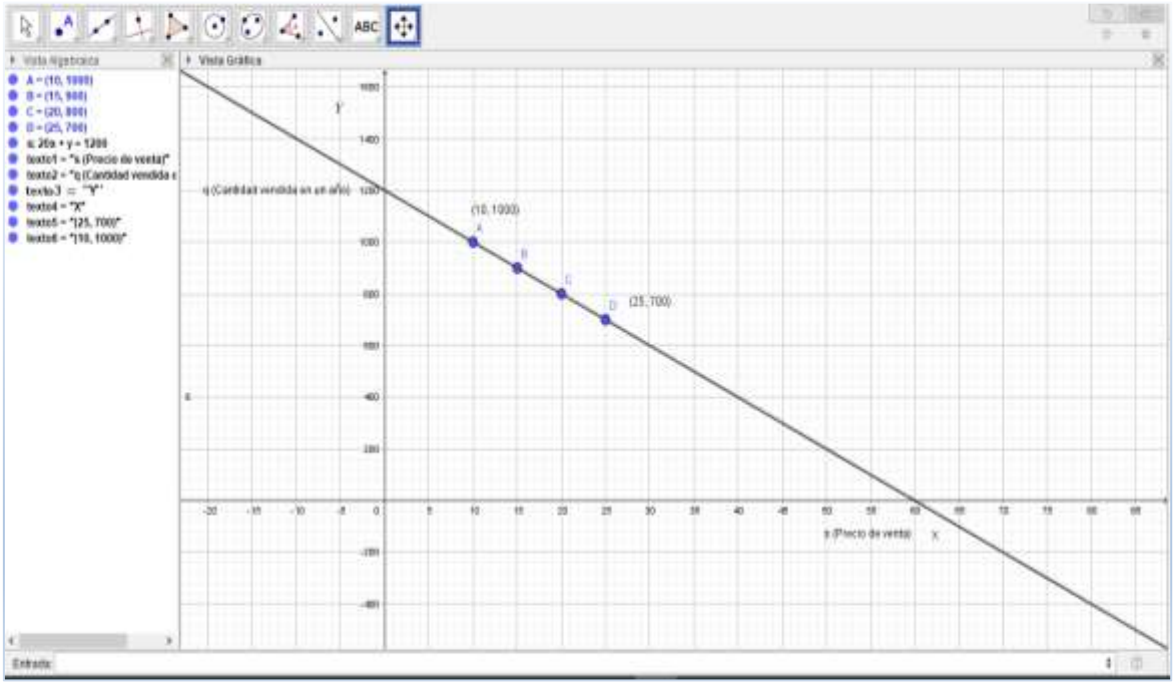


Figura 10: Gráfica costo del artículo vs cantidad vendida (creado con Geogebra)

Apoyándonos en la geometría dinámica, tomamos el eje **X** para el precio de venta (s) y a **Y** para la cantidad vendida (q), entonces observamos que la relación del precio de venta vs la cantidad vendida, nos arroja una ecuación lineal, lo que nos indica que por cada $ 1.00 peso de incremento en el precio hay un decremento correspondiente en la cantidad vendida.

Podemos obtener la pendiente de esta recta: $\mathrm{m} = \frac{y2-y1}{x2-x1}$

$m = \frac{1000-700}{10-25}$ $m = \frac{300}{-15}$ $m = -20$

Forma pendiente ordenada: y = mx + b siendo b= 1200 (intercepción con la ordenada)

Si q = - 20s +1200 **Ecuación I**

Dónde: q = cantidad vendida
s = precio de venta del artículo

Para calcular la ganancia aplicamos la ecuación matemática:

P = sq – 10q Ecuación II
Dónde P = Ingresos totales – Costo de producción

Sustituyendo Ecuación I en II tenemos:
P = s (-20s+1200) – 10 (-20s +1200)
P = -20 s^2 + 1200s + 200 s -12 000
P = -20 s^2 + 1400 s – 12 000 Obtenemos una Ecuación Cuadrática

Para encontrar el precio de venta que generará más ganancia buscamos el valor de, S (coordenada x) con la expresión:

$$s = \frac{-b}{2a} \qquad s= \frac{-1400}{2(-20)}$$

Entonces: $s = \frac{-1400}{-40}$ s= 35

Por tanto, el precio de venta que genera más ganancia es $ 35.00

Sustituyendo en la ecuación cuadrática el valor de **s** tenemos:
y = -20$(35)^2$ + 1400(35) -12000
y = - 24500 + 49 000 -12 000
y= 12 500

Por tanto, el punto máximo lo representan las coordenadas (35, 12500), como se muestra en la figura 11.

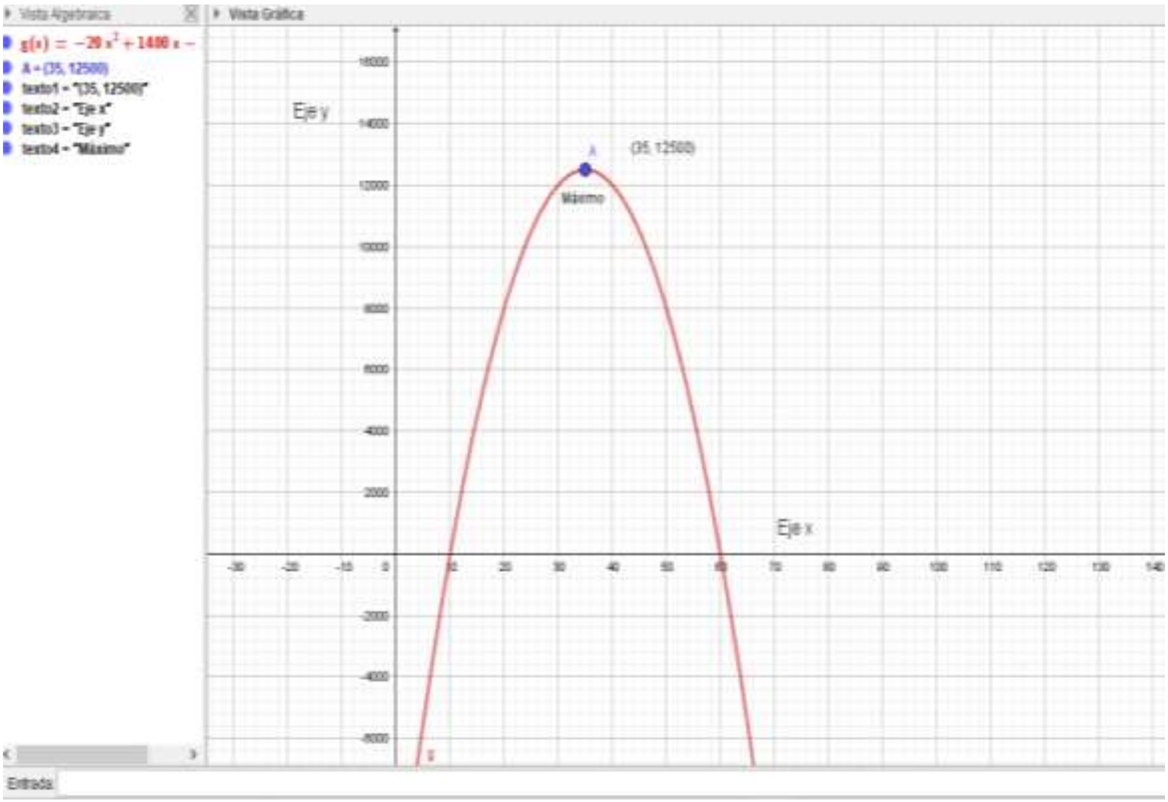


Figura 11: Grafica del punto máximo (mayor ganancia, creado con GeoGebra)

Por lo tanto el precio de venta que genera mayor ganancia es $ 35.00. Esto significa que con un precio de venta de $ 35.00, tendríamos una cantidad de ventas de 12500 productos al año.

CAPITULO III

MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO

Introducción

La gran importancia que recobra el tema de la función cuadrática en el ámbito de la educación y en virtud que la Teoría Socio-epistemológica (**TS**) es una teoría de naturaleza sistémica que permite tratar con los fenómenos de construcción social del conocimiento, será esta quien nos servirá como guía y marco teórico de esta investigación. Tomando en cuenta que la **TS** nos ayuda a acercar los aspectos extraescolares con el discurso escolar, en este capítulo se hablará de algunos elementos teóricos considerando elementos claves de esta investigación.

3.1 El Contexto Social

Tomando en consideración las exigencias de la sociedad de acuerdo a la universalidad en cuanto a la educación, es necesario hacer una revisión sobre como el docente afronta las circunstancias dentro del salón de clases y sobre su desempeño ante estos cambios.

Ante esta situación es importante y necesario reconocer el papel que juega la teoría Socio-epistemológica en la construcción social del conocimiento matemático, sirviendo como potencial en la transmisión de conocimientos y saberes que nos transporta a una perspectiva didáctica que acompaña al proceso de formación de los conceptos.

Cantoral dice al respecto:

> *La teoría socio-epistemológica tiene un aporte fundamental: modela la construcción social del conocimiento matemático conjuntamente con su difusión institucional, esto es, modeliza las dinámicas del saber o conocimiento puesto en uso. La investigación en matemática educativa con orientación socio-epistemológica, inicia con este particular tratamiento del saber. Construye, reconstruye, significa y resignifica, lo ubica en el tiempo y el espacio, se explora desde la óptica de quien aprende, de quien inventa,*

de quien lo usa: se posiciona a la opción constructiva en la perspectiva histórica, cultural e institucional para que, en definitiva, se rediseñe con fines didácticos. La teoría atiende todos los aspectos que intervienen al conocimiento matemático y al sujeto que aprende, lo que conlleva a mirarlo desde cuatro dimensiones: Epistemológico, cognitivo, didáctico y socio-cultural (Cantoral, 2013).

Tomando como base lo anteriormente dicho, este trabajo está sustentado en los principios de la **TS**, para poner de manifiesto conceptos y significados sobre la **FC**. De acuerdo con (cantoral 2002) la Socio-epistemología se ha propuesto como tarea fundamental estudiar la construcción de conocimiento situado, aquel que atiende las circunstancias y a los escenarios socioculturales y particulares, caracterizándolo como el fruto entre epistemología y factores sociales.

De esta forma la **TS** induce al acercamiento propio entre los conceptos teóricos que se dan dentro de los salones de clase con las actividades en contextos concretos en la realidad.

> Cordero (2001) establece el papel fundamental del ser humano y su actividad en esta aproximación, así, plantea que la aproximación socio-epistemológica intenta articular dos grandes componentes, la social y la epistemológica, en los que el humano y su actividad se conviertan en elementos primarios en las teorizaciones de la matemática educativa.

3.2 Dimensiones de la Teoría Socio epistemológica

Metafóricamente hablando, en la teoría hablamos de cuatro *dimensiones del saber,* dimensiones que se entretejen en una sola unidad de análisis, estas dimensiones son: cognitiva, didáctica, epistemológica y social.

Normalmente se ha creído que la unión de dimensiones permite un análisis sistémico del fenómeno, donde cada dimensión se "suma" o "une" para llevar a cabo un análisis robusto, sin embargo, diferimos de ese punto de vista. Se precisa de una unidad de análisis socio epistémica que articule sistemáticamente a las dimensiones con el fenómeno en juego. Es por eso que se exige del análisis de la transversalidad del saber. Se elige para ellos saberes que sean a la ves funcionales y transversales (Cantoral, 2013).

Para estudiar los fenomenos didácticos relacionados con el saber, la teoría socio-epistemológica se divide como ya dijimos en cuatro dimensiones que son: *Dimensión didáctica, Dimensión epistemológica del conocimiento matemático, Dimensión cognitiva y Dimensión sociocultural.*

A continuación se describen cada una de estas dimensiones de acuerdo a lo expuesto por Cantoral (2013).

DIMENSION DIDACTICA: La dimension didactica se ocupa del proceso de enseñanza a los alumnos ya sea dentro o fuera de una institución educativa. Es una especie de enseñanza en aulas extendidas para alcanzar sociedades del conocimiento.

DIMENSION EPISTEMOLOGICA: La dimensión epistemologica se ocupa de los analisis sobre la problematizacion del saber, localizacion de fenomenologias y de constructos caracteristicos teniendo como herramienta la comprensión de los sucesos áulicos lo que permite obtener informacion sobre las dificultades y significados; las dificultades en torno al desarrollo de nociones y conceptos matemáticos y, cuales significados se diluyen o pierden.

DIMENSION COGNITIVA: La dimension cognitiva, analiza las formas de apropiacion y significacion progresivas que experimentan quienes se encuentran en situacion de construcción de conocimiento. El acto de conocer, como actividad humana puede ser modelado a través de las producciones de quienes construyen. Se analiza el desarrollo del pensamiento situado en su accion de significar y resignificar.

DIMENSION SOCIOCULTURAL: Su textura sociocultural, se ocupa de los usos del saber en situaciones especificas. La introduccion explicita de esta dimension en el modelo, produjo reinterpretaciones de las otras tres. Se ubica al nivel de las prácticas y de la forma en que éstas se norman por prácticas sociales. La práctica social no es lo que hace en si un individuo (no es la práctica ejecutada), sino el motivo de hacer lo que se hace, digamos que norma su accionar.

En la siguiente figura se muestra de manera esquematica las dimensiones que conforman una aproximación epistemológica en matematica educativa.

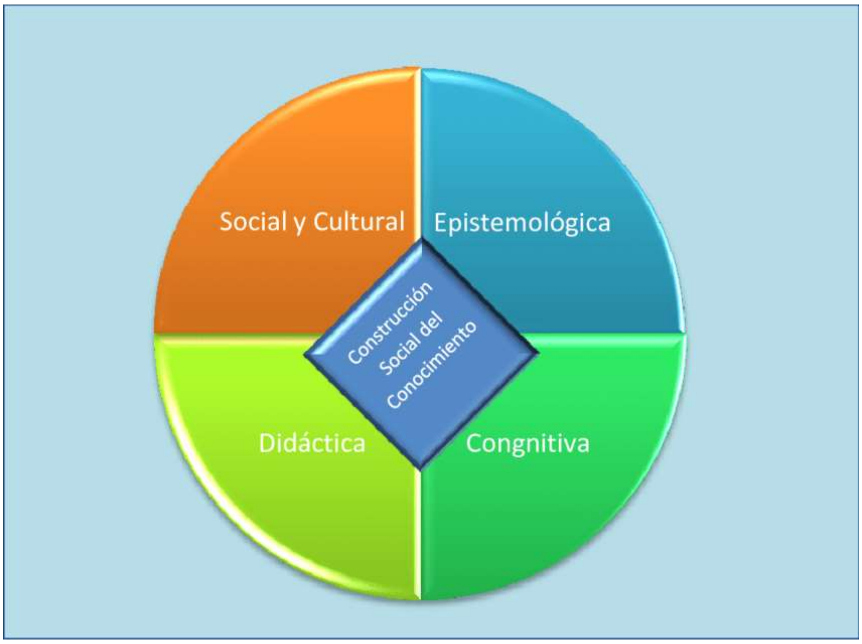


Figura 12: Dimensiones de la Socioepistemología (ResearchGate)

De acuerdo a: (Hipolito, Hernández Pérez)

> En la investigación de Buendía y Cordero (2002) hacen énfasis que no solo los aspectos cognitivos están en juego en la construcción de objeto matemático sino en la práctica social que conduce a la adquisición del conocimiento, donde el propósito de la matemática educativa es la de esclarecer y evidenciar la existencia de relaciones entre el conocimiento y prácticas sociales, es decir, enfatizar la componente social sistemáticamente con otras dimensiones.

En base a esto podemos afirmar que a diferencia de otras teorías, la **TS**, no solo le interesa conocer la realidad del alumno y su problema de aprendizaje sino que escudriña el ¿Por qué? de la problemática y lo motiva a crear ideas que le ayudan a enfrentar esos problemas y con esto construya sus propios conocimientos en un contexto real (su propio entorno); además busca solucionar éstos problemas de aprendizaje no en base a teorías científicas ni filosóficas sino simplemente lo transporta de lo teórico a lo práctico y de lo abstracto a lo concreto, obteniendo como resultado algo muy importante que el alumno disfrute construyendo nuevos conocimientos.

Para Cantoral y farfán (2003)

> La socio-epistemología como teoría permite mirar la educación matemática no solo como transmisión de conocimientos, en la que se expresan postulado, se solucionan problemas, se realizan demostraciones, sino que permite mirar más allá de los conceptos, cuál es su trasfondo, como es que la práctica norma su generación para permitir transformar y llevar conceptos acercándolos al mundo real. (Birseño & Buendía Abalos).

En la actualidad la enseñanza no debe estar supeditada a un salón de clases únicamente donde el escenario principal sean las cuatro paredes, el profesor y los alumnos. Es necesario que este conocimiento se extienda a otras dimensiones y se conduzca a la práctica social, donde se pruebe la existencia de relaciones que existe entre la teoría y la práctica, es decir resignificar los constructos matemáticos.

Según (Cantoral 1999, citado en Briseño 2014)

> El hablar y tratar la teoría de la Socio epistemología nos lleva a establecer una articulación entre cuatro componentes básicos en la construcción social del conocimiento: la naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, la parte cognitiva y los modos de transmisión vía enseñanza (Briseño O. a., 2014)

3.3 Marco metodológico

La metodología escogida para esta investigación estará sustentada en un trabajo elaborado por Gabriela Buendía y Gisela Montiel llamadas epistemología de prácticas, ya que, de acuerdo a su naturaleza, las prácticas sociales son fuentes creadoras y generadoras de resignificación de conocimiento matemático. La práctica social ayuda o da significado a las teorías conocidas en las labores de los seres humanos independientemente del lugar, trabajo, condición, o contexto en donde este se desenvuelve. Es decir, son las prácticas que los seres humanos ejercen sobre el conocimiento.

En el contexto de la solución de problemas matemáticos y desde el punto de vista de la modelación, en Freudental (1991, citado en Camacho Rios , 2005) se distingue las prácticas sociales como manifestaciones realizadas por los seres humanos a fin de resolver problemas matemáticos. Esta resolución comprende "…investigar lo que es esencial entre contextos, situaciones, problemas, procedimientos, simbolizar, formular, validar, generalizar, en definitiva, matematizar".

En chevallar y joshua (1985, citado en Camacho Rios , 2005) se deja ver que la idea de practica social surge con el reconocimiento que otorga la sociedad al "conocimiento escolar" como tal, es decir como un ente social. Por ejemplo en diversas épocas, el marxismo y la teología fueron conocimientos fundamentales en el conocimiento escolar, influidos por la ideología y la iglesia respectivamente. En estos ejemplos se percibe como se desgastan, envejecen o bien quedan en desuso los conocimientos (Arsac 1991, p. 111).

En ese sentido las prácticas sociales se ejercen por lo general en situaciones extraescolares y escolares que pueden ser motivadas por contextos políticos, sociales, culturales, ideológicos o de otra naturaleza. Por tanto, una práctica, no se limita solo al conocimiento, aun cuando este último sea el centro de la primera. Por la acción que se ejerce sobre conocimiento podemos dividir las prácticas sociales en: a) las vinculadas a los cambios del conocimiento por actividades extra didácticas, y b) otras, en las que el uso del conocimiento se ejerce en el salón de clase mediante actividades didácticas (Camacho Rios , 2005).

3.3 El concepto de práctica social

En definitiva y tomando en cuenta el dicho que dice la práctica hace al maestro, podemos decir que para que los alumnos logren un aprendizaje significativo es necesario que los conceptos teóricos que adquieren dentro de los salones de clases lo lleven a la práctica, lo vinculen y/o lo relacionen con los diferentes contextos de su vida diaria. Esta práctica llevada a cabo le da un nuevo significado y le cambia el contenido al objeto es decir lo resignifica.

Es habitual que las aproximaciones epistemológicas asuman que el conocimiento es el resultado de la adaptación de las explicaciones con las evidencias empíricas, ignorando el papel que los escenarios históricos, culturales e institucionales desempeñan en la actividad humana al momento de producir un conocimiento. La socioepistemología, por su parte, plantea el examen del conocimiento social, histórica y culturalmente situado (Cantoral, 2013) (ver esquema metodológico).

Figura 1. Esquema metodológico socioepistemológico.
Fuente: Montiel y Buendía (2011).

Figura 13: esquema metodológico socio epistemológico

Los aspectos metodológicos considerados en esta investigación tienen como primera instancia aplicar una evaluación diagnostica para evaluar el grado de conocimiento, capacidades intelectuales y aptitudes personales de cada estudiante, como trazo de gráficas, reconocer intervalos de tiempo, relación tiempo-espacio y el trato de situaciones que nos acercan a la modelación como práctica. Esta actividad se realizó con alumnos de tercer semestre del nivel bachillerato, como introducción a las secuencias didácticas. La evaluación consistió en test de preguntas relacionadas con la **FC,** y nos sirvió de parámetro para conocer el nivel de conocimiento de los estudiantes, y como punto de partida para poner en marcha nuestra puesta en escena.

Nuestras secuencias son elaboradas básicamente tomando en consideración el entorno u ámbito cotidiano de los estudiantes con la finalidad de relacionar su entorno escolar con el medio en que se encuentra.

> Confrey (2006) citado en Briseño:
> Nos comenta que referente a las investigaciones de diseño lo que se requiere es documentar que recursos y conocimientos previos ponen en juego los estudiantes en las tareas, como interaccionan los alumnos y los profesores, como son creadas las anotaciones y registros, como brotan y evolucionan las nociones, que recursos se usan, y como es llevada a cabo la enseñanza a lo largo del curso de la instrucción; todo ello mediante el trabajo de los estudiantes, grabaciones de videos y audios recopilados durante el desarrollo de las actividades (Briseño & Buendía Ábalos, Una secuencia de la modelacion para la introducción significativa de la funcion cuadrática, 2014).

CAPITULO IV

LA SITUACION DIDACTICA

Introducción

En esta etapa daremos a conocer algunas actividades que darán forma a la situación didáctica, mismas que fueron diseñadas para presentar la problemática en cuestión. Desde esta perspectiva consideraremos primeramente a la Modelación-Graficación para que por medio de una situación de modelación movimiento **(SM-M)** sirva como instrumento de la socioepistemología que ayude a comprender la matemática escolar y se le dé un nuevo significado el concepto de Función Cuadrática.

En muchas ocasiones en la escuela se utiliza la modelación como herramienta didáctica o simplemente para medir un objeto matemático; en otras es considerada como una actividad que le puede dar sentido a la teoría y puede ser aplicada a los conocimientos aprendidos.

Octavio Briseño (2014) nos comenta al respecto;

> A través de la modelación como práctica esperamos que el estudiante fundamente el saber hacer en contexto, generando significados para el conocimiento matemático. Este conocimiento se concibe no en función de la adquisición de un concepto sino en la generación de significados a través de la práctica de modelación. A esto lo llamaremos resignificación.

En nuestra investigación se reconoce a la modelación en un acercamiento socio-epistemológico como práctica que permite desarrollar actividades didácticas teniendo en cuenta la epistemología de lo cuadrático. Siendo el principal objetivo aproximarnos cada vez más al interés de los alumnos optamos por manejar conceptos matemáticos a partir de ejemplos prácticos lo cual permite diversos tipos de análisis, razonamiento e interacción entre ellos.

4.1 La parábola en un mundo real

Antes de entrar a las actividades de este bloque realizamos una actividad de visualización, mostramos algunas imágenes ilustrativas con el propósito de tener una idea más amplia del lugar geométrico de una función cuadrática (parábola) por lo que veremos ilustraciones con imágenes reales, con la finalidad que los alumnos relacionen sus conocimientos teóricos adquiridos dentro de los salones de clases con el entorno real e identifiquen las diferentes características geométricas que adquiere esta función polinómica que varía de acuerdo con los parámetros de sus términos que la componen.

> *La interacción en el aula:* la construcción de los conocimientos se devela en las interacciones del humano con su entorno y con los otros humanos; en sus prácticas, en el empleo de sus capacidades, en las herramientas que emplea, por sus intenciones, por su visión del mundo, por su pertenencia a comunidades; es decir, en su actuar en el mundo. (Vera, 2003)

4.2 Identificación de figuras geométricas con objetos reales

Todos los días en nuestro caminar o en nuestro entorno si observamos con atención cada situación o fenómeno natural encontraremos que muchos de ellos pueden estar asociadas con figuras geométricas como líneas rectas, triángulos, cuadrados, círculos, parábolas etc.

En esta actividad el alumno tendrá un acercamiento al conocimiento desde una perspectiva epistemológica mediante figuras, cosas u objetos tratando de que éstas posean la mayor riqueza en cuanto a figuras geométricas donde por intuición, imaginación o creatividad propia, relacione cada una de ellas con los conocimientos adquiridos en la escuela.

Observemos con atención las siguientes imágenes de objetos reales e identifiquemos figuras geométricas.

Figura 14: Objetos reales con formas geométricas (Sociedad Canaria Isaac newton)

Si vemos detenidamente las imágenes; en la casa se observan rectas, cuadrados, pentágonos, trapecios; en la fuente podemos ver círculos rectángulos, parábolas; en la papelera se aprecian rectas, trapecios, cuadrados, mientras que en Bruselas podemos ver rectas, círculos, trapecios triángulos etc.

Podemos decir que la geometría está presente en nuestras actividades cotidianas y podría servirnos para organizar y describir nuestro entorno inmediato. En consecuencia, podemos pensar que la capacidad de desarrollar en los alumnos destrezas o habilidades para detectar y describir correctamente figuras o cuerpos geométricos debe ser una competencia para el docente.

Acercándonos al tema que nos ocupa, a continuación, mostraremos imágenes reales de grandes construcciones ricas en figuras geométricas, pero sobre todo que describen perfectamente la figura geométrica llamada Parábola.

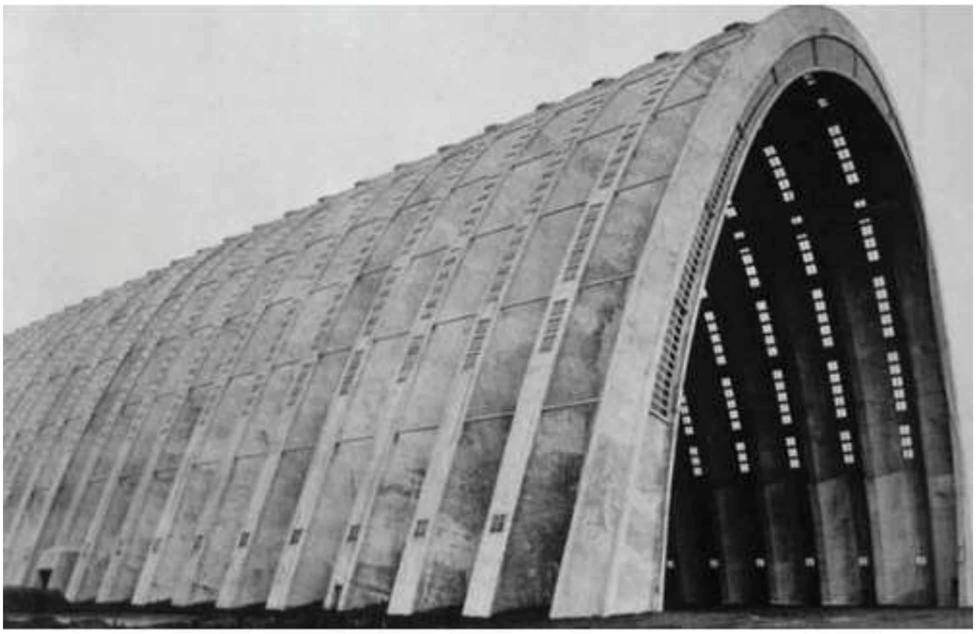


Figura 15: Hangar del Aeropuerto de Orly de hormigón pretensado (Eugene Freyssinet 1916, París Francia)

(Fuente: Arquiscopio archivo)

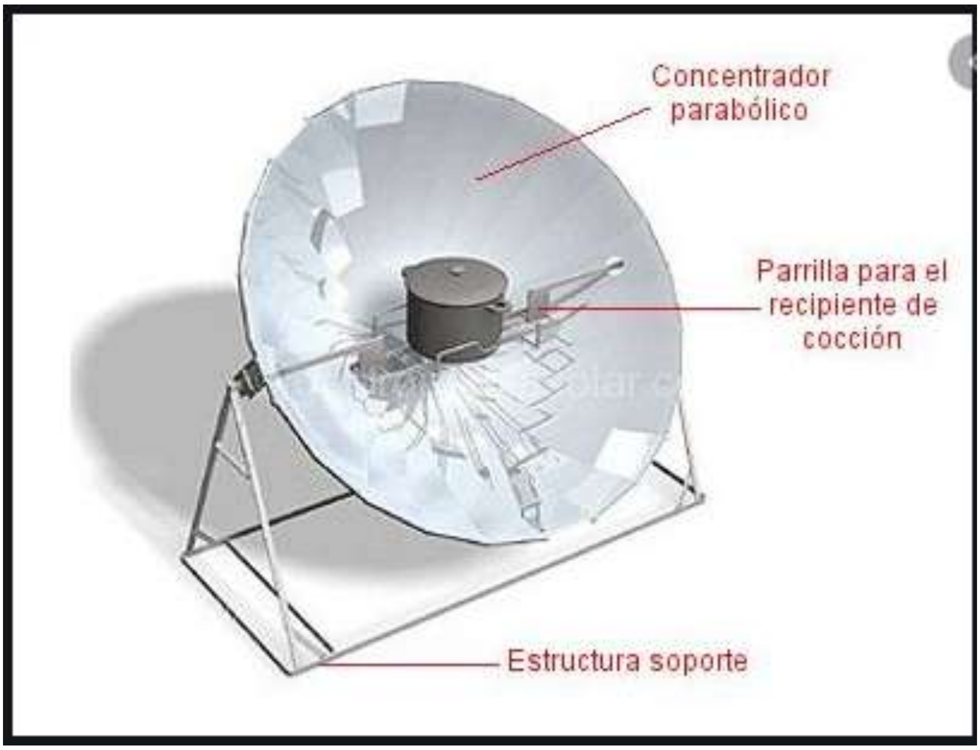


Figura 16: Cocina solar parabólica

Figura 17: Puente colgante Jiangyin, Jiangyin China (1994-1997)

(Fuente: Mundo deportivo)

Figura 18: La torre Eiffel, París Francia (1889, Gustavo Eiffel)

(Fuente: Google Earth)

4.3 Lugar geométrico (Uso de las gráficas)

Uno de los problemas que se presentan muy a menudo en la enseñanza aprendizaje, es la escaza o nula visualización que los alumnos tienen respecto a la representación gráfica de expresiones matemáticas, también se puede apreciar en ella como el discurso escolar de los docentes son abordados con métodos analíticos algebraicos que no están vinculados ni contextualizados con problemas físicos reales, debido a que no se pone en práctica la exploración de representaciones visuales asociadas con los conceptos.

En el contexto escolar las gráficas favorecen a representar datos generalmente cuantitativos, mediante recursos visuales como líneas rectas, curvas o superficies, asociando elementos como tiempo-espacio en un universo relativamente abstracto, que permite a los estudiantes tener una idea más clara en lo que respecta a una representación de una expresión matemática.

> El uso de las gráficas que las secuencias buscan favorecer, lleva a que el estudiante reconozca puntos claves e intervalos en ellas, que permitirán reconocer el comportamiento variacional del fenómeno tratado; esto es, desarrollar argumentos a través de los cambios y variaciones que pueden sufrir las variables para determinar si el comportamiento es curvo o lineal. (Briseño O. A., 2014)

Bajo este escenario podemos decir desde el punto de vista socioepistemológico, que las gráficas aportan elementos fundamentales en la construcción de nuevos conocimientos.

Según Bowen, Roth y McGinn (1999) citado en Buendía (2012)

> Reconocen la existencia de prácticas de graficación en las que importa quién es aquel que está interpretando una gráfica. Entienden la graficación como un conjunto de prácticas de representación, producción, lectura e incluso

crítica de gráficas; todas son de naturaleza social –de ahí el nombre de prácticas sociales-

4.4 Las gráficas como recurso de Modelación

La modelación es considerada en la escuela como una actividad que le da un sentido de aplicación a los conocimientos adquiridos en los distintos cursos de matemáticas. Es decir, una vez que los estudiantes han estudiado algunos aspectos de cierto conocimiento matemático por ejemplo la *función cuadrática* se espera que el estudiante los aplique en problemas asociados con un modelo cuadrático. Por otro lado, la graficación es considerada en la escuela como una habilidad que le permite al estudiante visualizar algunos de los aspectos que se presentan de cierto contenido matemático, siguiendo el ejemplo de la función cuadrática, la curva llamada parábola proporciona una forma visual de representar los puntos que satisfacen la expresión analítica de una ecuación cuadrática, o comprobar que la parábola definida como un lugar geométrico coincide con la curva que representan los puntos de la expresión analítica de una cierta función cuadrática (Suarez Téllez , Cordero Osorio, & Díaz Flores).

ELEMENTOS DE CONSTRUCCION	SITUACION DE TRANSFORMACION
Resignificación	Patrones de comportamiento gráfico y analíticos
Procedimiento	variación de parámetros
Procesos y objetos	Instrucción que organiza comportamientos
ARGUMENTACION	**GRAFICACION- MODELACION**

Tabla 1. La modelación-graficación como argumentación (Fuente: Suárez,2008, p. 50)

En nuestra actualidad es muy común estar en contacto con gráficas, de diferentes formas; lineales, circulares, de dispersión, barras, etc. Se han vuelto como un lenguaje familiar y cotidiano y si a esto le sumamos el apoyo de equipos computacionales resultan aún más accesibles. El uso de las nuevas tecnologías facilita la comprensión, motiva y hace que los estudiantes pongan más atención, lo que trae como consecuencia que los contenidos se asimilen más rápido.

Pero no siempre fue así, tan fácil de usar y tan sencillo de comprender si no que tuvieron que pasar muchos años, y fue hasta en el siglo XVII, cuando se mostraron los primeros avances que prepararon el camino para lograr su evolución hasta llegar hasta lo que hoy conocemos.

Como tal, las gráficas son parte importante para la comunicación tanto en la ciencia como en la tecnología. Son utilizadas para ilustrar y presentar un conjunto de datos relacionados entre sí que permita facilitar su comprensión e interpretación. Nos ayudan en menor o mayor medida a visualizar la información estudiada.

> Arrieta y Hernández (2005), Méndez (2006 y 2008) y Suárez (2008), mencionados en Briseño (2014), nos comentan que a través de la modelación surgen conocimientos matemáticos como herramientas de intervención; por ejemplo se han dado evidencias que a través de actividades que hacen referencia a fenómenos físicos, los individuos construyen conocimientos usando herramientas aplicando la modelación junto a la graficación.

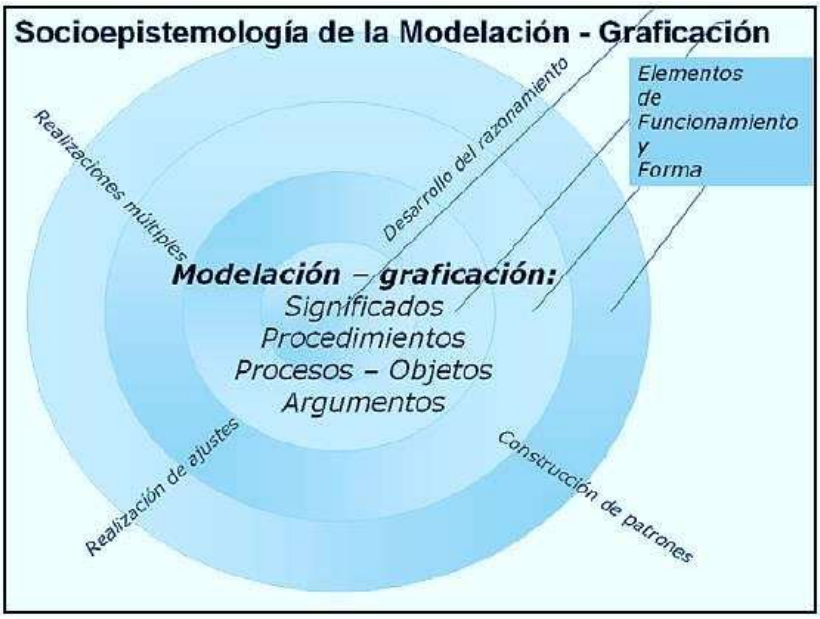


Figura 18: Modelación-graficación una categoría para la matemática escolar (research Gate)

En nuestro trabajo de investigación el uso de las gráficas es con el objetivo que los estudiantes reconozcan puntos e intervalos claves que les permitirá reconocer el comportamiento variacional del fenómeno en cuestión; es decir desarrollar argumentos a través de los cambios y variaciones que puedan sufrir las variables para determinar si el comportamiento es curvo o lineal.

Estamos conscientes que en el nivel medio superior el discurso matemático escolar (**DME**) carece de ejemplos o actividades con fenómenos reales que fortalezcan el aprendizaje. Según (Vera 2003) Hemos aprendido a "pensar por separado". En algunas ocasiones dentro de las aulas los profesores tratamos la parte algorítmica y su lugar geométrico, desligado de un contexto social, porque no se cuenta con las herramientas de medición apropiadas para llevar a cabo ciertas actividades o porque recurrimos en la práctica educativa tradicional.

En los últimos años se han hecho propuestas educativas donde las miradas apuntan a que el estudiante lleve a cabo un proceso constructivo del conocimiento, donde participen, discutan, interactúen analicen el ¿Por qué? y el ¿Cómo? y esto los conduzca a un contexto social es decir que los alumnos no solo se matematicen sino construyan sus propios conocimientos.

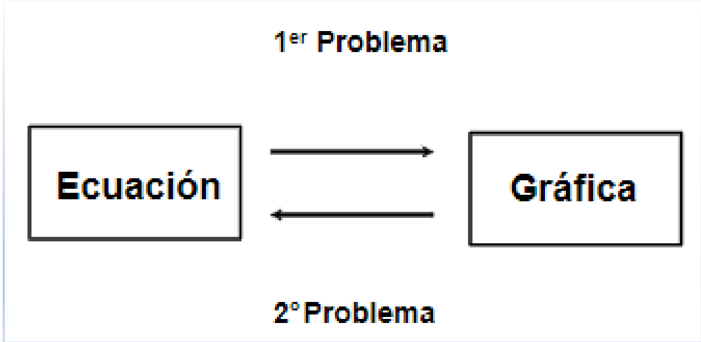
Bajo esa perspectiva hemos diseñado esta actividad donde el alumno enfoque su atención en el comportamiento de la **FC**, de sus gráficas que las conforman y ver si puede distinguir como afecta la variación de sus parámetros de esta expresión algebraica. Primero con datos previos, mismo que los vacía en tablas que posteriormente graficarán. En esta etapa se espera también que el estudiante note la diferencia entre aprender y construir una función cuadrática además de comprender el significado de las gráficas, sus características y lo que representan cada una de ellas.

4.5 Diseño de la secuencia didáctica

En primera instancia se plantean algunas preguntas para bosquejar sus conocimientos sobre las expresiones matemáticas, con el propósito que el alumno vaya descubriendo por sí mismo lo que representa cada uno de los elementos de dichas expresiones, sus características, sus relaciones y finalmente su aplicación. En primera instancia veremos si los alumnos de tercer semestre de bachillerato por simple inspección logran reconocer de qué expresión matemática se trata y luego que a través de los lugares geométricos deduzcan su expresión matemática.

En el estudio de la geometría analítica existen dos cuestiones fundamentales que hay que mencionar:

- Dada la ecuación de un sistema de coordenadas, determinar la gráfica o lugar geométrico de los puntos que verifican dicha ecuación.
- Dado el lugar geométrico de un sistema de coordenadas, para obtener su ecuación.



El propósito es que el estudiante interprete, argumente, comunique y resuelva diversas situaciones de su contexto por medio de las gráficas y análisis que incluyan representación de figuras en el plano cartesiano.

4.5.1 Situación didáctica sin TIC

El objetivo de esta etapa es inducir al alumno para que aprenda a descubrir e interpretar variables, así como las normas de operación entre ellas, además de descubrir reglas o patrones que se presentan en cada situación con la finalidad que por simple vista reconozca e interprete una expresión algebraica y su lugar geométrico.

La actividad se llevó a cabo con estudiantes del nivel medio superior de tercer semestre de bachillerato, elegidos de manera aleatoria pertenecientes a la Escuela preparatoria Juan Sabines Gutiérrez del municipio de Suchiapa Chiapas.

Se presentan a continuación algunas actividades donde los alumnos desarrollaran y reforzaran habilidades algorítmicas y de modelación con intervalos de tiempo en minutos.

4.5.2 Primera secuencia

La primera secuencia se basa en un cuestionario de preguntas numéricas relacionadas a expresiones algebraicas, el propósito es que el alumno analice, interprete y bosqueje cada una de las expresiones dadas y deduzca el lugar geométrico que nos genera cada expresión o viceversa, que cada lugar geométrico a que expresión algebraica corresponde. Esta actividad se realizará formando dos equipos de tres integrantes cada uno y tendrán un margen de tiempo para resolver cada actividad.

Actividad 01

Dadas las siguientes expresiones matemáticas, por simple inspección indica qué lugar geométrico describe o genera cada una de ellas.

Se les da un lapso de tiempo para que realice esta actividad

Duración: 30 minutos

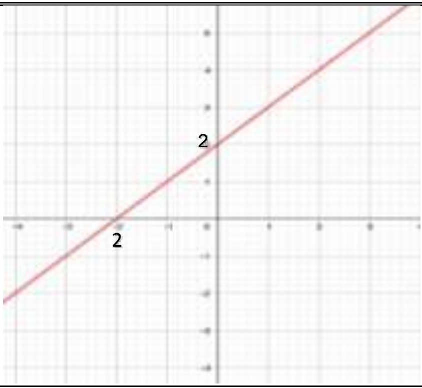
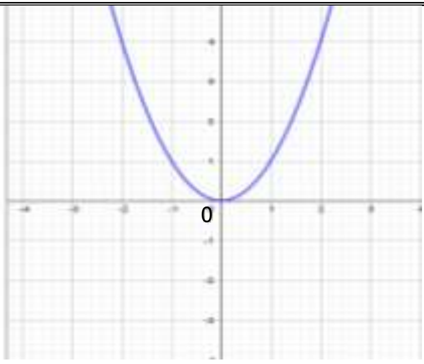
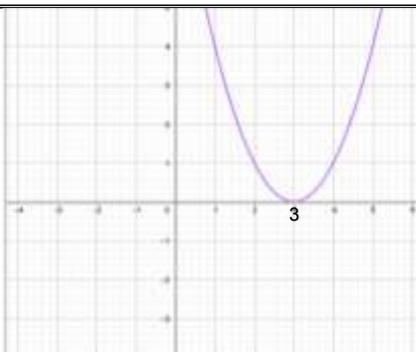
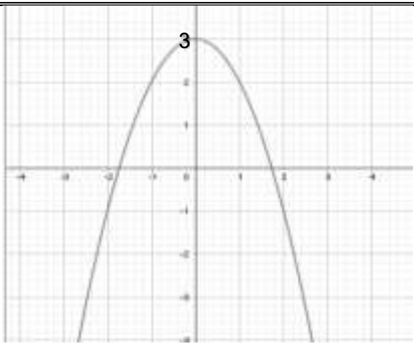
Expresión	Lugar geométrico	Observaciones
a).- y= x		
b).- y= x x		
c).- y= 2x		
d).- y= x +2		
e).- y = $x^2 + 2$		

Actividad 02

Dadas las siguientes figuras o lugares geométricos encontrar la ecuación o expresión matemática de acuerdo a las características que presentan.

Se les da un lapso de tiempo para que realice esta actividad

Duración: 30 minutos

Lugar geométrico	Expresión matemática
	
	
	
	

Actividad 03

Con base a la función polinómica de segundo grado f(x)= ax^2+bx +c, se formulan las siguientes preguntas:

a).- ¿Cómo se comportará la gráfica si al término cuadrático se le asocia un coeficiente ***A*** con valor igual cero?

b).- ¿Cómo se comportará la gráfica si al término lineal se le asocia un coeficiente ***B*** con valor iguala cero?

c).- ¿Cómo se comportará la gráfica si al término independiente es igual a cero?

Actividad 04

En esta actividad se destacan varias representaciones de funciones para que el alumno desarrolle habilidades de visualización matemática. Se espera que el alumno mediante la posibilidad de interacción con sus compañeros promueva la construcción de imágenes que posiblemente lo ayudaran a entender mejor el concepto de función.

Para esta actividad se recomienda que se construyan tablas donde se registren los valores que se van obteniendo de cada expresión hasta tener una idea clara de la forma de la gráfica, todo esto se hará de manera manual sin ayuda de ningún tipo de herramienta tecnológica.

A través de la modelación se espera que el individuo fundamente el saber hacer en contexto y genere significados para el conocimiento matemático. Este conocimiento se concibe no en función de la adquisición del concepto de "función cuadrática" sino en la generación de significados a través de la práctica de modelación; por ello se habla de resignificación (Augusto Briseño & Buendía Abalos).
Observa las siguientes funciones cuadráticas, esboza la gráfica e identifica su orientación o concavidad.

a). f(x) = - $x^2 + 3$ *Posición*:____________________	b). f(x) = $x^2 + 3x + 2$ *Posición*:____________________
c). f(x) = $2x^2 + 3$x -5 *Posición*:____________________	d). f(x) = $-2x^2 + 4x - 5$ *Posición*:____________________
e). f(x) = - $x^2 - 3x + 1$ *Posición*:____________________	f). f(x) = $2x - 2x^2$ *Posición*:____________________

4.6 Situación didáctica con apoyo de las TIC´s

Introducción

En la siguiente actividad se busca fortalecer la base teórica del alumno enfocando su atención en el comportamiento de las curvas (Parábolas) conforme cambian los parámetros, elabora un registro de datos vaciados en tablas que las va graficando. Para esta actividad el alumno se apoya de herramientas tecnológicas como es la geometría dinámica (GeoGebra).

Como se dijo en el capítulo I, y se hará notar en este capítulo, como las Tecnologías de la información y la comunicación **(TIC)** juegan un papel bien importante en la actualidad para mejorar el proceso de aprendizaje y cambiar las actitudes de los estudiantes relacionados con los contenidos matemáticos.

Según Cabero (1999b); Beltrán (2001); Kennedy, Odell y Klett (2001, citado en: (López, 2009) El uso de las TIC en la enseñanza presenta una serie de ventajas, en comparación con los antiguos recursos educativos llevados al aula:

- *Flexibilidad instruccional,* facilitan ritmos de aprendizajes distintos.
- *Complementariedad de códigos,* permiten al estudiante recibir la información desde distintos canales sensoriales.
- *Aumento de la motivación,* acompañado de una mayor implicación en su proceso de aprendizaje.
- *Actividades colaborativas y cooperativas,* se produce una mayor interacción verbal y participación en los trabajos, que potencia las relaciones sociales.

Tomando esto en consideración, para llevar a cabo la realización de este proyecto haremos uso de una herramienta didáctica GeoGebra, que como dijimos anteriormente es un software que nos permite abordar la geometría analítica de una forma dinámica e interactiva, por consecuencia facilita a los estudiantes la construcción de conocimientos de una forma innovadora. Es importante destacar que el uso y manejo de este software (GeoGebra) ofrece grandes ventajas por medio de aplicaciones prácticas. En nuestro caso haremos uso de un simulador de movimientos creado con GeoGebra donde el alumno podrá apreciar los diferentes tipos de graficas con los cambios variacionales aplicados a un fenómeno físico de Movimiento rectilíneo Uniforme (M.R.U.) y posteriormente de Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado M.R.U.A.

Para contextualizar la problemática, recurrimos a un grupo de estudiantes para plantearle una tarea en la que se les pide graficar una situación de movimiento Rectilíneo Uniforme (SP MRU) diseñado con geometría dinámica en la que un móvil recorre una pista de 200 metros; el objetivo es que los alumnos mediante un video (video-MRU1) puedan: a) determinar la posición del móvil partiendo de una posición (xo) con una velocidad (v) en un tiempo determinado (t), b) obtener la ecuación de la posición (xo) del móvil para cualquier tiempo (t), c) una vez obtenida la ecuación de acuerdo a los parámetros dados se exhorta a los alumnos modelar una situación de movimiento virtual de este fenómeno a través de gráficas.

A continuación, se describen los pasos para la construcción de un simulador

01.- La aplicación está construida con GeoGebra, y consiste en lo siguiente:

a).- Se tiene una pista de 200 metros donde se representa el movimiento de un móvil.

b).- Una ventana gráfica donde aparece la gráfica de dicho movimiento.

c).- Los parámetros del movimiento del móvil

2).- Ubica el parámetro tiempo (t) en cero.

3).- Ubica la posición inicial (xo) en cero

4).- Ubica la velocidad (v) en 10

5).- Ubica la velocidad (v) en 20 y observa la gráfica:

¿Qué sucede con la pendiente de la recta y que representa la gráfica?

6).- Ubica la velocidad (v) en 5

4.7 Segunda secuencia

SP MRU1

Una partícula **A** se mueve sobre una línea recta medida en metros (m) y con un punto de referencia **O** como origen. La partícula viaja con una velocidad constante de 25 m/s.

En el instante (t= 0 s) a partir que empezamos a medir el movimiento, la partícula se encuentra en la posición xo = 30 m como se muestra en el video (**Video MRU1**)

Actividad MRU1.

1. Determina cuál será la posición de la partícula en el instante t= 5 s

2.- Obtén la ecuación de la posición (x) para cualquier tiempo t.

3.- Usa la ecuación obtenida para determinar la posición final de la partícula

A al terminar el video (t=4.47 s).

4.- Dibuja la gráfica del movimiento de la partícula en un sistema coordenado

Como el siguiente:

SP MRU2

Dos partículas avanzan hacia la derecha sobre una línea recta medida en metros (m) y con un punto de referencia **O** como origen (ver **video MRU2)**.

En el tiempo t= 0 s, la partícula **A** se encuentra en la posición x=100 m y viaja con una velocidad constante de 30 m/s.

En el tiempo t= 0 s, la partícula **B** se encuentra en la posición x=10 m y viaja con una velocidad constante de 50 m/s.

Actividad MRU2.

a. Obtén una ecuación de la posición en función del tiempo para cada partícula.
b. ¿Cuánto tiempo tarda la partícula **B** en alcanzar a la partícula **A**?
c. ¿Cuánto vale la posición **B** cuando alcanza la partícula **A**?
d. Dibuja las dos graficas en el siguiente plano coordenado.

SP MRU3

Dos partículas se mueven sobre una recta como se muestra en el siguiente video (video MRU3).

Actividad MRU3

a. Si la partícula **A** se mueve con una velocidad constante de 15 m/s y la partícula **B** con una velocidad constante de 25 m/s ¿en qué momento están ambas en la misma posición?

b. Dibuja las gráficas en un mismo sistema coordenado indicando el punto de intersección de ambas rectas.

4.8 El escenario de la investigación

Como todo trabajo de investigación es necesario que todo lo que se dice en teoría se contextualice o aterrice en un escenario real, es decir que lo que se dice dentro del salón de clase se traslade a la práctica para alcanzar un aprendizaje significativo y con ello la resignificación del conocimiento. Es por ello que en esta fase se procura que sean los propios alumnos a través de los diferentes escenarios, que argumenten sus conocimientos, manifiesten sus dudas y expresen sus comentarios acerca del tema.

> Según Buendía (2004), tratado en Briseño (2014), nos comenta que resignificación no es establecer un significado nuevo en un contexto, para luego buscar otro que resignifique lo ya significado; más bien es la construcción del conocimiento mismo en la organización del grupo humano, y regulado por aspectos institucionales y culturales.

- **Escenario extramuros**

Las actividades extramuros, conocidas también como "Prácticas de campo" (PC), no solo ponen en juego el conocimiento teórico, sino que también al estar interactuando los alumnos entre si encuentran vínculos de identidad, mejor flujo de información y por ende el conocimiento se adquiere de manera más sencilla y práctica. Para nuestro trabajo esta actividad se realizó, como se dijo anteriormente con un grupo de alumnos del tercer semestre de bachillerato, elegidos de manera aleatoria; durante la secuencia se llevaron a cabo varias sesiones dentro de las cuales las dos primeras actividades trabajaron durante un lapso de tiempo de 30 minutos cada una. Estas secuencias se realizaron fuera de un contexto escolar debido a las circunstancias de la pandemia SARS-COV-2 (COVID-19), cuidando los protocolos que señala la Organización Mundial de la Salud, como la sana distancia, el cubre boca, obligatorio y bajo un ambiente de armonía y respeto de todos los participantes.

Figura 19: Resolviendo Actividad 01

4.9 Resultados obtenidos

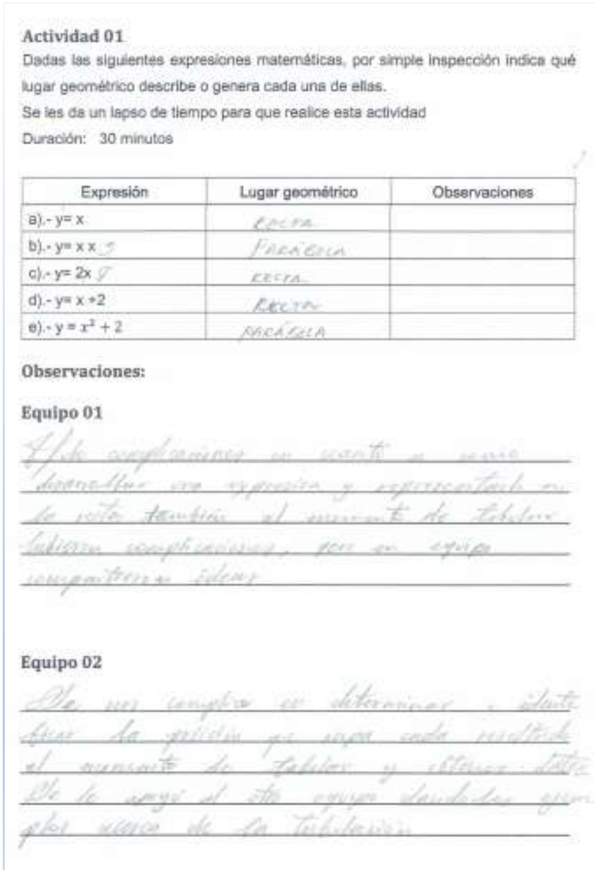
Primera actividad

Para llevar a cabo esta actividad, se formaron dos equipos de 3 integrantes cada uno. El primer equipo conformado por: Daniel Andrés Toalá Náfate, David Antonio Teco Cruz y Kevin Yair Serrano Pérez; el segundo equipo, lo conforman: Armando Emmanuel Toalá Champo, Eridani del Rosario Toledo Esquínca y Jorge Alexander Díaz Morales. Podemos destacar que el equipo 01 es comandado por Daniel Andrés y el equipo 02 por Jorge Alexander.

En la primera actividad, que tiene como contenido 5 expresiones Matemáticas, ellos tenían que determinar el lugar geométrico que ocupa esa expresión en los ejes cartesianos. Se observa que el alumno David quien advirtió que no le gusta las matemáticas, tuvo ciertas dificultades para determinar de qué trataba una expresión, por lo que acudió a sus compañeros de equipo, Daniel y Kevin; optaron por recurrir a realizar un bosquejo mediante tablas.
Mientras que Alexander, inmediatamente al ver las expresiones matemáticas, dijo de qué gráfica trataba cada expresión. Por consiguiente, el equipo número 02, avanzó de manera rápida, mientras Armando Realizaba tabulaciones, Eridani

revisaba que los parámetros estuvieran correctos, por otro lado, Alexander realizaba las gráficas con los datos obtenidos para confirmar que efectivamente se tratara del lugar geométrico indicado.

A través de esta actividad se espera que el alumno reconozca si es posible a primera vista sin recurrir a las tablas ni a las gráficas, a qué lugar geométrico corresponde cada expresión algebraica.



Actividad 01

Dadas las siguientes expresiones matemáticas, por simple inspección indica qué lugar geométrico describe o genera cada una de ellas.

Se les da un lapso de tiempo para que realice esta actividad

Duración: 30 minutos

Expresión	Lugar geométrico	Observaciones
a).- $y = x$	RECTA	
b).- $y = x\,x$	PARÁBOLA	
c).- $y = 2x$	RECTA	
d).- $y = x + 2$	RECTA	
e).- $y = x^2 + 2$	PARÁBOLA	

Observaciones:

Equipo 01

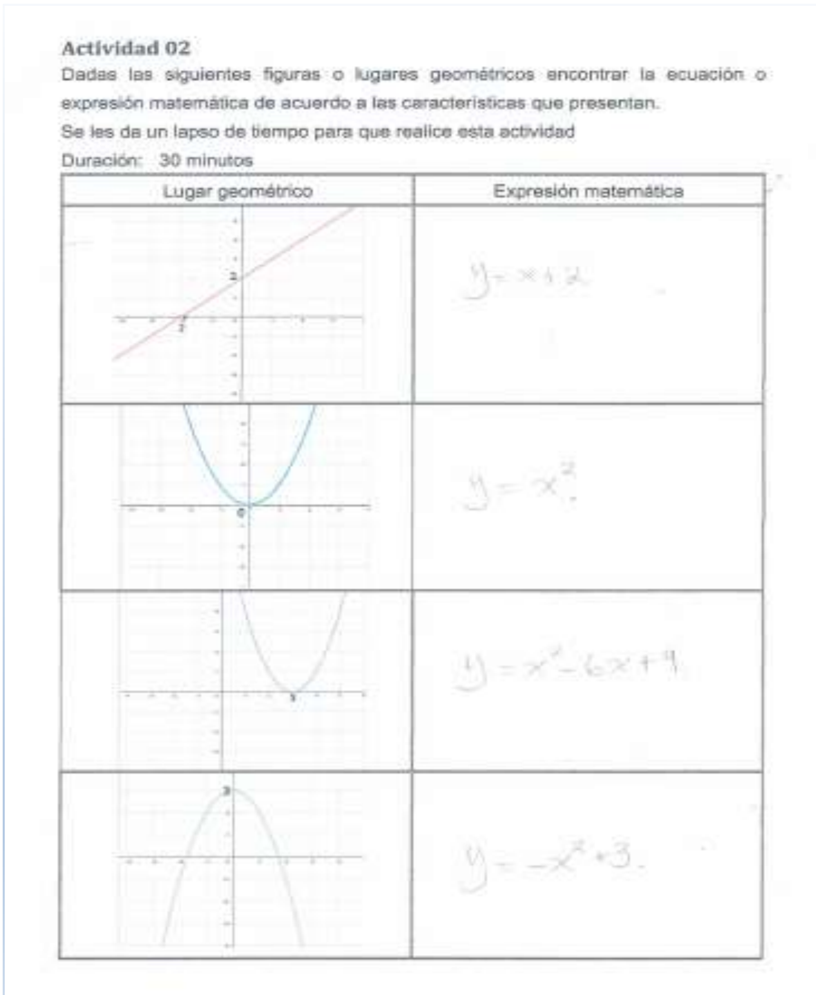
Equipo 02

Figura 20: Resultados de la actividad 01

Segunda actividad

De acuerdo a la segunda situación de la geometría analítica que dice: dado un lugar geométrico de un sistema de coordenadas, obtener su ecuación; En la actividad número 2, se trata de hallar la expresión matemática que le correspondía a 4 gráficas distintas, el tiempo estimado para realizar dicha actividad constaba de 30 minutos. En el equipo 1, se observa que Daniel volvió a la hoja de la actividad 01, para corroborar así el modelo de expresión matemática a la que pertenecía una recta y una parábola. David y Kevin, hicieron uso de GeoGebra para comprobar la expresión que hallaron con la gráfica que le correspondía.

Por su parte el equipo de Alexander, Eridani y Armando intuyeron inmediatamente que el primer lugar geométrico pertenecía a una parábola con concavidad hacia arriba y el segundo lugar geométrico correspondía a una parábola, pero invertida, haciendo énfasis que el signo del término cuadrático determina la posición. Para estar más seguros Armando las verifica tabulando, Alexander también hizo lo propio pero haciendo uso de la tecnología (GeoGebra) para corroborar que las expresiones correspondieran a la gráfica proporcionada en la actividad.



Actividad 02

Dadas las siguientes figuras o lugares geométricos encontrar la ecuación o expresión matemática de acuerdo a las características que presentan.

Se les da un lapso de tiempo para que realice esta actividad

Duración: 30 minutos

Lugar geométrico	Expresión matemática
	$y = x + 2$
	$y = x^2$
	$y = x^2 - 6x + 9$
	$y = -x^2 + 3$

Figura 21: Resultados de la actividad 02

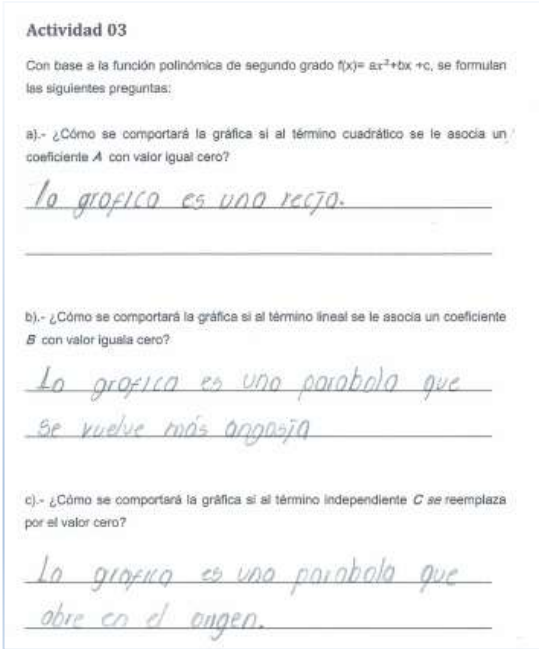
Tercera actividad:

Con respecto a la tercera actividad, a los alumnos se les otorgó una función polinómica de segundo grado $f(x) = ax^2 + bx + c$, de la que surgieron las preguntas que a continuación se describen:

a) ¿Cómo se comportará la gráfica si al término cuadrático se le asocia un coeficiente **A** con valor igual a cero?
b) ¿Cómo se comportará la gráfica si al término lineal se le asocia un coeficiente **B** con valor igual a cero?
c) ¿Cómo se comportará la gráfica si al término independiente **C** se reemplaza por el valor cero?

Esta actividad generó un debate entre integrantes de ambos equipos, en relación al coeficiente del término cuadrático, que es quien define a la curva llamada parábola en cuanto sus ramas.

El equipo liderado por Daniel acudió al equipo de Alexander, para que los orientara sobre lo que tenían que hacer, por su parte el equipo de Alexander ya sabía qué hacer, pero ambos equipos realizaron bosquejos mediante tablas y gráficas, lo que ellos conocen como tabulación, por medio de ello, le dieron los valores correspondientes a cada término de la ecuación cuadrática, llegando al siguiente resultado.


Actividad 03

Con base a la función polinómica de segundo grado f(x)= ax²+bx +c, se formulan las siguientes preguntas:

a).- ¿Cómo se comportará la gráfica si al término cuadrático se le asocia un coeficiente *A* con valor igual cero?

lo grafica es una recta.

b).- ¿Cómo se comportará la gráfica si al término lineal se le asocia un coeficiente *B* con valor iguala cero?

La grafica es una parabola que se vuelve más angosta

c).- ¿Cómo se comportará la gráfica si al término independiente *C se* reemplaza por el valor cero?

La grafica es una parabola que abre en el origen.

Figura 22: Resultados de la actividad 03

Cuarta actividad:

En la actividad 04, se pide a los alumnos esbozar la gráfica de cada una de las funciones que se les presenta, así como también identificar su orientación o concavidad sin ayuda de herramienta tecnológica; se les recomienda hacer uso de las tablas para poder realizar esta actividad.

En cuanto al equipo 1, Daniel distribuyo la actividad con David y Kevin integrantes del equipo, se trataba de seis funciones cuadráticas tocándole dos a cada uno. David tiene dudas sobre lo que es concavidad o posición de la parábola a lo que Daniel le responde que es la orientación de la misma, y le explica que si sus ramas abren hacia arriba es una parábola cóncava hacia arriba y si sus ramas abren hacia abajo es una parábola cóncava hacia abajo o también se le llama convexa. Así elaboraron sus tablas y las representaron en el plano cartesiano obteniendo así el lugar geométrico y su posición de cada parábola.

Por otro lado, el equipo de Alexander, también repartió la tarea, pero de manera distinta, Armando le tocaron 3 funciones y a Eredani las otras tres mientras que Alexander graficaba en su libreta para comprobar su orientación.

Al momento de esbozar las gráficas, se observa que el equipo 1 no le dedicó esfuerzo para representar bien las gráficas obtenidas, no usaron bien las escalas ni ilustraron para darle una mejor presentación a las gráficas, mientras que el equipo 2 se nota la diferencia pues ilustran la parábola con color e indican bien los puntos por donde pasa la gráfica.

Con lo anterior, se observa que, aunque un equipo trabaje de manera rápida y se distribuya mejor el trabajo, los alumnos presentan habilidades distintas, la cual hace mucho énfasis en el equipo 2, el capitán de este equipo conocía bien a sus compañeros de trabajo, por lo que sabía que tareas asignarles y es lo que le faltó el equipo 1.

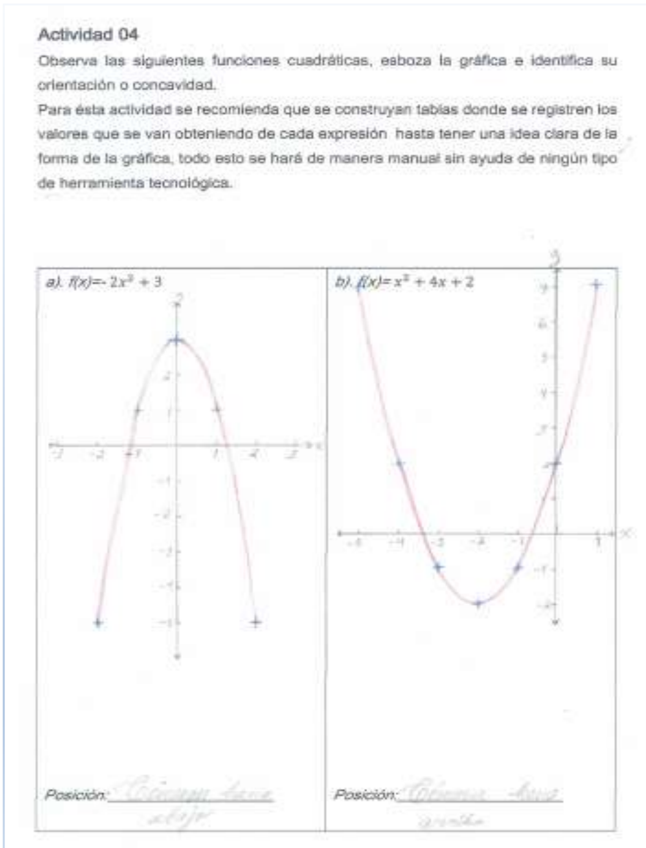


Figura 23: Resultados de la actividad 04

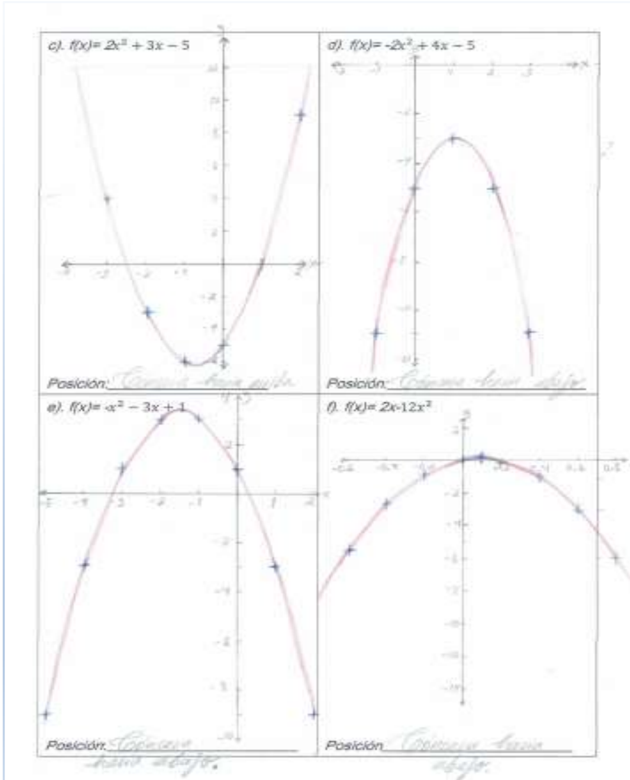


Figura 24: Resultados de la actividad 04

4.10 Fase modelación graficación con tecnología

En esta fase se hace uso de la tecnología para modelar situaciones de movimiento, mediante un video de MRU editado en GeoGebra de donde obtendrá información para graficar (posición-tiempo, velocidad-tiempo) en el que se aprecia un móvil (partícula) en una pista de 200 m, para que el alumno describa la posición o la gráfica de dicho móvil. También se le proporciona un esquema referencial como apoyo. Como el que se ve en la figura.

En virtud que los alumnos aún no están familiarizados con la tecnología, se les impartió un breve taller de 50 min para así ellos puedan realizar sin mucho contratiempo estas actividades.

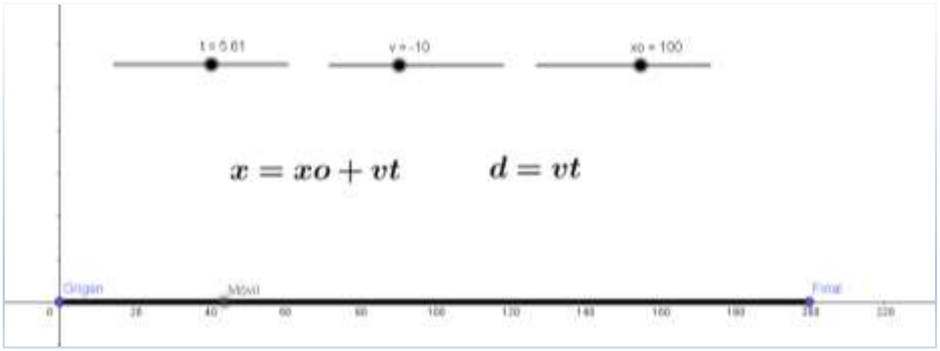


Figura 25: Esquema referencial (creado con Geogebra)

Figura 26: Taller impartido a los alumnos

4.10.1 Situación didáctica MRU

En la actividad MRU1 a los alumnos se les proporciono una situación didáctica en la que cada equipo debía: 1) Determinar la posición que ocuparía una partícula **A** que está en movimiento sobre una línea recta, 2) Obtener la ecuación de la posición (x) para cualquier tiempo (t), 3) Usar la ecuación para determinar la posición final de la partícula y d) dibujar la gráfica del movimiento de la partícula en un sistema coordenado.

La siguiente actividad se fundamenta en el análisis del desplazamiento de una partícula que se mueve sobre una línea recta con una velocidad (v) partiendo de un punto dado (x). Lo que se pretende en esta actividad es que el estudiante analice el movimiento del objeto (partícula), observe su recorrido, relacione tiempo-distancia y argumente sus respuestas de las preguntas planteadas. El fenómeno propuesto se simula a través del software de GeoGebra como se ilustra en la figura.

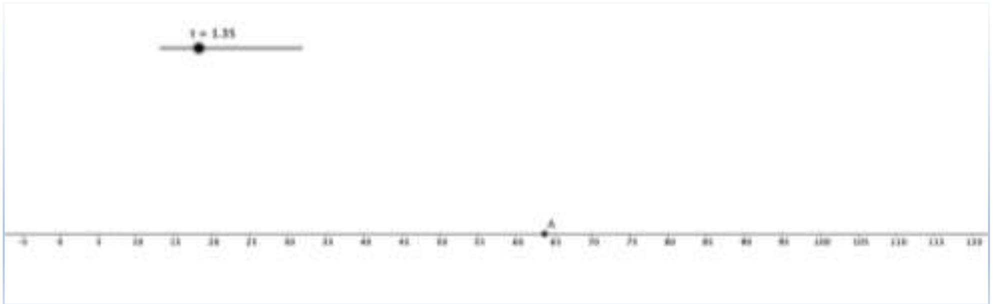


Figura 27: Representación del movimiento de una partícula con tecnología (GeoGebra- MRU1)

El uso de las herramientas tecnológicas, permitió explorar el significado del movimiento de la partícula respecto al tiempo en la representación gráfica, en este caso del Movimiento rectilíneo de una partícula.

SP MRU1

Para la primera actividad MRU1, el equipo 1 liderado por Daniel, tuvo dificultades al momento de usar la ecuación que había obtenido, y a David no le arrojaba el mismo resultado que Kevin sobre la posición final de la partícula A, y al momento de graficar, Daniel y David no sabían sobre que ejes colocar la posición tiempo. Por otro lado, el equipo 2, liderado por Alexander, tuvo dificultades en cuanto a obtener la ecuación, Eredani y Armando solo se centraron en eso y una vez obtenida la ecuación el equipo avanzó de manera eficaz con el trazo de la gráfica. En cuanto a la pregunta 3 ambos equipos presentaron resultados erróneos pues no consideraron la posición de la partícula (x=30 m).

SITUACION DIDACTICA

SP MRU1

Una partícula A se mueve sobre una línea recta medida en metros (m) y con un punto de referencia O como origen. La partícula viaja con una velocidad constante de 25 m/s.

En el instante (t= 0 s) a partir que empezamos a medir el movimiento, la partícula se encuentra en la posición xo = 30 m como se muestra en el video (**Video MRU1**)

Actividad MRU1.

1. Determina cuál será la posición de la partícula en el instante t= 5 s

$x_0 = 155\ m$

2.- Obtén la ecuación de la posición (x) para cualquier tiempo t.

$x_0 = t\,(25\ m/s) + 30\ m$

3.- Usa la ecuación obtenida para determinar la posición final de la partícula A al terminar el video (t=4.47 s).

$x_0 = 111.75\ m$

4.- Dibuja la gráfica del movimiento de la partícula en un sistema coordenado como el siguiente:

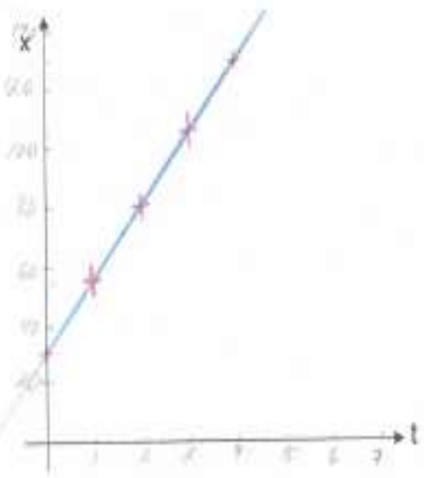


Figura 28: Resultados de la SP MRU1

SP MRU2

En esta segunda fase los alumnos también se involucran haciendo uso de la tecnología para modelar situaciones de movimiento, mediante un video de MRU2 editado en geogebra de donde obtendrán información para graficar (posición-tiempo, velocidad-tiempo), visualizando el comportamiento de dos partículas que se mueven en línea recta con punto de referencia **O** como origen. En el tiempo t= 0 s, la partícula **A** se encuentra en la posición x=100 m y viaja con una velocidad constante de 30 m/s, en el tiempo t=0 s, la partícula **B** se encuentra en la posición x=10 m y viaja con una velocidad constante de 50 m/s.

MRU2

En la actividad MRU2, mediante una situación didáctica (video MRU2) que se les presenta ambos equipos debían: a) Obtener una ecuación de la posición en función del tiempo para cada partícula; b) ¿Cuánto tiempo tarda la partícula **B** en alcanzar la partícula **A**?; c) ¿Cuánto vale la posición **B** cuando alcanza la partícula **A**? y d) Dibujar las gráficas que arrojan los movimientos de las partículas **A** y **B** en un sistema coordenado. El fenómeno propuesto se simula a través del software de geogebra como se ilustra en la figura.

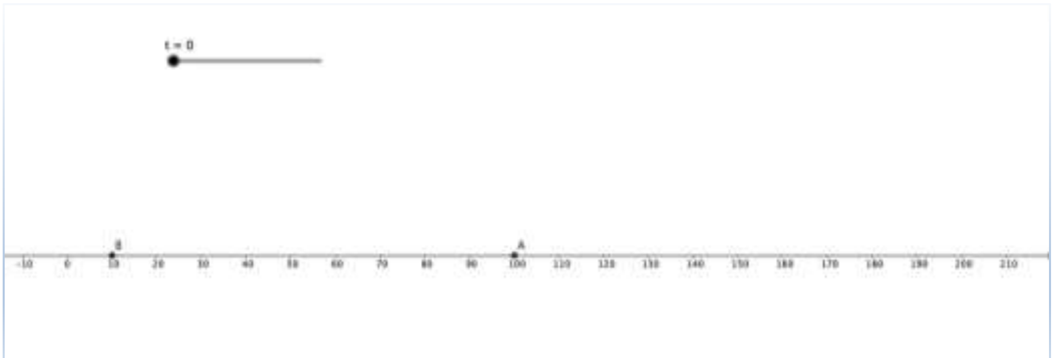
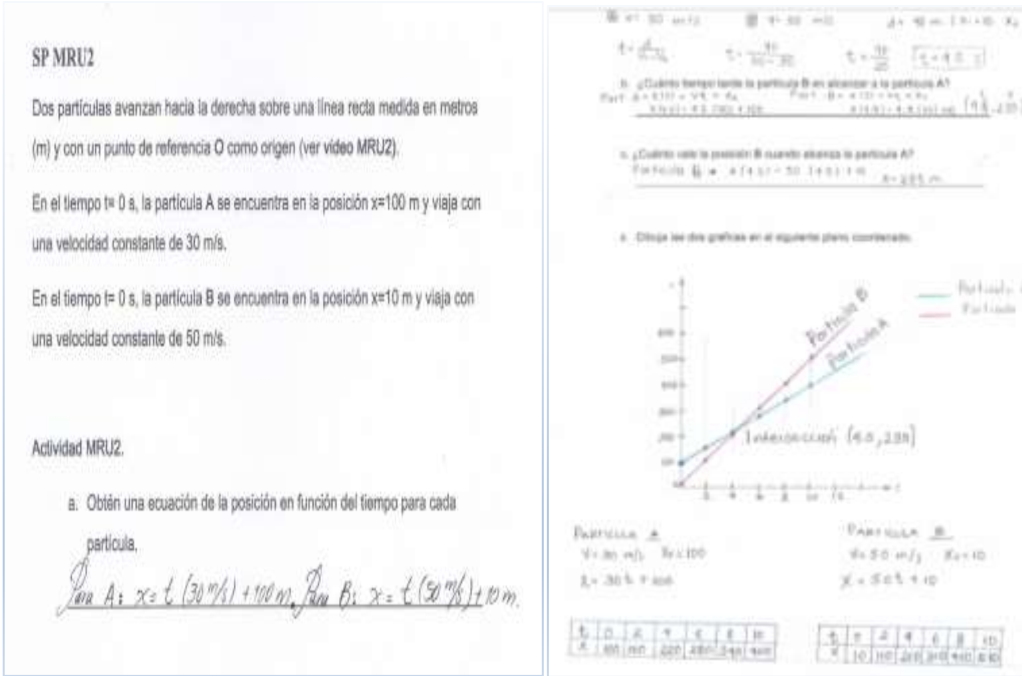


Figura 29: Representación del movimiento de dos partículas con tecnología (GeoGebra-MRU)



SP MRU2

Dos partículas avanzan hacia la derecha sobre una línea recta medida en metros (m) y con un punto de referencia O como origen (ver video MRU2).

En el tiempo t= 0 s, la partícula A se encuentra en la posición x=100 m y viaja con una velocidad constante de 30 m/s.

En el tiempo t= 0 s, la partícula B se encuentra en la posición x=10 m y viaja con una velocidad constante de 50 m/s.

Actividad MRU2.

a. Obtén una ecuación de la posición en función del tiempo para cada partícula.

Para A: x= t (30 m/s) + 100 m, Para B: x= t (50 m/s) + 10 m.

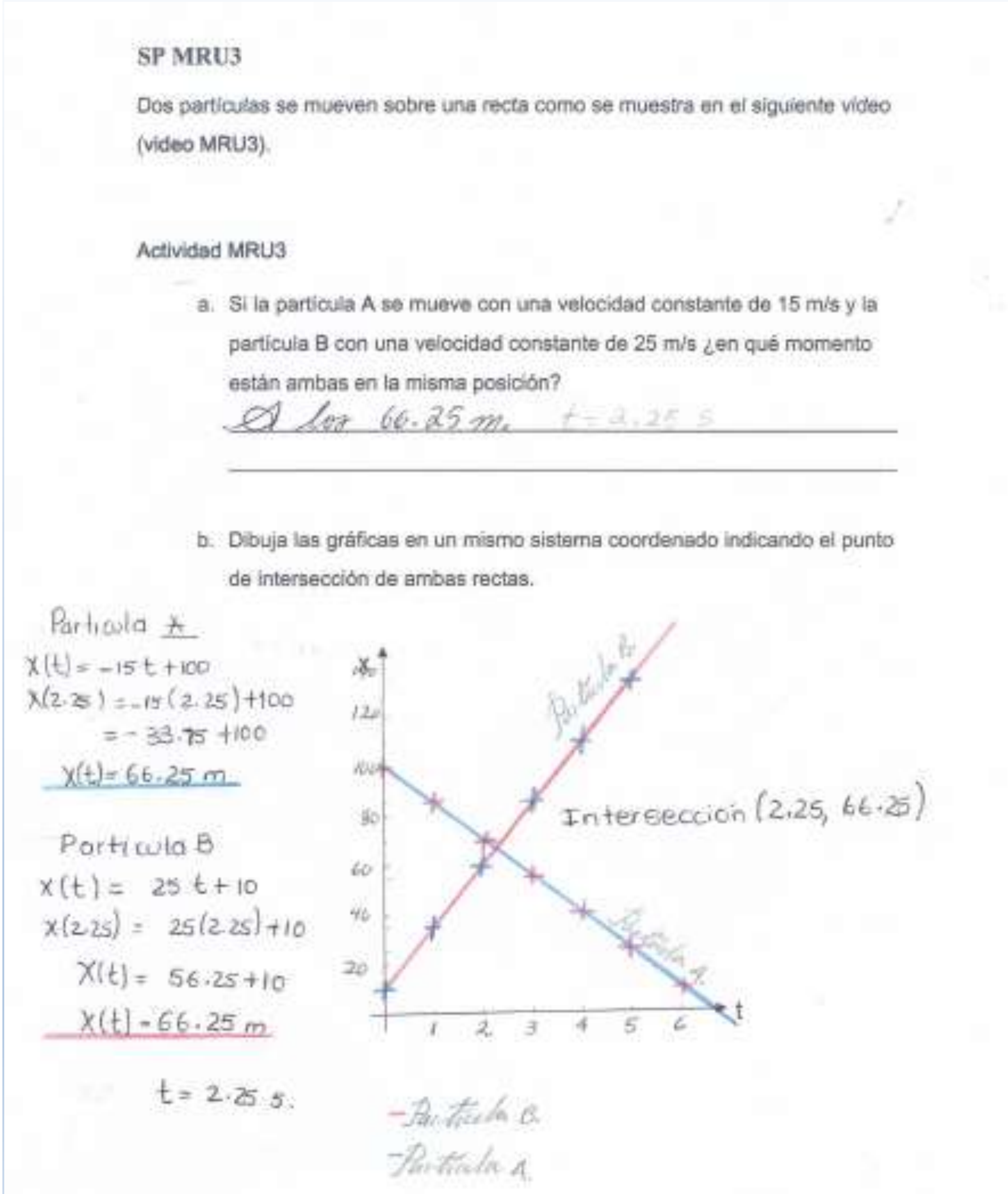
Figura 30: Resultados de la SP MRU2

SP MRU3

En lo que respecta al tercer evento, el equipo de Daniel tiene la dificultad al momento de ubicar en el plano cartesiano cada una de las partículas y saber que partícula estaba graficando, y al momento de determinar el tiempo que tarda la partícula **B** en alcanzar a la partícula **A;** el equipo 2 tuvo dificultades como tomar en cuenta la posición inicial de cada partícula al momento de formular la ecuación para cada partícula, y también cuando se calculó en que momento la partícula **B** alcanza a la partícula **A**, porque algebraicamente, los datos que obtuvo Alexander eran diferentes a los de Eredani y Armando una vez que hubieron graficado.

Para la última situación didáctica (MRU3), ambos equipos terminaron rápido, no tuvieron dificultad para asimilarla.

El equipo 2 terminó las tres actividades en 30 minutos, el equipo 1 ocuparon un poco más de tiempo. Como en todos los eventos antes de comenzar la actividad los dos equipos compartían experiencia intercambiaban ideas sobre la resolución de los problemas y se repartían el trabajo. Se trabajó de manera ordenada y armoniosa para lograr los objetivos trazados.



SP MRU3

Dos partículas se mueven sobre una recta como se muestra en el siguiente video (video MRU3).

Actividad MRU3

a. Si la partícula A se mueve con una velocidad constante de 15 m/s y la partícula B con una velocidad constante de 25 m/s ¿en qué momento están ambas en la misma posición?

A los 66.25 m. $t = 2.25$ s

b. Dibuja las gráficas en un mismo sistema coordenado indicando el punto de intersección de ambas rectas.

Partícula A

$x(t) = -15t + 100$

$x(2.25) = -15(2.25) + 100$

$= -33.75 + 100$

$x(t) = 66.25$ m

Partícula B

$x(t) = 25t + 10$

$x(2.25) = 25(2.25) + 10$

$x(t) = 56.25 + 10$

$x(t) = 66.25$ m

$t = 2.25$ s.

Figura 31: Resultados de la SP MRU3

4.10.2 Construcción de la parábola con GeoGebra

Se presenta a los alumnos la siguiente actividad:

Argumentos de transformación de la parábola en contexto

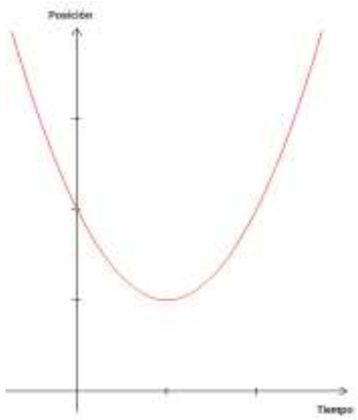
La posición de una partícula que se mueve en línea recta con aceleración constante está dada por $\mathbf{x}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 + \mathbf{v}t + \mathbf{x_o}$

donde:

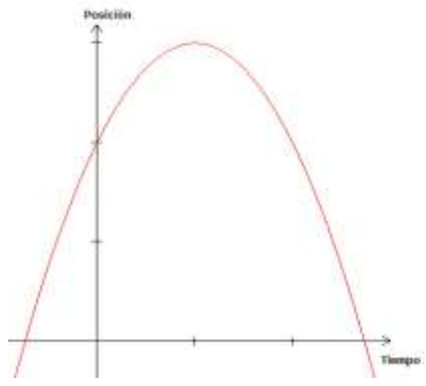
a : aceleración	**v** : velocidad inicial	$\mathbf{X_o}$: posición inicial

A continuación, se presentan dos gráficas particulares de **x**(t):

Gráfica A



Gráfica B



Se plantea la siguiente actividad como una propuesta de aprendizaje con estudiantes de nivel bachillerato, por medio del cual se espera observar como los alumnos pueden reconocer de qué manera afecta la variación de los parámetros de la expresión algebraica **FC** y como se ve reflejada en la gráfica cada modificación de estos parámetros. Esta actividad se lleva a cabo mediante la implementación de tecnología GeoGebra como herramienta de aprendizaje para resignificar sus conocimientos matemáticos.

Se apoya a los alumnos mediante un taller en línea de aproximadamente 50 minutos, para explicarles en que consiste la actividad.

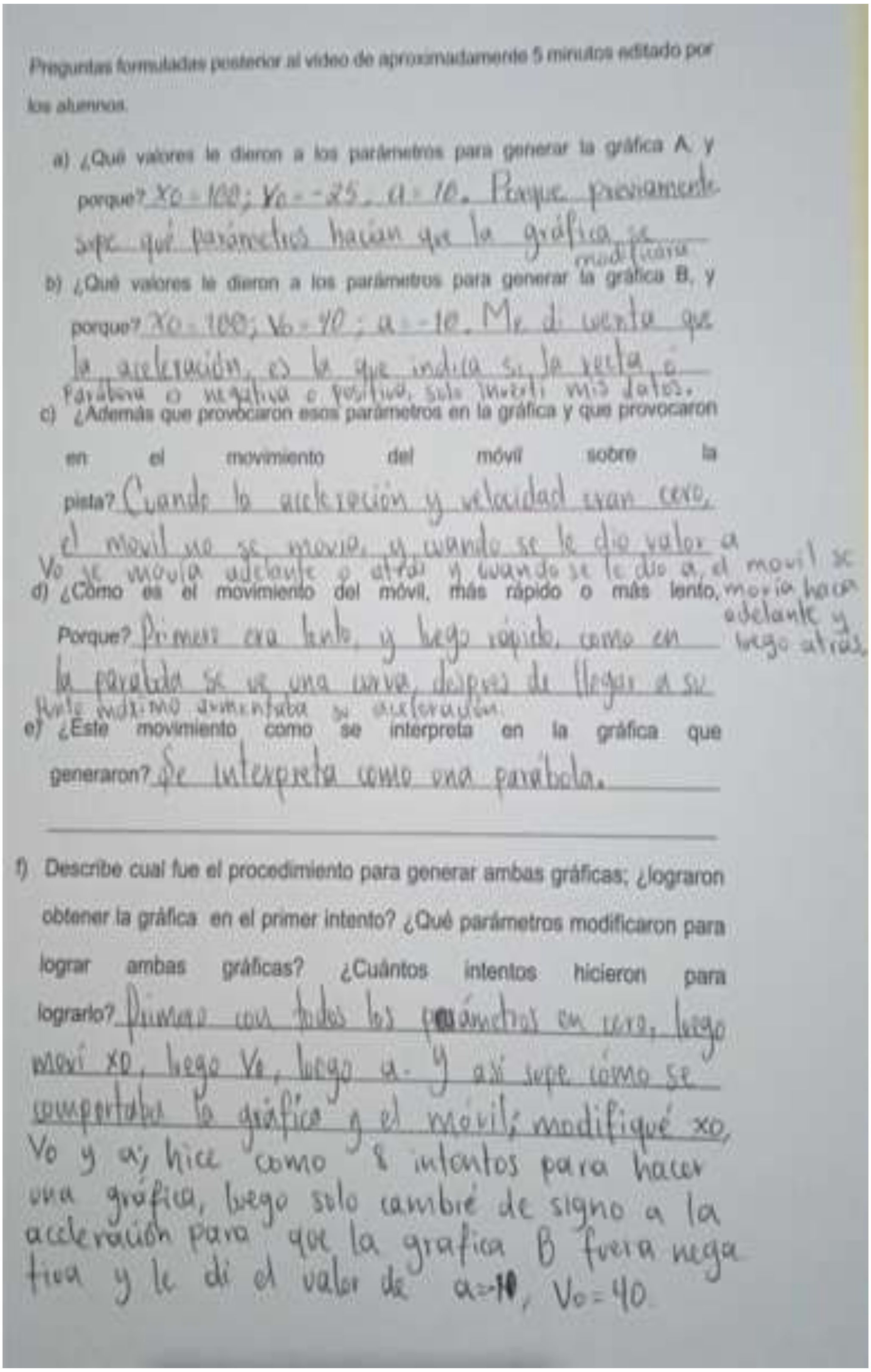
SP VIDEO: Toda función cuadrática de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ representa una parábola, esta consta de tres parámetros, la posición inicial, la velocidad inicial y la aceleración.

Con los conocimientos previos obtenidos en las actividades anteriores y con el apoyo de la tecnología GeoGebra, construye las gráficas **A** y **B** mostradas, y edita un video explicativo del proceso de construcción de dichas gráficas.

Posteriormente se formulan las siguientes preguntas:

a) ¿Qué valores le dieron los parámetros para generar la gráfica A, y por qué?
b) ¿además que provocaron esos parámetros en la gráfica y que provocaron en el movimiento del móvil sobre la pista?
c) ¿el movimiento del móvil es más rápido o más lento, Por qué?
d) ¿Este movimiento como se interpreta en la gráfica que generaron?

Resultado del cuestionario sobre video editado por los alumnos.



Preguntas formuladas posterior al video de aproximadamente 5 minutos editado por los alumnos.

a) ¿Qué valores le dieron a los parámetros para generar la gráfica A, y porque? Xo = 100; Vo = -25. a = 10. Porque previamente supe qué parámetros hacían que la gráfica se modificara

b) ¿Qué valores le dieron a los parámetros para generar la gráfica B, y porque? Xo = 100; Vo = 40 ; a = -10. Me di cuenta que la aceleración, es la que indica si la recta, o parábola es negativa o positiva, solo invertí mis datos.

c) ¿Además que provocaron esos parámetros en la gráfica y que provocaron en el movimiento del móvil sobre la pista? Cuando la aceleración y velocidad eran cero, el movil no se movio, y cuando se le dio valor a Vo se movía adelante o atrás y cuando se le dio a, el movil se movía hacia adelante y luego atrás,

d) ¿Como es el movimiento del móvil, más rápido o más lento, Porque? Primero era lento, y luego rápido, como en la parabola se ve una curva, despues de llegar a su punto máximo aumentaba su aceleración.

e) ¿Este movimiento como se interpreta en la gráfica que generaron? Se interpreta como una parabola.

f) Describe cual fue el procedimiento para generar ambas gráficas; ¿lograron obtener la gráfica en el primer intento? ¿Qué parámetros modificaron para lograr ambas gráficas? ¿Cuántos intentos hicieron para lograrlo? Primero con todos los parámetros en cero, luego moví xo, luego Vo, luego a. Y así supe cómo se comportaba la gráfica y el móvil; modifiqué xo, Vo y a; hice como 8 intentos para hacer una gráfica, luego solo cambié de signo a la aceleración para que la grafica B fuera negativa y le di el valor de a=-10, Vo = 40

Figura 32: Argumentos sobre comportamiento de la gráfica con los cambios variacionales en la función cuadrática.

CONCLUSIONES

De acuerdo a Zarzar Charur, para que se pueda dar un aprendizaje significativo es necesario se presenten cuatro condiciones fundamentales: la motivación del alumno, la comprensión del material, la elaboración activa de esa información y su aplicación a situaciones reales (Aranzazu Muñoz C. , 2013).

Esta investigación tuvo como objetivo identificar patrones de cambios variacionales en la función cuadrática, empleando fenómenos físicos. Como consecuencia podemos confirmar que a través de las situaciones didácticas de modelación logramos en cada una de las acciones y argumentos, el propósito de crear conceptos nuevos y ricos en significados matemáticos para alumnos de nivel medio superior que transitan de la geometría analítica al cálculo diferencial.

La intención de abordar a la función cuadrática por medio de situaciones didácticas fue una acertada e interesante idea para que los estudiantes tuvieran tanto en el aspecto social como en el aspecto didáctico, un acercamiento relevante al enfoque socio epistemológico. Pudimos ver que cuando el alumno traspasa los muros con sus conocimientos teóricos y los comparte en comunidad, identifica nuevas ideas, aplica nuevas estrategias, analiza, critica y desarrollan nuevas habilidades al pasar de un ambiente a otro, logrando obtener herramientas que le ayudan a construir, argumentar y resignificar sus conocimientos.

Con los resultados antes descritos se puede percibir claramente que las situaciones didácticas son herramientas preminentes que nos transportan a un nuevo panorama para el estudio y tratado de la función cuadrática, a partir de la manipulación de sus parámetros, mediante el cual los alumnos logran modelar el comportamiento de un fenómeno físico y por medio de él generar el lugar geométrico de dicho fenómeno.

Referencias Bibliográficas

Alvarez Cortés, R. (2012). *Incidencias de las mediaciones pedagógicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de función cuadrática.* Manizales, Caldas, Colombia.

Aranzazu Muñoz , C. M. (2013). *Secuencia didactica para la enseñanza de la funcion cuadratica.* Medellin Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

Aranzazu Muñoz, C. (2013). Enseñanza de la función cuadrática. Medellin Colombia .

Arrieta, J. E. (2013). Las TIC y las matemáticas avanzando hacia el futuro. En j. E. Arrieta. Universidad de Cantabria.

Augusto Briseño, O., & Buendía Abalos , G. (s.f.). Una secuencia para la introduccion de la función cuadrática a través de la resignificación de aspectos variacionales. Mexico.

Birseño , O. A., & Buendía Abalos, G. (s.f.). *Una Secuencia Para la Introducción de la Función Cuadrática a travez de la Resignificación de Aspectos Variacionales.* Mëxico.

Bonilla Gonzales , M., Ruiz Ledezma , E. R., & Villagomez Zavala, A. R. (2017). El estudio de la función cuandrática en ambientes tecnológicos con maestros en formación. San Luis Potosi.

Briseño Silva, O. A. (2014). Una secuencia de modelación para la introducción de la función cuadrática. En O. A. Silva.

Briseño, O. a. (2014). *Una secuencia de Modelacion para la introduccion significativa de la funcion cuadrática.* mexico, D. F.

Briseño, O. A. (2014). *Una secuencia de modelación para la introducción significativa de la función cuadrática.* México D. F.: Instituto Politécnico Nacional.

Briseño, O. A., & Buendía Ábalos, G. (2014). *Una secuencia de la modelacion para la introducción significativa de la funcion cuadrática.* México, D. F.

Briseño, O. A., & Buendía Abalos, G. (s.f.). Una secuencia para la introducción de la función cuadrática a través de la resignificación de aspectos variacionales.

C., A. C. (2009). *Calculo Diferencial e integral.* Cd. de Mexico: Esfinge.

Caballero C. , A., Martinez C. , L., & Bernárdez G., J. (2009). *Iniciacion al Calculo diferencial e integral.* Cd. de México: Esfinge.

Camacho Rios , a. (2005). Socioepistemología y practicas sociales. *Educación matematica*.

Cantoral, R. (2013). *Teoria Socioepistemologica de la Matemática educativa.*

Cordero Osorio, F. (marzo de 2015). *htt//www.researchgate.net/publication/273063411.*

Hipolito, Hernández Pérez. (s.f.). Contrastes Epistemológicos del Binomio de Newton y la Serie de Taylor en Dos Variables en los Fenómenos Físicos. *Acta Latinoamericana de Matematica Educativa Vol. 18*, (pág. 524). Chiapas, México.

Kline, M. (1992). ¿Donde tuvo su origen la matemática? En K. Morris, *El pensamiento matemático de la antiguedad a nuestros dias.* Nueva York: Alianza editorial.

López, M. d. (2009). Influencias de las nuevas tecnologías en la evolución del aprendizaje y las actitudes matemáticas de estudiantes de secundaria. Almeria, España: EOS.

Martínez, M., Tarréz, J., & Casal , A. (1992). *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días I.* Madrid: Alianza.

Muñoz, C. m. (2013). *Secuencia didactica para la enseñanza de la funcion cuadrática.* Medellin , Colombia.

Prada Corona , A. M., & Angulo Escamilla, H. A. (s.f.). Matemática Griega (II siglos: VII a.c.- IV d.c.) . En *Un mundo geométrico para resolver ecuaciones cúbicas* (pág. 216). Bogotá D. C. Colombia.

Prada Coronado, A. M., & Angulo Escamilla, H. A. (s.f.). El algebra de Los Babilonios y Egipcios . *Método Geométrico para resolver Ecuaciones Cúbicas*, (pág. 215). Bogota C.D. Colombia.

Suarez Téllez , L., Cordero Osorio, F., & Díaz Flores, M. (s.f.). Modelación graficación. Una categoría en cálculo para resignificar la variación en una situación de modelación del movimiento. México: Cinvestaav-IPN.

Vera, J. L. (2003). *Las prácticas de modelacion como proceso de matematizacion en el aula.* México, Distrito Federal.

Wikilibros. (11 de Febrero de 2018). *https://es.wikibooks.org/wiki/ecuacion_cuadratica/Historia*.

Wikilibros. (2021). Ecuación cuadrática/Historia.

Anexos

Actividad 01

Dadas las siguientes expresiones matemáticas, por simple inspección indica qué lugar geométrico describe o genera cada una de ellas.

Se les da un lapso de tiempo para que realice esta actividad

Duración: 30 minutos

Expresión	Lugar geométrico	Observaciones
a).- y= x	RECTA	
b).- y= x x	PARÁBOLA	
c).- y= 2x	RECTA	
d).- y= x +2	RECTA	
e).- $y = x^2 + 2$	PARÁBOLA	

Observaciones:

Equipo 01

Nos complicamos en cuanto a como desarrollar una expresión y representarla en la recta también al momento de tabular hubieron complicaciones, pero en equipo compartimos ideas

Equipo 02

Se nos complicó en determinar e identificar la gráfica que cada resultado al momento de tabular y obtener datos. Se le apoyó al otro equipo dándoles ejemplos acerca de la tabulación.

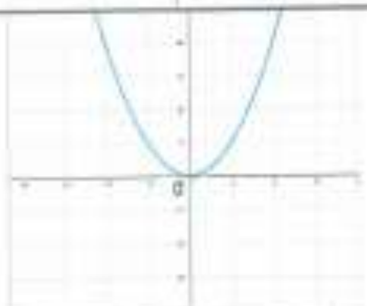
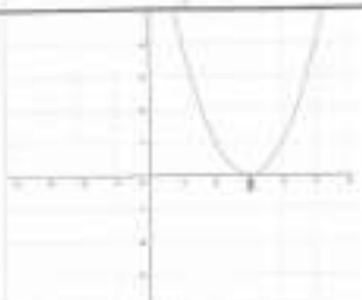
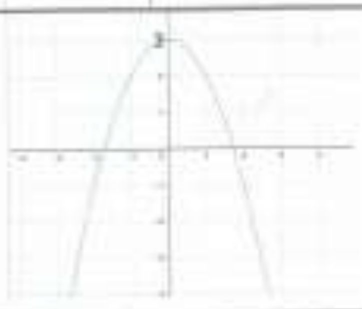
Actividad 01 resuelta por equipo 2

Actividad 02

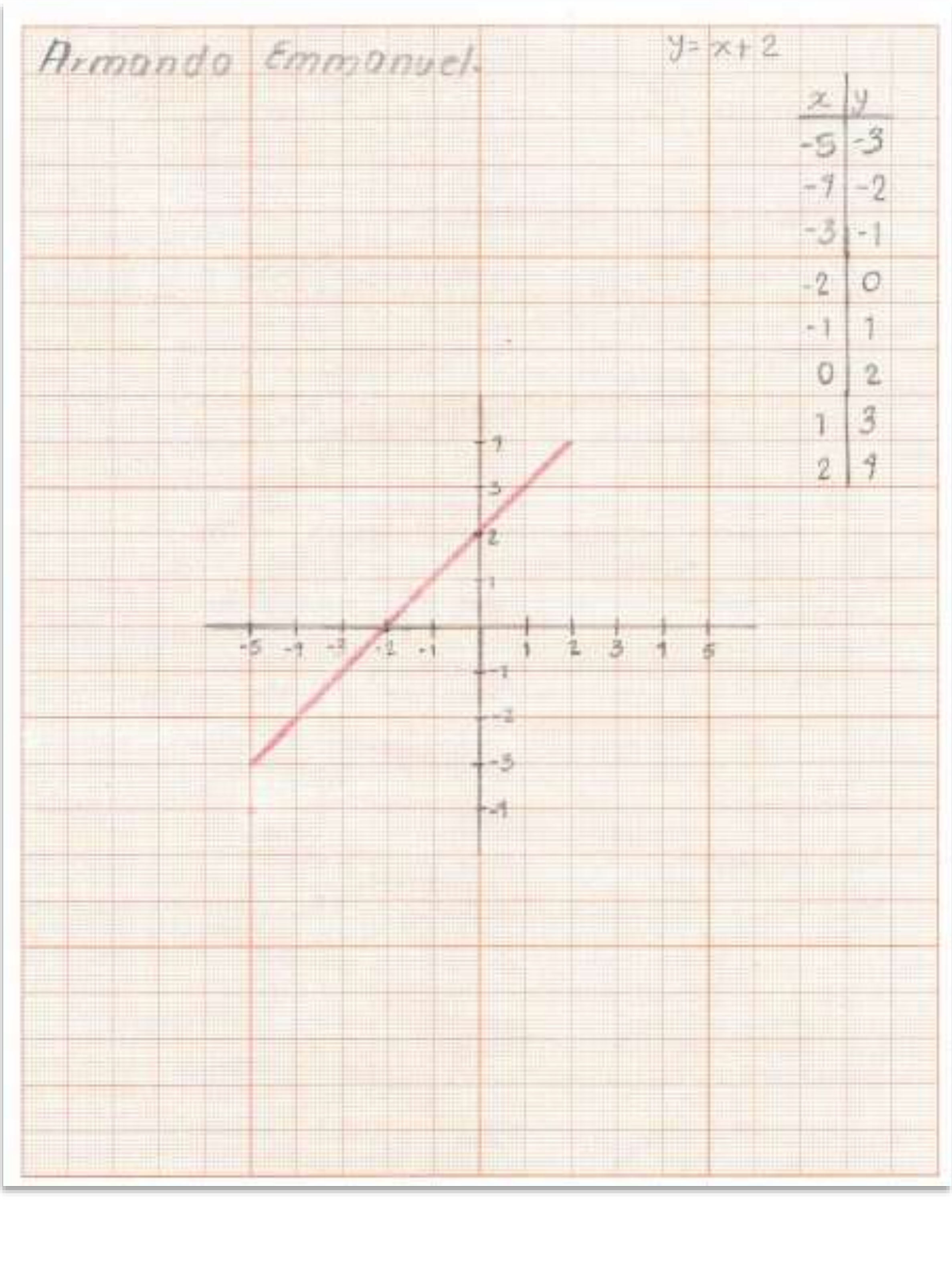
Dadas las siguientes figuras o lugares geométricos encontrar la ecuación o expresión matemática de acuerdo a las características que presentan.

Se les da un lapso de tiempo para que realice esta actividad

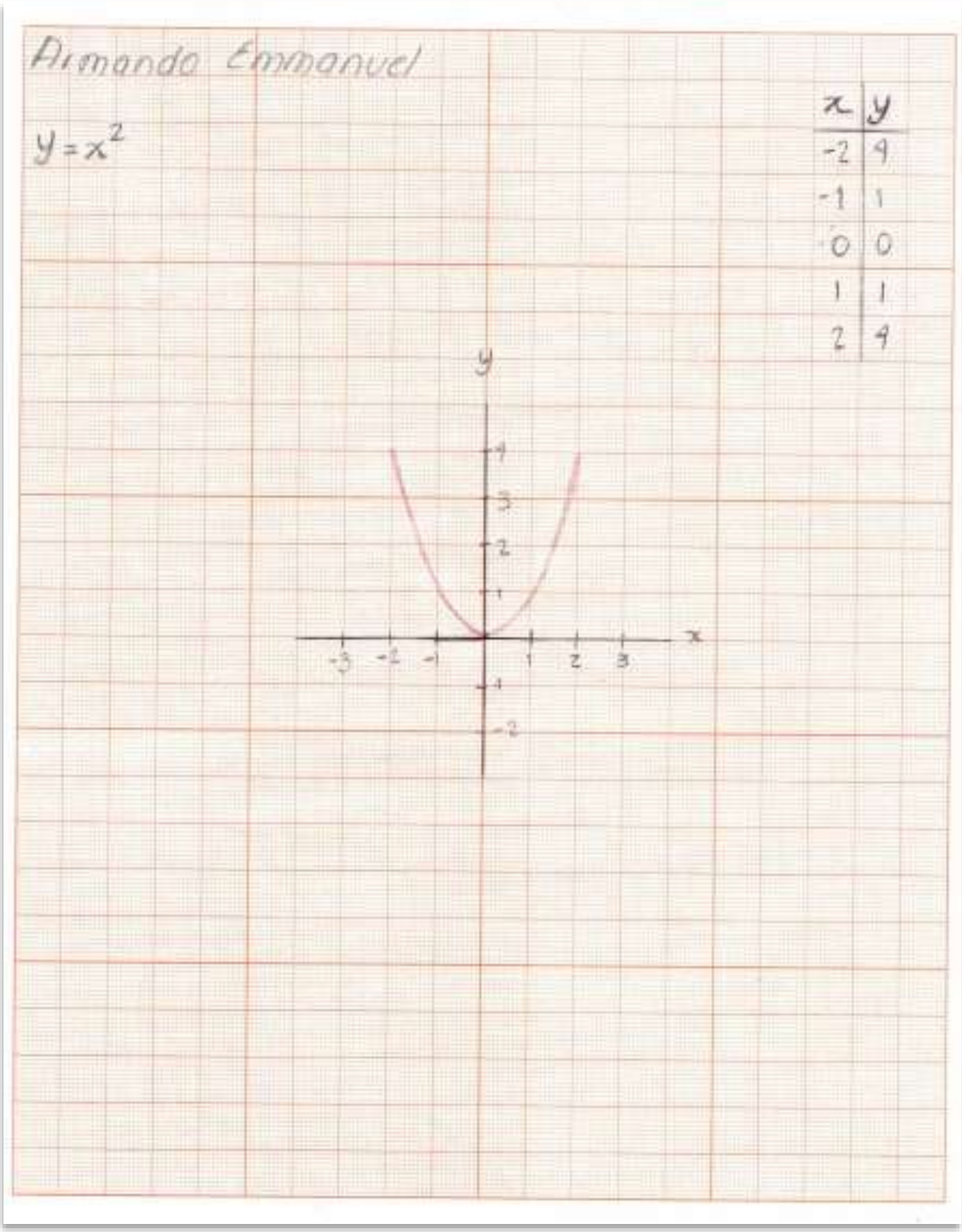
Duración: 30 minutos

Lugar geométrico	Expresión matemática
	$y = x + 2$
	$y = x^2$
	$y = x^2 - 6x + 9$
	$y = -x^2 + 3$

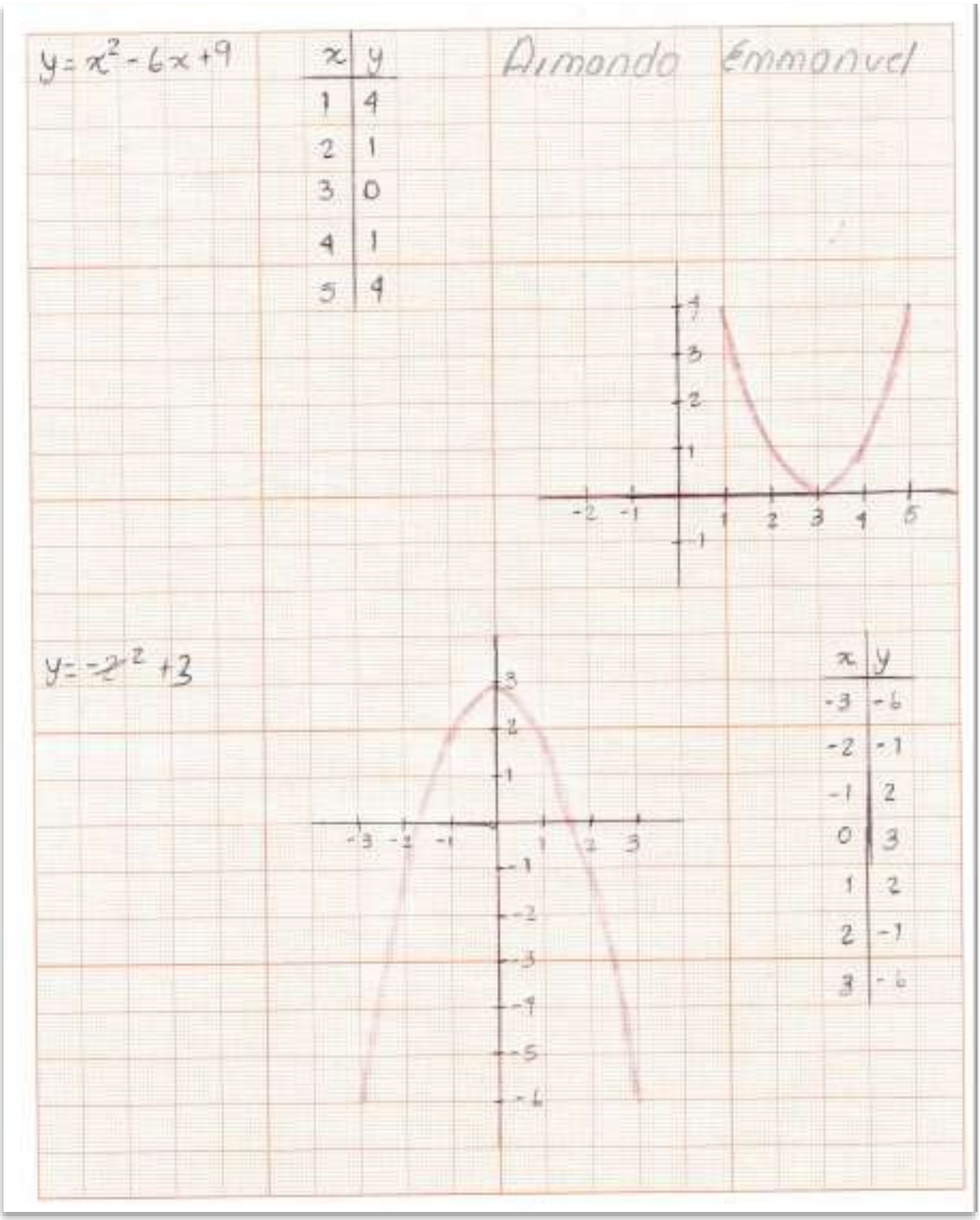
Actividad 02 resuelta por equipo 2



Tabulaciones de la actividad 02, realizadas por equipo 2



Tabulaciones de la actividad 02, realizadas por equipo 2

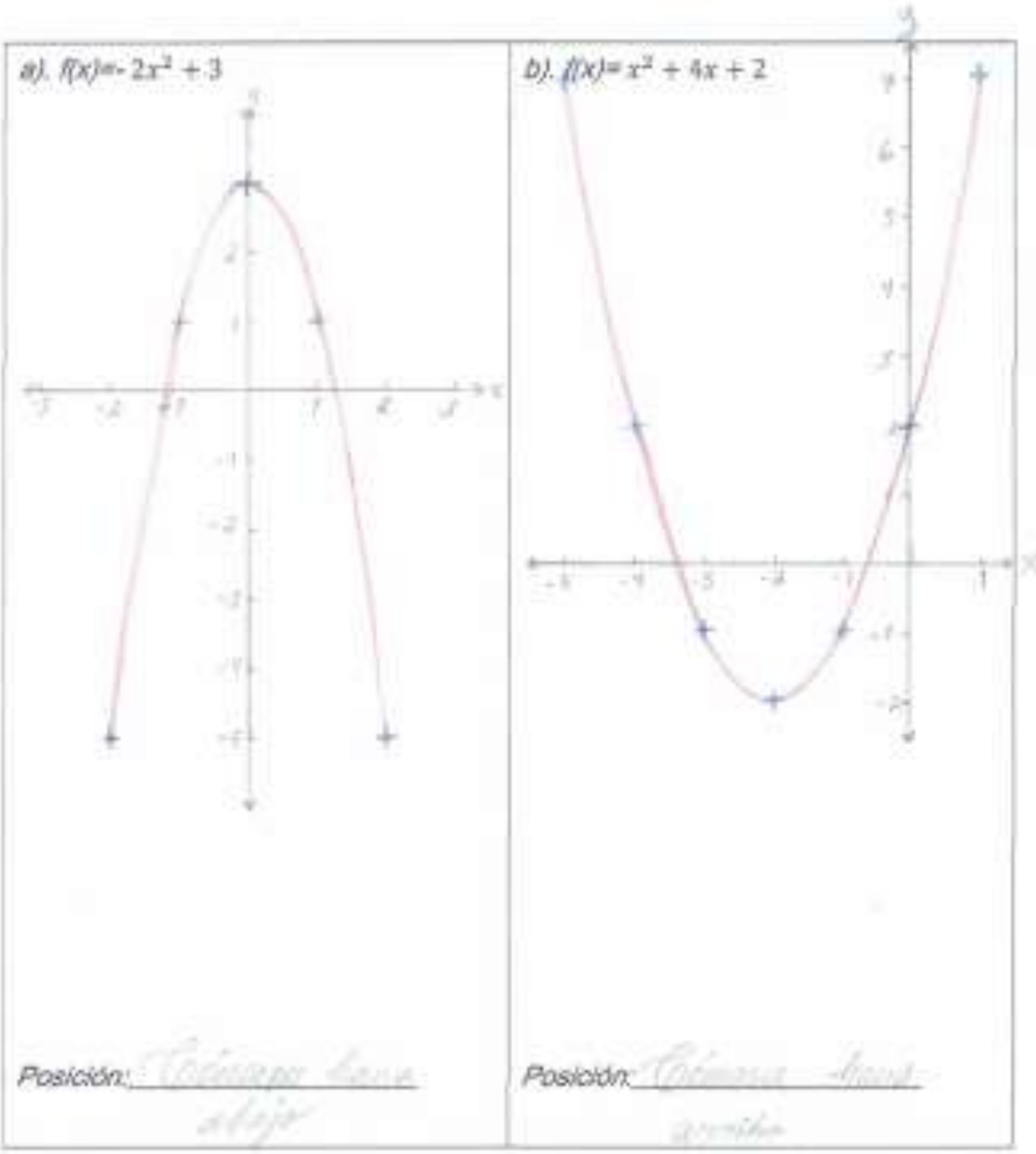


Tabulaciones de la actividad 02, realizada por equipo 2

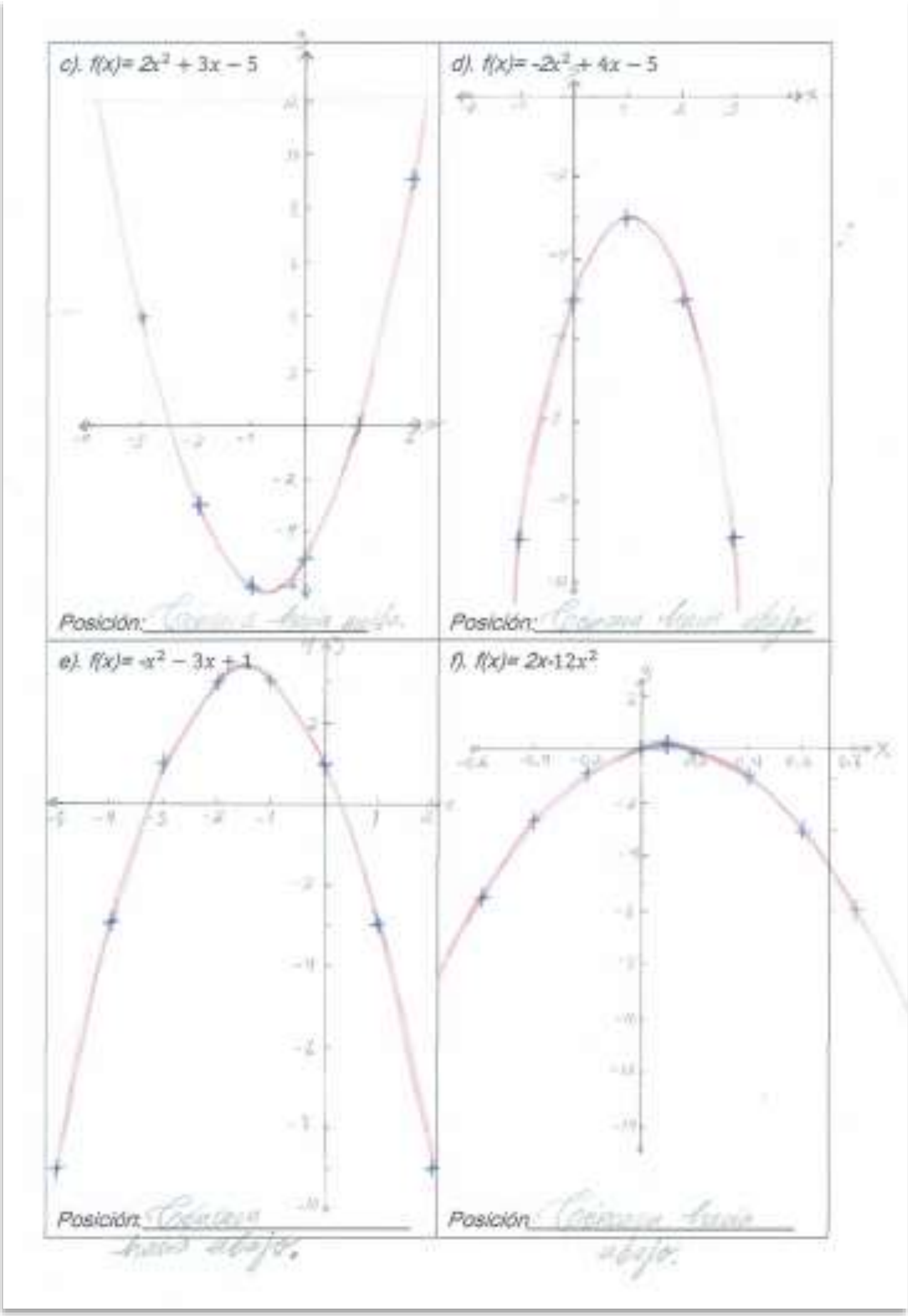
Actividad 04

Observa las siguientes funciones cuadráticas, esboza la gráfica e identifica su orientación o concavidad.

Para ésta actividad se recomienda que se construyan tablas donde se registren los valores que se van obteniendo de cada expresión hasta tener una idea clara de la forma de la gráfica, todo esto se hará de manera manual sin ayuda de ningún tipo de herramienta tecnológica.



Gráficas actividad 04



Gráficas actividad 04

Actividad 04.

a) $f(x) = -2x^2+3.$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	-47	-29	-11	-5	1	3	1	-5	-17	-29	-47

b) $f(x) = x^2+4x+2.$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	7	2	-1	-2	-1	2	7	14

c) $f(x) = 2x^2+3x-5.$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	30	15	4	-3	-6	-5	1	9	22	39	60

d) $f(x) = -2x^2+4x-5$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-35	-21	-11	-5	-3	-5	-11	-21

Tablas actividad 04

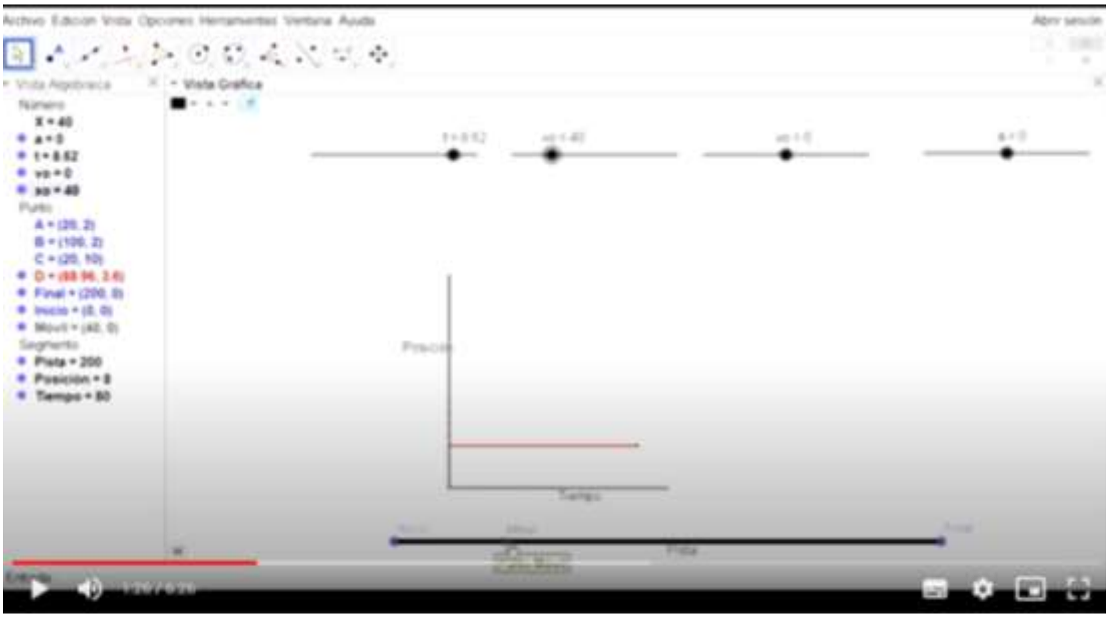
e) $f(x) = -x^2 - 3x + 1.$

x	-5	-4	-3	-2	-1.5	-1	0	1	2	3
y	-4	-3	1	3	3.25	3	1	-3	-9	-17

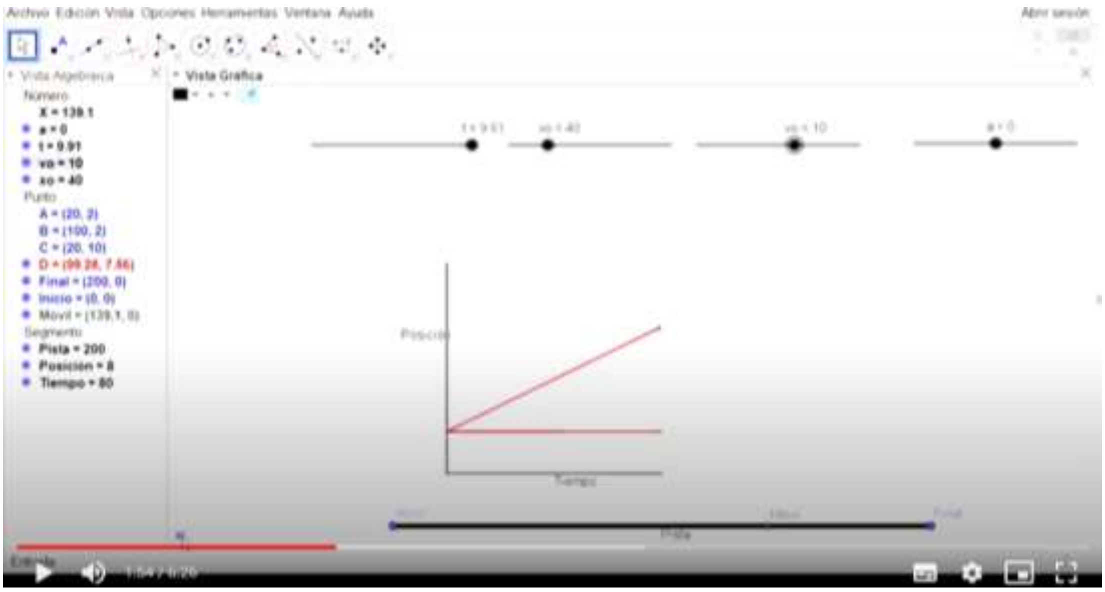
f) $f(x) = 2x - 12x^2$

x	-1	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
y	-14	-9.28	-5.52	-2.72	-0.88	0	-0.08	-1.12	-3.12	-6.08	-10

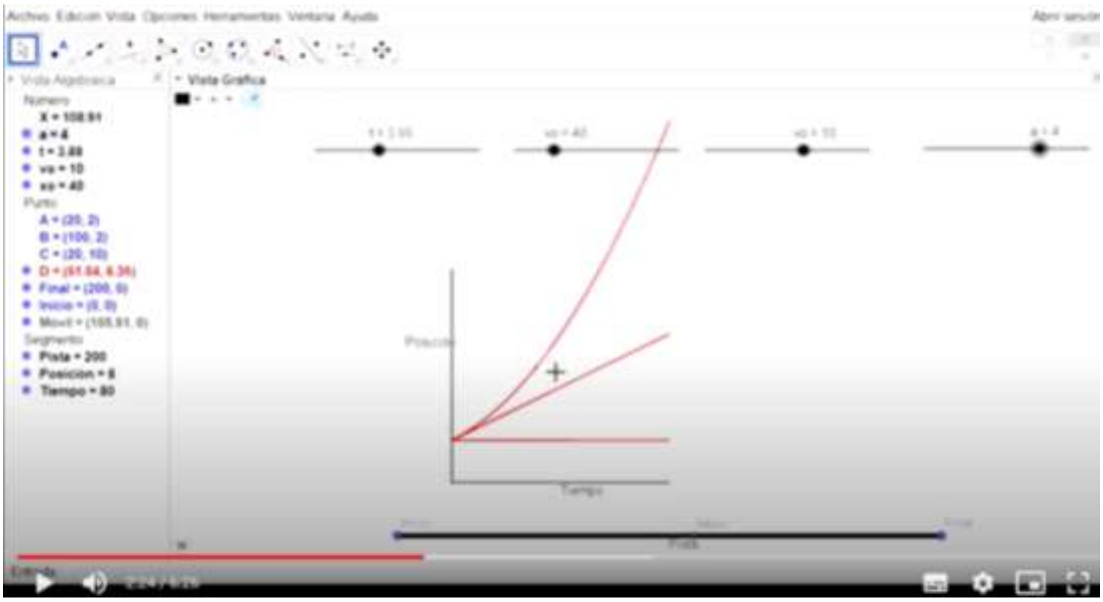
Tablas actividad 04



Video explicativo con apoyo de GeoGebra, realizado por los alumnos, donde se representa la gráfica MRU, de un móvil que permanece en reposo mientras el tiempo transcurre. Con los parámetros tiempo (t), posición (Xo), velocidad (v) y *aceleración (a), observamos que la gráfica es una constante, cuando: Xo= 40, V= 0 y a= 0*

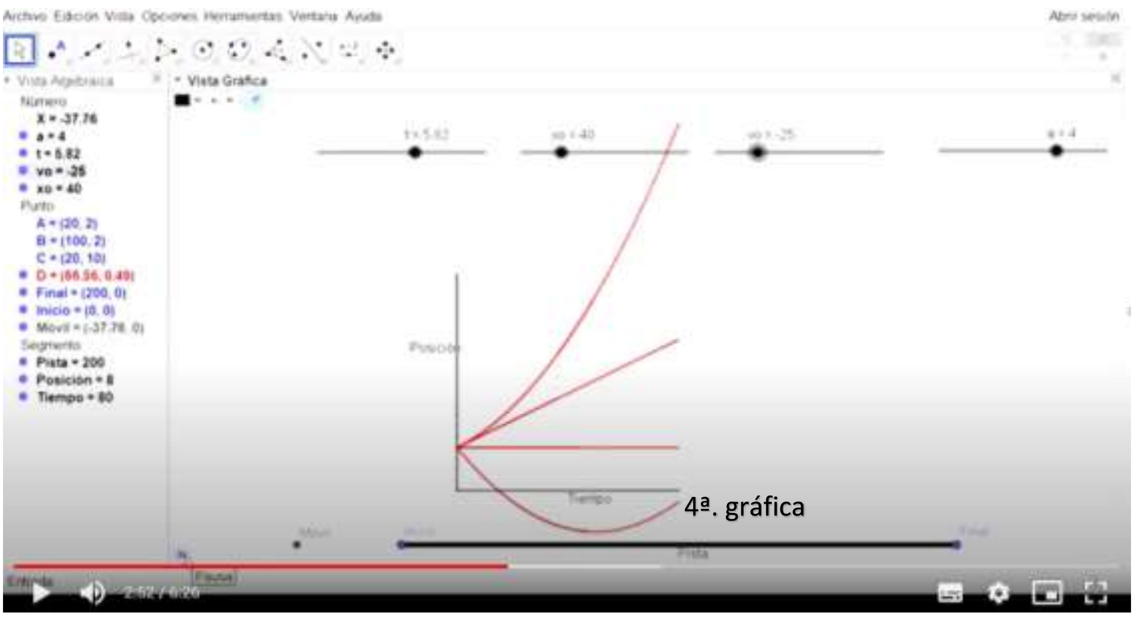


Podemos apreciar que si se mantiene la posición Xo= 40 y si movemos el parámetro velocidad v= 10, la gráfica que representa al móvil es una línea recta ligeramente inclinada debido a la poca velocidad que lleva el móvil.



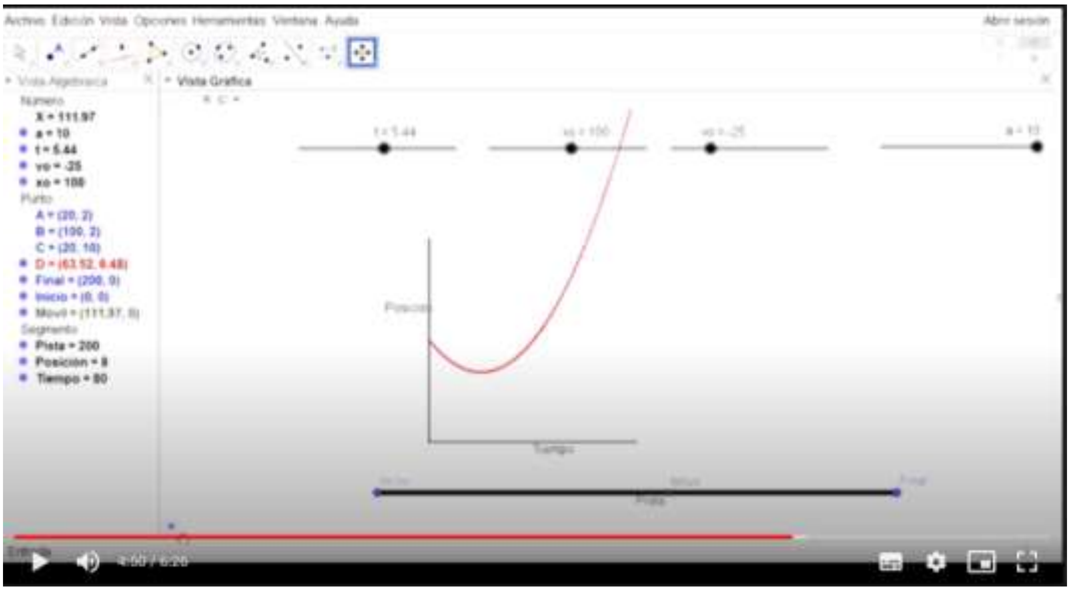
En esta imagen podemos apreciar que la tercera gráfica se trata de una curva

Debido a que el parámetro de aceleración es igual a: a= 4

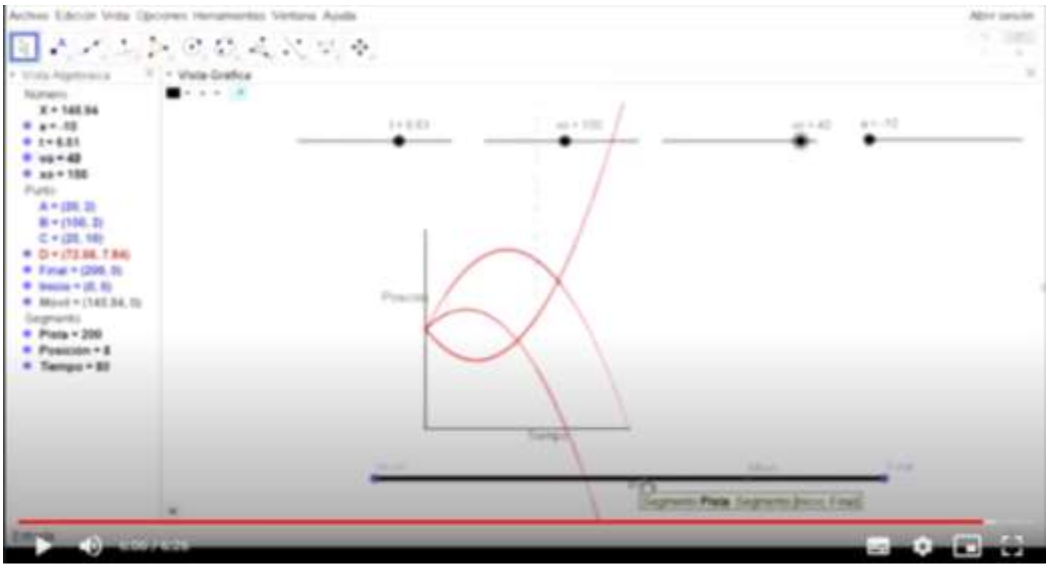


*En esta imagen podemos apreciar que si los parámetros **Xo** y **a** no cambian, pero se modifica la velocidad a: v= -25, observamos en la gráfica que el móvil retrocede de su posición Xo= 40, hasta llegar a su punto mínimo, luego comienza a ascender dibujando una curva llamada parábola.*

Para generar la figura a, que se pide en la actividad se procede a mover los parámetros de la siguiente manera: Xo= 100, vo= -25 y a= 10, y se obtiene una parábola de concavidad hacia arriba.



Luego para generar la figura b, se mantiene la misma posición Xo= 0 luego se procede a mover los parámetros vo= 20 y a = -10 y obtenemos la segunda gráfica, por último cambiamos vo = 40 para generar parábola deseada.



Cuestionario resuelto por los alumnos sobre la construccion de la parabola y la edicion del video.

Preguntas formuladas posterior al video de aproximadamente 5 minutos editado por los alumnos.

a) ¿Qué valores le dieron a los parámetros para generar la gráfica A, y porque? $X_0 = 100$; $V_0 = -25$; $a = 10$. Porque previamente supe qué parámetros hacían que la gráfica se modificara

b) ¿Qué valores le dieron a los parámetros para generar la gráfica B, y porque? $X_0 = 100$; $V_0 = 40$; $a = -10$. Me di cuenta que la aceleración es la que indica si la recta ó parabora es negativa o positiva, solo invertí mis datos.

c) ¿Además que provocaron esos parámetros en la gráfica y que provocaron en el movimiento del móvil sobre la pista? Cuando la aceleración y velocidad eran cero, el movil no se movía, y cuando se le dio valor a Vo se movía adelante o atrás y cuando se le dio a, el movil se movía hacia adelante y luego atrás

d) ¿Cómo es el movimiento del móvil, más rápido o más lento, Porque? Primero era lento, y luego rápido, como en la parábola se ve una curva, despues de llegar a su punto máximo aumentaba su aceleración.

e) ¿Este movimiento como se interpreta en la gráfica que generaron? Se interpreta como una parábola.

f) Describe cual fue el procedimiento para generar ambas gráficas; ¿lograron obtener la gráfica en el primer intento? ¿Qué parámetros modificaron para lograr ambas gráficas? ¿Cuántos intentos hicieron para lograrlo? Primero con todos los parámetros en cero, luego moví xo, luego Vo, luego a. Y así supe cómo se comportaba la gráfica y el móvil; modifiqué xo, Vo y a; hice como 8 intentos para hacer una gráfica, luego solo cambié de signo a la aceleración para que la grafica B fuera negativa y le di el valor de $a = -10$, $V_0 = 40$.

CD VIDEO MRUA