



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS

FACULTAD DE INGENIERÍA

CAMPUS I



“Construcción de la ecuación lineal de la forma $y = mx + b$ a través de la variación de parámetros”

TESIS

Que para obtener el grado de
maestra en Ciencias con Especialidad en
Matemática Educativa

PRESENTA

Alejandra Berenice Hernández Ramos 13112007

DIRECTOR DE TESIS

Mtro. Cristóbal Cruz Ruiz

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas; Abril de 2024



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
FACULTAD DE INGENIERÍA C-I



Tuxtla Gutiérrez, Chiapas
15 de abril del 2024
Oficio No. F.I.01.650/2024

C. ALEJANDRA BERENICE HERNÁNDEZ RAMOS
EGRESADA
MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICA EDUCATIVA
PRESENTE.

Con base en el Reglamento de Evaluación Profesional para los egresados de la Universidad Autónoma de Chiapas, y habiéndose cumplido con las disposiciones en cuanto a la aprobación por parte de los integrantes del jurado en el contenido de su Tesis Titulada:

“CONSTRUCCIÓN DE LA ECUACIÓN LINEAL DE LA FORMA $Y=MX + B$ A TRAVÉS DE LA VARIACIÓN DE PARÁMETROS”.

CERTIFICO el **VOTO APROBATORIO** emitido por este jurado, y autorizo la entrega de tesis digital elaborada a través del Programa Institucional para la Obtención del Grado Académico (PIGA), para que sea sustentado en su Examen de grado de Maestra en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa.

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE
“POR LA CONCIENCIA DE LA NECESIDAD DE SERVIR”

DR. OMAR ANTONIO DE LA CRUZ COURTOIS
DIRECTOR



Ccp. Dr. Humberto Miguel Sansebastián García. Coordinador de Investigación y Posgrado. Facultad de Ingeniería, Campus I. UNACH.
Archivo/minutario
OACC/HMSG/tcpg*





Código: FO-113-05-05

Revisión: 0

CARTA DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DE LA TESIS DE TÍTULO Y/O GRADO.

El (la) suscrito (a) Alejandra Berenice Hernández Ramos, Autor (a) de la tesis bajo el título de “Construcción de la ecuación lineal de la forma $y = mx + b$ a través de la variación de parámetros” presentada y aprobada en el año 2024 como requisito para obtener el título o grado de Maestra en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa, autorizo licencia a la Dirección del Sistema de Bibliotecas Universidad Autónoma de Chiapas (SIBI-UNACH), para que realice la difusión de la creación intelectual mencionada, con fines académicos para su consulta, reproducción parcial y/o total, citando la fuente, que contribuya a la divulgación del conocimiento humanístico, científico, tecnológico y de innovación que se produce en la Universidad, mediante la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Consulta del trabajo de título o de grado a través de la Biblioteca Digital de Tesis (BIDITE) del Sistema de Bibliotecas de la Universidad Autónoma de Chiapas (SIBI-UNACH) que incluye tesis de pregrado de todos los programas educativos de la Universidad, así como de los posgrados no registrados ni reconocidos en el Programa Nacional de Posgrados de Calidad del CONACYT.
- En el caso de tratarse de tesis de maestría y/o doctorado de programas educativos que sí se encuentren registrados y reconocidos en el Programa Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC) del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), podrán consultarse en el Repositorio Institucional de la Universidad Autónoma de Chiapas (RIUNACH).

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas; a los 29 días del mes de Abril del año 2024.


Alejandra Berenice Hernández Ramos

Nombre y firma del Tesista o Tesistas

Agradecimientos

A Dios por haber puesto las circunstancias idóneas que me hicieron llegar a vivir esta experiencia.

A mis padres Antonio y Elena, que siempre me han brindado su apoyo necesario e incondicional para poder cumplir todos mis objetivos personales y académicos. Ellos son los que con su cariño, fortaleza y generosidad me han impulsado siempre a perseguir mis metas y nunca abandonarlas frente a las adversidades.

A mi hijo Ricardo, por llegar a mi vida y alegrar siempre mis días he inspirarme a seguir aprendiendo.

A mi esposo Ricardo, por estar conmigo y ser parte de mi vida personal y profesional. Gracias por tu paciencia y apoyo.

A mi director de tesis Mtro. Cristóbal Cruz Ruiz, por el apoyo incondicional, por su guía y consejo en la realización de este trabajo.

A mis asesores de tesis Mtra. Guadalupe Nayeli Pérez Domínguez y Dr. Oscar Ausencio Carballo Aguilar por dedicar su tiempo para revisar este trabajo.

A mis maestros de la maestría, por todo lo enseñado.

A todos los docentes que han sido parte de mi formación profesional, y a todos ellos les quiero dedicar este trabajo, gracias por transmitirme los conocimientos necesarios para hoy poder estar aquí, porque sin ustedes los conceptos solo serían palabras.

A mis maestros del taller PIGA, por el apoyo y guía para sacar adelante este proyecto.

A cada directivo por su trabajo y por su gestión, sin lo cual no estarían las bases ni las condiciones para aprender conocimientos y terminar este ciclo.

A mis alumnos que contribuyeron al desarrollo de esta investigación, porque sin ustedes no habría podido experimentar esta experiencia.

A todos los que me han apoyado incondicionalmente, muchas gracias.

ÍNDICE

Introducción	7
Tema de Estudio	8
Antecedentes	10
Justificación.....	12
Problemática	12
Objetivos de la Investigación	13
CAPITULO I: Marco Teórico	15
Aproximación del Estado del Arte.....	15
Teoría de Situaciones Didácticas	20
Uso de la Tecnología.....	25
CAPÍTULO II: Metodología.....	27
Ingeniería Didáctica.....	28
La Ingeniería Didáctica Como Metodología de Investigación.....	29
Las Fases de la Metodología de la Ingeniería Didáctica	29
La Transposición Didáctica.....	32
CAPÍTULO III: Resultados y Discusión	34
Resultados	34
Análisis preliminar	35
Dimensión histórica – epistemológica	35
Dimensión Cognitiva	37
Dimensión Didáctica	38
Análisis del Programa de Estudios de la Materia de Matemáticas III de Preparatoria	39
Situación Didáctica.....	41
Actividad 1.....	43
Actividad 2.....	49

Actividad 3.....	52
Discusión.....	54
Conclusiones	57
REFERENCIAS	59

Introducción

En el contexto escolar la ecuación de la línea recta es un tema que se ha utilizado para resolver problemas cotidianos desde la antigüedad, por lo que hoy en día se ha vuelto una de las problemáticas a las que se enfrenta el alumno y el docente en la educación media superior, esto es debido a que el alumno no cuenta con los saberes necesarios para avanzar significativamente a un siguiente nivel de aprendizaje, porque no ha adquirido los conocimientos previos necesarios para entender el tema a tratar y los consecuentes a este. La autora Carbajal (2013) menciona que las pocas nociones que los alumnos tienen sobre la línea recta, la pendiente y otros conceptos asociados a este tema, trae como consecuencia dificultades en los alumnos cuando llega el tema de derivada que es interpretada como la recta tangente a un punto de una curva.

La ecuación de la línea recta es un tema visto en secundaria y cuando llegan a preparatoria no identifican o no conocen del tema y tampoco comprenden los nuevos temas donde ya se usa la definición de ecuación lineal, estos contribuyen al desarrollo pleno de los educandos que finalizan este nivel y le permiten la integración social, así como, tener aptitudes que enriquezcan su capacidad para tomar decisiones que los encaminen a prepararse para continuar los estudios de educación superior.

El presente trabajo, titulado: *Construcción de la ecuación lineal de la forma $y = mx + b$ a través de la variación de parámetros*, realiza una propuesta didáctica a los alumnos de tercer semestre de preparatoria en la escuela del estado Mezcalapa con clave 07EBH0015H, ubicada en la calle primera oriente norte s/n, barrio santa Ana, con código postal 29620, en el municipio de Copainalá, Chiapas, que permita construir el saber para comprender el proceso de significación de los parámetros, a partir de la visualización y la graficación para la construcción de la ecuación lineal de la forma pendiente - ordenada al origen $y = mx + b$.

Esta investigación se realizó con base en la metodología que propone la ingeniería didáctica y promete desarrollar su objetivo principal de diseñar una propuesta didáctica para que los alumnos de tercer semestre del nivel medio superior signifiquen los parámetros de la ecuación de la línea, dentro de cinco capítulos descritos a continuación:

En el primer capítulo se presenta la introducción, este apartado plantea la base de la investigación de cómo se generó el interés para desarrollarla, donde se encuentran: el tema de estudio, los antecedentes, la justificación, la problemática y los objetivos de la investigación que argumentan este trabajo porque son fundamentales para determinar los alcances que los

alumnos podrán tener en la construcción de la ecuación lineal de la forma pendiente - ordenada al origen $y = mx + b$.

El Marco teórico dentro de esta investigación se define como el segundo capítulo y aborda el enfoque de la construcción social del conocimiento matemático para considerar las circunstancias que favorecen la construcción de esta y trata de la teoría de situaciones didácticas que fue creada por Guy Brousseau (1986) para comprender la didáctica de las matemáticas, es decir, las relaciones que existen en el salón de clases durante la construcción del saber en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En el capítulo tercero se tiene a la metodología que describe a la ingeniería didáctica de Michele Artigue (1998) la cual es utilizada para analizar situaciones didácticas, para que en el momento que el docente se disponga a enseñar el tema de la ecuación de la línea recta utilice como medio textos bibliográficos, juegos, herramientas de software, entre otras cosas y mediante estos medios que son estudiados por la ingeniería didáctica se logre que el alumno construya el conocimiento y signifique los parámetros: pendiente y ordenada al origen.

Seguido del capítulo cuarto titulado resultados y discusión en el que se analizará cómo se aborda el tema de ecuación de una línea recta en el plan de estudios de la materia de matemáticas III del nivel medio superior y se realizará la propuesta de la secuencia didáctica mediante tres actividades, dos en forma manual y una con ayuda del programa *GeoGebra*, con el uso de este software se complementa la secuencia didáctica para resolver problemas matemáticos, porque este medio es una herramienta que enriquece el proceso de enseñanza – aprendizaje, también se discutirá la importancia de esta.

En el capítulo quinto se presentan las conclusiones obtenidas en relación a las preguntas de investigación y a los objetivos, porque el docente al hacer uso de las herramientas didácticas, culturales y tecnológicas puede lograr que el alumno las utilice para resolver problemas matemáticos educativos y cotidianos; en donde pueda mediante la visualización y graficación construir la ecuación de la línea recta en la forma pendiente-ordenada al origen más allá de solo verlo como una ecuación y le de significados a los parámetros.

Tema de Estudio

Durante la experiencia docente de esta autora, se han notado dificultades cognitivas en el desarrollo de problemas relacionados con el plano cartesiano, la pendiente, abscisa y ordenada al origen y ecuaciones lineales, estos temas son de gran importancia porque preparan al alumno para el siguiente tema que es la construcción de la ecuación de la línea

recta en sus diferentes formas, pero en este trabajo solo se abordará en la forma pendiente - ordenada al origen ($y = mx + b$), siendo esta de gran utilidad en la sociedad porque muchos fenómenos sociales y naturales se modelan a través de una ecuación lineal.

Stewart et al. (2001) mencionan algunos ejemplos, como la relación lineal entre la escala Fahrenheit (F) y Celsius (C) que está dada por la ecuación lineal $F = \frac{9}{5}C + 32$; la gráfica de esta ecuación es una línea recta. En lugar de la variable x y y se está utilizando C y F . Esta ecuación está escrita de la forma pendiente - ordenada al origen, la pendiente es $\frac{9}{5}$ y representa el cambio en $^{\circ}F$ por cada $^{\circ}C$; es decir, un incremento de $9^{\circ}F$ corresponde a un aumento de $5^{\circ}C$ y la intersección en F es 32° , en otras palabras, la intersección en F es el punto sobre la gráfica cuya coordenada en C es 0, por lo tanto, $32^{\circ}F$ es igual que $0^{\circ}C$.

Otro ejemplo que mencionan Stewart et al. (2001) es la oferta y demanda para el trigo, donde un economista modela para el mercado de trigo la ecuación de oferta que está dada por $y = 8.33p - 14.58$ y la ecuación de demanda que está dada por $y = -1.39p + 23.35$, ambas ecuaciones son lineales y están escritas de la forma pendiente - ordenada al origen. En lugar de la variable x se está utilizando p , donde p es el precio en dólares por *bushel* (unidad de medida anglosajona) y y es la cantidad de *bushels* producidos y vendidos en millones.

Entonces el punto en el que el precio es tan bajo que no produce trigo es cuando $y = 0$ en la ecuación de la oferta, es decir, $0 = 8.33p - 14.58$, por lo tanto, al despejar la variable p es igual 1.75, es decir, al precio bajo de 1.75 dólares por *bushel* la producción de trigo se detiene completamente. El punto en el que el precio es tan alto que no se vende trigo es cuando $y = 0$ en la ecuación de la demanda, es decir, $0 = -1.39p + 23.35$, por lo tanto, al despejar la variable p es igual 16.80, es decir, al elevado precio de 16.80 dólares por *bushel* no se vende trigo. El punto de intersección de las dos rectas es (3.9, 17.9), por lo tanto, el punto de equilibrio sucede en 3.90 dólares por *bushel* y se producen y venden 17.9 millones de *bushels*.

Aunque el tema de la construcción de la ecuación lineal los alumnos lo ven desde la secundaria hasta la educación superior hay ciertas dificultades en la enseñanza - aprendizaje y es una de la problemáticas a las que se enfrenta el docente y el alumno, el primero porque se da cuenta que el estudiante no cuenta con los saberes necesarios para avanzar a un siguiente nivel de aprendizaje y el segundo porque no se ha apropiado de los conocimientos previos para entender el tema en cuestión, es por esto la importancia de que el alumno tenga definido y comprenda cómo resolver este tipo de problema, de tal manera que la ecuación que construya tenga significado en cada una de sus partes.

En este trabajo se pretende trabajar con alumnos de tercer semestre de la escuela mencionada anteriormente y se espera que la actividad didáctica propuesta tenga un alto impacto en la sociedad, ya que al hacer que los problemas estén relacionados con la vida cotidiana, el alumno logrará identificar, por ejemplo, que cuando una persona está comprando pan para llevar a su casa y tiene invitados, está utilizando una ecuación de la línea recta de la forma $y = mx + b$, porque la ecuación representa la cantidad a comprar de pan cuando hay n personas, donde m son las piezas de pan que se comerán por invitado, x el número de invitados y b los panes que siempre se compran para llevar a casa. En esta actividad se favorece tanto al alumno como al docente, porque les permite mejorar el método de enseñanza y aprendizaje ante un cambio del discurso matemático escolar, ya que en ocasiones el docente no tiene fundamentado los conocimientos y eso colabora a la problemática planteada.

Antecedentes

En el estudio de la variación de los parámetros de la ecuación de la línea recta de acuerdo a la problemática que presentan los alumnos de nivel medio superior en la materia de Matemáticas III, con operaciones que tienen que ver con variables y literales, se han encontrado algunas investigaciones referentes a este tema con la intención que los alumnos puedan comprender el concepto de la ecuación lineal y utilizar la graficación y visualización como herramientas para el abordaje de la ecuación lineal de tal manera que mediante la visualización y la graficación puedan llegar a la construcción algebraica de la ecuación lineal.

Guzmán, 2006 (como se citó en Méndez, 2013) es uno de los autores que menciona que el alumno logrará construir la representación geométrica de la línea recta usando el método de tabulación y con los puntos obtenidos en ella consigue construirla y señala que para los alumnos es difícil interpretar y explicar lo que ocurre en una gráfica, recalando que la visualización es una herramienta importante para que se logren las relaciones figuras – gráficas, concluye que los estudiantes no tienen identificado los conocimientos y no le encuentran sentido el poder pasar de la representación algebraica de la ecuación lineal a la forma numérica que la estabulación y con este medio poder realizar la graficación.

Según Leinhardt et al., 1990 (como se citó en Dolores, 2004) en su investigación y teoría relacionada con la enseñanza y el aprendizaje de las funciones, gráficas y graficar, menciona que algunos de los problemas en la comprensión de una gráfica son las confusiones entre pendiente y altura, intervalo y punto, así como la que se da entre la gráfica como un dibujo y la de que está construida por un conjunto discreto de puntos. . Para las autoras García y López (2008) “por medio de tareas de conceptualización, investigación y demostración que se

propagan a los alumnos, las habilidades básicas por desarrollar en las clases de geometría son: visuales, de comunicación, de dibujo, lógicas o de razonamiento y de aplicación o transferencia” (pp. 47-48), por tanto cuando se plantean diferentes actividades a los alumnos, dichas habilidades no se dan por separado, habitualmente están presentes dos o más.

En la enseñanza de las matemáticas los autores Gutiérrez y Jaime, 1991 (como se citó en García y López, 2008) la visualización es la capacidad que tiene el alumno de descubrir un objeto al observarlo o tocarlo y la imagen mental que produce por medio de la percepción. Las autoras García y López (2008) mencionan que la geometría es una disciplina evidentemente visual, porque los conceptos geométricos son comprendidos y reconocidos mediante la visualización. Pero hacen la aclaración que la habilidad de visualización solo es un primer acercamiento a los objetos geométricos y no se puede aprender geometría sólo viendo una figura o un objeto geométrico. Sin embargo, indican que es importante que el alumno desafíe diversas situaciones didácticas donde los conocimientos que tienen adquieran sentido.

Finalmente estas autoras recomiendan que en clases en una actividad de geometría es importante estimular constantemente a los alumnos a que cuando el ejercicio matemático que estén resolviendo lo permita, den una argumentación a sus respuestas, porque así como es significativo dar el resultado también lo es exponer cómo se consiguió y convenir que es correcto, de esta manera las actividades se transforman en trabajos de demostración promoviendo el saber de la argumentación lógica y el desarrollo de la habilidad para comunicarse.

En base a las investigaciones anteriores, un docente de esta asignatura está obligado a buscar técnicas (secuencia didáctica) para explicar los contenidos la tarea de la escuela y, en particular es crear mejores condiciones posibles para que los alumnos puedan estudiar y por lo tanto aprender. Todos los docentes cuentan no solo con los conocimientos, sino también con los recursos que permiten el desarrollo de estas, es obligación de ellos mismos hacer uso de la creatividad propia para incluir a todos estos en quehacer docente, antes bien reconstruir las planeaciones enfocarlas a las nuevas corrientes pedagógicas y sobre todo tomando en cuenta las necesidades de los jóvenes para facilitar aún más la interacción docente –alumno en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Todos los sistemas educativos se han preocupado por generar conocimiento y lo siguen haciendo, además, que tengan aplicación fuera del aula, es decir, que los conocimientos que han adquirido los alumnos lo puedan aplicar en su vida cotidiana, pero para esto es necesario que el alumno entienda para qué le sirve, porque los temas de matemáticas deben ser

comprendidos si se reconoce el uso que se le da en la materia y en lo cotidiano, pues tomando lo de ambos se reconoce la significatividad.

Justificación

En una institución educativa se imparten diferentes asignaturas, una de estas disciplinas son las matemáticas que para algunos estudiantes al momento de enfrentarse a esta rama del conocimiento se sienten incómodos, incluso llegan a sentir repudio por esta, ya que desde la infancia no construyeron una asociación entre el uso de ésta herramienta con su vida cotidiana y por este motivo el estudiante pierde el interés por el estudio de esta ciencia. Cuando las clases se desarrollan de tal forma que los alumnos no comprenden el por qué son vistas en su salón de clases, es decir, no logran conectar lo que aprenden dentro del aula con lo que está en su entorno y pierden el interés y la necesidad de aprender.

En esta investigación se realiza una propuesta de una secuencia didáctica mediante la metodología de la ingeniería didáctica, que contribuya de manera positiva a mejorar el aprendizaje del alumno en el tema de ecuación de la línea recta en la forma pendiente ordenada al origen, con la finalidad de presentar las herramientas para que al momento de realizar sus actividades puedan razonar e interpretar y obtener sus respuestas correctamente.

El tema de ecuación lineal es de gran importancia en el nivel medio superior, ya que en este grado se debe obtener y ampliar el conocimiento en el tema en cuestión porque en matemáticas IV se aborda el tema de funciones lineales y en matemáticas V se desarrolla el cálculo diferencial donde tiene su aplicación en la derivada, cerrando el proceso de enseñanza-aprendizaje en la asignatura de matemáticas VI con la antiderivada. En este sentido, el planear y diseñar una propuesta didáctica que realmente signifique un aprendizaje relevante para los estudiantes toma una importancia medular en el que hacer del docente.

Problemática

Conforme a la currícula del programa para el desarrollo de competencias, elaborado por el Colegiado Académico de la Dirección de Educación Media, de la Subsecretaría de Educación del Estado de Chiapas, en las escuelas preparatorias del estado, el tema concerniente a la ecuación lineal en sus diferentes formas está contemplado en tercer semestre de acuerdo al programa de estudio de matemáticas III (2010) que se desarrolla en la escuela preparatoria del estado Mezcalapa del municipio de Copainalá, Chiapas.

Como antecedente a esta temática, en el programa de estudios de Matemáticas II los alumnos trabajan entre otros temas: sistema cartesiano, ecuación lineal, razón, teorema de

Pitágoras; estos conocimientos previos serán la base para que en Matemáticas III aborde temas como: segmento dirigido, distancias entre dos puntos en el sistema cartesiano, pendiente, la línea recta, ecuación lineal en sus diferentes formas; en consecuencia, con estos conocimientos deben estar preparados para identificar la gráfica de la ecuación lineal y su forma algebraica como ecuación, es decir, interpretar la gráfica y construir el modelo algebraico, por ello, que en el curso de Matemáticas III se debe puntualizar en que las variables de una línea recta guardan una estrecha relación y que su adecuada interpretación da origen al tema elemental de relación funcional del cuarto semestre, donde se aborda el tema de funciones lineales en la asignatura de Matemáticas IV que da continuidad a la currícula.

Por su parte en Matemáticas V se desarrolla el cálculo diferencial donde tiene su aplicación los temas anteriores en el valor de la derivada en cualquier punto de una curva, es igual a la pendiente de la recta tangente en ese punto. Cerrando el proceso de enseñanza-aprendizaje en la asignatura de Matemáticas VI con la antiderivada, es por esto que los alumnos de tercer semestre de esta institución deben desarrollar habilidades cognitivas para solucionar y entender la ecuación de la línea recta, ya que este tema constituye una de las temáticas centrales de la educación media superior por lo dicho anteriormente.

La línea recta en su forma pendiente ordenada al origen $y = mx + b$ es un tema útil en la vida cotidiana, pero no todos los estudiantes logran entender cuando lo están resolviendo y considerando todo lo expuesto precedentemente, se ha elaborado algunas preguntas de investigación:

- ¿Cómo ilustrar la ecuación de la línea recta en la forma $y = mx + b$ (pendiente y ordenada al origen) para que los alumnos del tercer semestre de preparatoria signifiquen los parámetros de la ecuación?
- ¿Con la variación de los parámetros pendiente y ordenada al origen logran los alumnos reconocer el concepto de ecuación lineal de la forma $y = mx + b$?
- ¿Pueden las herramientas de visualización y graficación ilustrar la construcción de la ecuación lineal de la forma $y = mx + b$?

Objetivos de la Investigación

El objetivo general:

Diseñar una propuesta didáctica para que los alumnos de tercer semestre del nivel medio superior signifiquen los parámetros de la ecuación de la línea, de tal forma, que a través de la variación de los mismos y la utilización de las herramientas de visualización y graficación

logren la construcción de la ecuación de la recta de la forma pendiente - ordenada al origen $y = mx + b$.

Los objetivos específicos:

- a) Analizar el plan de estudios de la materia de matemáticas III del nivel medio superior, para conocer como abordan el tema de la ecuación de la línea recta.
- b) Considerar un análisis epistemológico sobre la ecuación de la forma pendiente ordenada al origen.
- c) Diseñar una propuesta didáctica que permita comprender ese proceso de significación de los parámetros, a través de la visualización y la graficación para la construcción de la ecuación lineal.

CAPITULO I: Marco Teórico

En este apartado se desarrollará la fundamentación teórica del presente trabajo, ya que esta es una parte de la investigación donde el autor Daros (2002) lo define como “un medio inventado por el científico, con el cual trata de comprender un problema; es la causa por la cual el efecto (lo que aparece, el fenómeno, el hecho, el dato, etc.) queda comprendido, explicado” (p. 80), en otras palabras, se parte de un problema y para la eficiencia de este proceso se pueda construir conocimientos generales los cuales lleven a construir otros problemas, fundamentándola con la teoría en la investigación científica. La teoría tiene un grado de dificultad por lo cual debe ser explicada, ampliada y reforzada con otras ideas creando un juicio o proposición argumentando los hechos o fenómenos, para expresar ideas que estén ordenadas, de tal manera que los últimos lleven a los primeros para entenderlos.

Esta teoría abordará la problemática que delimita la investigación, enfatizando los objetivos formulados y justificados a partir de la experiencia de esta autora como docente. El trabajo de investigación plantea hacer una propuesta de una situación didáctica y se empleará como marco teórico a la teoría de situaciones desarrollada por Guy Brousseau (1986), y como metodología a la Ingeniería Didáctica de la autora Artigue (1998), tomando lo referido de ambas partes para las actividades que se incorporará en la situación didáctica. Se tomarán elementos de la socioepistemología para considerar cuáles son las situaciones que ayudan en la construcción del conocimiento porque permite tomar en cuenta situaciones que no están definidas en una estructura matemática escolar.

Aproximación del Estado del Arte

En este apartado para el autor Gómez, et al. (2015) se recuperará para describir o para trascender, con la finalidad de reflexionar y criticar los conocimientos de investigación, siguiendo los pasos de: indagar, identificar y seleccionar, clasificar y sistematizar, analizar y por último aproximar el estado del arte, en otras palabras se reporta el trabajo de investigación concerniente al discurso matemático escolar acerca de la ecuación de la línea recta para llegar a la forma pendiente – ordenada al origen $y = mx + b$ y a revisar las investigaciones de otros autores en la ecuación de la recta de la forma pendiente ordenada en el origen.

De acuerdo a la problemática que presentan los alumnos de nivel medio superior en la materia de Matemáticas III, con operaciones que tienen que ver con variables y literales, la intención es que los alumnos puedan comprender el concepto de la ecuación lineal de la forma $y = mx + b$, se utilizará la graficación y visualización como herramientas para el abordaje de la ecuación lineal de la forma pendiente – ordenada al origen, de tal manera que mediante la

visualización de la graficación puedan llegar a la construcción algebraica. Por esto se tomaron investigaciones realizadas por otros autores:

El autor Guzmán, 2006 (como se citó en Méndez, 2013) ya que es uno de los autores que menciona que “para que el alumno pueda representar una función lineal de lo algebraico a lo gráfico, utiliza como paso intermedio la tabulación” (p. 18), en otras palabras, el alumno logrará construir la representación geométrica de la línea recta usando el método de tabulación y con los puntos obtenidos en ella consigue construirla. También señala que para los alumnos es difícil interpretar y explicar lo que ocurre en una gráfica, recalcando que la visualización es una herramienta importante para que se logren las relaciones figuras – gráficas, concluye que:

Los estudiantes muestran deficiencias conceptuales de interpretación y falta de coordinación en los ejercicios algebraico, gráfico y tabular, ya que presentan serias dificultades en pasar de un lenguaje a otro y mayor mente en visualizar los cambios de los parámetros m y b de la función del tipo $y = mx + b$ (Méndez, 2013, pp. 18-19).

En otras palabras, los estudiantes no tienen identificado los conocimientos y por experiencia de esta autora como docente los alumnos no le encuentran sentido el poder pasar de la representación algebraica de la ecuación lineal a la forma numérica que a la tabulación y con este medio poder realizar la graficación. Por esto, la puesta en escena de la secuencia didáctica que propuso el autor Méndez (2013), le permitió observar que aunque los alumnos no están familiarizados con la obtención de información mediante una gráfica para crear un concepto y con el uso de la visualización, fueron capaces de realizar la secuencia didáctica. Esto se dio porque los alumnos tenían conocimientos previos que les permitió poder comprender y lograr los objetivos esperados.

Por lo que el autor pudo mencionar al abordar el tema de función lineal apoyado mediante el uso de la gráfica, en la cual determinaron el valor de los parámetros m y b mediante la visualización de la misma, permitió a los alumnos comprender y aclarar la construcción en su forma algebraica. El cual le ayudó a comprobar que el uso de la gráfica influye para los entendimientos de los alumnos en la función lineal, desarrollando habilidades cognitivas en ellos. Con las estrategias didácticas empleadas en la secuencia diseñada por Méndez (2013) los alumnos lograron mediante la visualización de la gráfica de la función lineal, encontrar el valor correspondiente a la pendiente m y de la ordenada al origen b para llegar a construir la expresión algebraica de la forma pendiente ordenada al origen $y = mx + b$.

Según Leinhardt et al., 1990 (como se citó en Dolores, 2004) en su investigación y teoría relacionada con la enseñanza y el aprendizaje de las funciones, gráficas y graficar, menciona que algunos de los problemas que presentan los alumnos en la comprensión de una

gráfica son las confusiones entre pendiente y altura, intervalo y punto, así como la que se da entre la gráfica como un dibujo y la de que está construida por un conjunto discreto de puntos.

Por otra parte Azcárate, 1993 (como se citó en Dolores, 2004) al investigar los temas vinculados con el concepto de pendiente, observó que la mayoría de los alumnos en la materia de geometría analítica relacionan el ángulo de inclinación con la pendiente y en algunos casos con la magnitud de la ordenada al origen o con el punto donde la recta interseca al eje de las y , en otras palabras, los alumnos confunden al ángulo de inclinación de la línea recta con los otros significados de la línea recta porque no tienen claro la definición el concepto de cada uno.

Para los autores Einseberg y Dreyfus, 1991 (como se citó en Dolores, 2004) la interpretación de gráficas es necesario el proceso de visualización; sin embargo, algunos estudiantes se muestran evasivos a utilizar el pensamiento visual, prefiriendo el trabajo algorítmico, ya que el pensamiento visual implica procesos cognitivos superiores. Pero, la interpretación de las gráficas es una actividad necesaria para la comprensión de los procesos de variación y es necesario afrontarlo para lograrlo.

Por esto, Even, 1998 (como se citó en Dolores, 2004) sostiene que “quienes utilizan con facilidad y libremente el análisis global de los cambios en las representaciones gráficas tienen una mejor y poderosa comprensión de las relaciones entre ellas que la gente que prefiere restringirlo a las características locales y específicas” (pp. 198-199). Es así, que autores como Dolores (2004) y Mosclikovich et al. (1993) citado por el autor Dolores (2004), piensan que el uso coordinado de ambas formas de análisis, pueden contribuir de una mejor manera a desarrollar la habilidad de analizar funciones a través de sus gráficas.

Para el autor Bachelard, 1988 (como se citó en Dolores, 2004) la lectura e interpretación del comportamiento de las funciones a través de sus gráficas provoca muchos conflictos cognitivos en los estudiantes; sin embargo, si se quiere progresar es necesario abordar estos temas en términos de obstáculos, considerando los conocimientos previos de los alumnos. Por todo lo anterior para el autor Dolores (2004), hacer que los alumnos desarrollen el pensamiento variacional conlleva a rupturas y cambios conceptuales con conocimientos previos y espontáneos, por esto el autor considera que el principal problema es investigar que concepciones alternativas poseen los estudiantes cuando se les plantea el análisis de funciones, para conocer sus ideas y orientar futuros trabajos en el pensamiento y lenguaje variacional.

Para hablar de las concepciones alternativas que poseen los estudiantes Dolores (2004) define que “la visualización se caracteriza por complejos procesos de interacción entre las representaciones pictóricas externas (gráficas, figuras, etcétera) y la formación de imágenes

mentales en el individuo” (p.199), es decir, que los alumnos tienen que pasar por el proceso de visualizar la gráfica de la ecuación lineal buscando procese esta información y lo traduzca a una expresión algebraica.

Además menciona que “la capacidad de visualizar cualquier concepto matemático o problema requiere de la habilidad de interpretar y entender la información figurativa sobre el concepto mismo, manipularla mentalmente y expresarla mediante un soporte material”, según Castro y Castro (1997), citado en Dolores (2004, p. 199), en otras palabras, este proceso de formular la expresión algebraica a partir de la visualización grafica tiene su base en la teoría fundamental de la ecuación de la línea recta.

La visualización vista desde el punto de la educación matemática para Dreyfus (1993), citado en Dolores (2004), incluye dos direcciones: “la interpretación y comprensión de modelos visuales y la habilidad para traducir en imágenes visuales la información que es dada en forma simbólica” (p. 199), lo que quiere decir, que el alumno podrá realizar la representación geométrica de la ecuación dada su forma algebraica y viceversa.

Por lo antes mencionado, Dolores (2004) utiliza el lenguaje verbal escrito y las gráficas como medio para investigar en las interpretaciones y concepciones que los estudiantes tienen acerca de los conceptos y relaciones matemáticas en el comportamiento de las funciones, llamando su atención en las interpretaciones de los estudiantes, consecuencia de la visualización que hacen de las gráficas y los significados que les dan; con frecuencia los resultados no son congruentes con los conceptos representados en la matemática, creando errores y concepciones alternativas.

El autor menciona que son los mismos estudiantes quienes desarrollan sus propios significados e ideas para palabras usuales en la ciencia y sus estrategias para explicar de cómo y por qué las cosas se comportan de alguna manera, e l cual Osborne y Wittrock (1983) citado por el autor Dolores (2004) les denomina con el término de “concepciones de los estudiantes a estas categorías de creencias, teorías, significados y explicaciones” (p. 199).

Para Confrey (1990) citado en Dolores (2004, p. 199) “cuando esas concepciones entran en conflicto con los significados aceptados emergen las concepciones erróneas, los errores sistemáticos, preconceptos y concepciones alternativas”. Es decir, tales términos tienen diferente relación en la educación matemática, por lo tanto, para los estudiantes reflejan diferentes perspectivas distintas acerca de cómo conciben sus conocimientos.

Aclarando que:

Las concepciones de los estudiantes se utiliza para denotar los conocimientos de los alumnos que están de acuerdo con los significados aceptados y las concepciones

alternativas para describir conocimientos que difieren de los que se plantean para ser aprendidos, ya que enfatizan lo que los estudiantes saben e inducen al observar los procesos de aprendizaje desde su punto de vista (Dolores, 2004, p.200).

En otras palabras, el docente espera que los estudiantes respondan a los cuestionamientos que se le hace de la misma manera que se le enseña y la concepción de ellos es diferente por lo que sus respuestas difieren de lo enseñado. Para las autoras García y López (2008) “por medio de tareas de conceptualización, investigación y demostración que se propagan a los alumnos, las habilidades básicas por desarrollar en las clases de Geometría son: visuales, de comunicación, de dibujo, lógicas o de razonamiento y de aplicación o transferencia” (pp. 47-48), por tanto cuando se plantean diferentes actividades a los alumnos, dichas habilidades no se dan por separado, habitualmente están presentes dos o más.

En la enseñanza de las matemáticas los autores Gutiérrez y Jaime (1991) citado por García y López (2008) “la visualización es una actividad del razonamiento o proceso cognitivo basada en el uso de elementos visuales o espaciales, tanto mentales como físicos, utilizados para resolver problemas o probar propiedades” (p. 48), en otras palabras la visualización es la capacidad que tiene el alumno de descubrir un objeto al observarlo o tocarlo y la imagen mental que produce por medio de la percepción.

Es por esto, que García y López (2008) mencionan que la geometría es una disciplina evidentemente visual, porque los conceptos geométricos son comprendidos y reconocidos mediante la visualización. Pero hacen la aclaración que la habilidad de visualización solo es un primer acercamiento a los objetos geométricos y no se puede aprender geometría sólo viendo una figura o un objeto geométrico. Sin embargo, indican que es importante que el alumno desafíe diversas situaciones didácticas donde los conocimientos que tienen adquieran sentido, un ejemplo muy claro es a través de las construcciones geométricas, en las que se puede modificar el tipo de información que se les proporciona, en el caso de la ecuación de la línea recta de la forma pendiente – ordenada al origen $y = mx + b$, la información que se pueden hacer variar son la pendiente m y la ordenada al origen b .

Estas autoras mencionan que en geometría es necesario desarrollar la habilidad de visualización porque es posible que los estudiantes al resolver un problema encuentren dificultades porque no logran ordenar lo que observan o lo organizan de una forma que no lleva a la solución del problema o no facilita demostrar cierta propiedad. También describen que la visualización puede reproducirse en la mente porque esta habilidad está muy relacionada con la imaginación espacial.

Las autoras también mencionan que la habilidad de comunicación se describe como al alumno que es capaz de entender, interpretar, y comunicar datos geométricos, ya sea en forma escrita, oral o gráfica, utilizando vocabulario y símbolos correctos de la geometría. Dicha habilidad está relacionada con el pensamiento y está presente durante las clases de matemáticas y en particular de geometría, como cuando los alumnos antes de empezar a resolver un problema leen e interpretan la información, discuten con sus compañeros de equipo las diferentes formas para la solución, presentan ante su grupo el procedimiento y el resultado que siguieron para la resolución, justifican el resultado o procedimiento, validan la conjetura que hicieron.

Finalmente para las autoras García y López (2008) recomiendan que en clases en una actividad de geometría es importante estimular constantemente a los alumnos a que cuando el ejercicio matemático que estén resolviendo lo permita, den una argumentación a sus respuestas, porque así como es significativo dar el resultado también lo es exponer cómo se consiguió y convenir que es correcto, de esta manera las actividades se transforman en trabajos de demostración promoviendo el saber de la argumentación lógica y el desarrollo de la habilidad para comunicarse.

Teoría de Situaciones Didácticas

La teoría de situaciones didácticas según Brousseau (1986) tuvo su comienzo en Francia; y se caracteriza por interpretar y descubrir los procesos de la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas. Se ha desarrollado y realizado en diversos sitios del mundo y ha alcanzado hasta el momento resultados sumamente interesantes. Para Brousseau (2007) en esta teoría, se estudian y modelan fenómenos didácticos que ocurren cuando un profesor se propone enseñar una noción, un teorema o un procedimiento a sus estudiantes, es decir, saber y hacer matemáticas no es solo saber teoremas y definiciones que se utilicen para resolver un problema, si no apropiarse de los conocimientos para aplicarlos en cualquier problema escolar o no escolar. Porque el alumno resuelve problemas de manera memorística siguiendo los pasos que el docente le instruye.

El docente juega un papel importante dentro de esta teoría, ya que es quien está observando y afrontando las dificultades didácticas que existan para aprender el tema que está enseñando. De igual manera para Brousseau (1986) menciona que el docente es quien desarrollará las situaciones didácticas idóneas para que el alumno logre construir el conocimiento matemático. La teoría de situaciones didácticas es una teoría de enseñanza que busca condiciones para un fundamento artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis, de que los conocimientos no se construyen de manera directa.

Así pues, esta teoría de situaciones permite al docente diseñar y explorar un conjunto de secuencias de clase, con el fin de disponer de un medio para realizar una cierta intención de aprendizaje. Es decir, que cambie la forma tradicional de enseñanza y tome en cuenta las capacidades cognitivas del alumno de acuerdo al estadio de desarrollo en el que está el alumno. Haciendo así el análisis cognitivo, que es necesario para construir una situación didáctica. En esta situación se debe crear condiciones para que el alumno tenga la necesidad de encontrar como resolver un problema matemático. Esta teoría centra su atención en los dispositivos didácticos que tienen como finalidad que el alumno se apropie de cierto conocimiento matemático.

Al referirse a las situaciones didácticas, se deben distinguir dos enfoques: uno, tradicional; otro, el enfoque planteado por la teoría de Brousseau. En este trabajo se utilizará el segundo, ambos diseñados en relación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así según Chavarría (2006, p. 2):

En el enfoque Tradicional:

Hay una relación estudiante-profesor, en la cual, el profesor simplemente provee (o deposita) los contenidos, instruye al estudiante, quien captura (o engulle) dichos conceptos y los reproduce tal cual le han sido administrados. Dentro de este enfoque no se contextualiza el conocimiento, no se tiene un aprendizaje significativo. Paulo Freire apunta con respecto al enfoque tradicional: La educación padece de la enfermedad de la narración que convierte a los alumnos en contenedores que deben ser llenados por el profesor, y cuanto mayor sea la docilidad del receptáculo para ser llenado, mejores alumnos serán.

En el enfoque planteado por Brousseau:

Intervienen tres elementos fundamentales: estudiante, profesor y el medio didáctico. En esta terna, el profesor es quien facilita el medio en el cual el estudiante construye su conocimiento. Así, situación didáctica se refiere al conjunto de interrelaciones entre tres sujetos: profesor-estudiante-medio didáctico. Dentro de esta dinámica tenemos otra dimensión: la situación a-didáctica; la cual, vamos a estudiar dentro del haz de interrelaciones planteado en la Situación Didáctica (Chavarría, 2006, p. 2).

Brousseau plantea las situaciones didácticas como una forma para modelar el proceso de enseñanza-aprendizaje, de tal manera que este proceso se representa como un juego para el cual el profesor y el alumno han determinado reglas y acciones sobreentendidas, lo que se conoce como medio didáctico. Dentro de la interrelación: docente-alumno-medio didáctico, se integran dos conceptos: la transposición didáctica y el contrato didáctico. El contrato didáctico

refiere a la consigna establecida entre profesor y alumno, de esta forma, comprende el conjunto de comportamientos que el profesor espera del alumno y el conjunto de comportamientos que el alumno espera del docente. Y la transposición didáctica es “el trabajo que transforma de un objeto saber enseñar en un objeto de enseñanza” (Chevallard, 1997, p. 16), es decir, es el proceso de llevar un saber científico a los alumnos que les permita crear un saber superior.

Así, por la falta de interés que los alumnos muestran hacia la materia de matemáticas III, es necesario elaborar la situación didáctica que provoque el interés de ellos de un saber determinado. Para esto se hace imprescindible observar el sistema didáctico constituido por el alumno–profesor–saber. Por ello, es necesario tener en cuenta la aproximación teórica que permite abordar ésta problemática mediante la teoría de situaciones didácticas de Brousseau (1986) que tiene la finalidad en que el alumno se apropie de los conocimientos generados en este caso por la secuencia didáctica.

La Teoría de Situaciones según Panizza (2004) está sustentada en una concepción constructivista –en el sentido piagetiano- del aprendizaje, concepción que es caracterizada por Brousseau (1986, p.3) de esta manera:

El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.

Así, para que el alumno construya el conocimiento, es necesario que se interese personalmente por la resolución del problema planteado en la situación didáctica. En este caso se señala que se ha logrado la restitución de la situación al estudiante. El desarrollo de resolución del problema diseñado se compara a un juego de habilidad o a un desarrollo de toma de decisiones.

Para Chavarría (2006, p. 2) la situación a- didáctica es:

El proceso en el que el docente le plantea al estudiante un problema que asemeje situaciones de la vida real que podrá abordar a través de sus conocimientos previos, y que le permitirán generar además, hipótesis y conjeturas que asemejen el trabajo que se realiza en una comunidad científica. En otras palabras, el estudiante se verá en una micro-comunidad científica resolviendo situaciones sin la intervención directa del docente, con el propósito posteriormente de institucionalizar el saber adquirido.

Para Brousseau (2007) una situación funciona de manera a-didáctica cuando el alumno y el maestro logran que el primero asuma el problema planteado como propio, y entre en un proceso de búsqueda autónomo, sin ser guiado por lo que pudiera suponer que el maestro

espera. Por otra parte, la situación didáctica según Brousseau (2007) comprende el proceso en el cual el docente proporciona el medio didáctico en donde el estudiante construye su conocimiento. De lo anterior se deduce que la situación didáctica engloba las situaciones a-didácticas, de esta forma, situación didáctica consiste en la interrelación de los tres sujetos que la componen. En resumen, la interacción entre los sujetos de la situación didáctica acontece en el medio didáctico que el docente elaboró para que se lleve a cabo la construcción del conocimiento (situación didáctica) y pueda el estudiante, a su vez, afrontar aquellos problemas inscritos en esta dinámica sin la participación del docente (situación a-didáctica).

De acuerdo a Brousseau (2007), las características de esta teoría son la situación didáctica y la situación a-didáctica:

La situación didáctica:

Es un conjunto de relaciones establecidas explícitamente o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos y un cierto medio que comprende eventualmente de instrumentos u objetos y un sistema educativo quien es representado por el profesor, con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de construcción (Brousseau, 2007, p.30).

Las situaciones didácticas se clasifican en:

- a) **Situaciones de acción:** Ocurre una interacción entre los alumnos y el medio físico. Los alumnos deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución del problema planteado.
- b) **Situaciones de formulación:** El objetivo es la comunicación de información entre los alumnos. Para esto deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándolo y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar.
- c) **Situaciones de Validación:** Se trata de convencer a uno o varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen. En este caso, los alumnos deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones. No basta la comprobación empírica de que lo que dicen es cierto, hay que explicar que, necesariamente, debe ser así.
- d) **Situaciones de institucionalización:** Están destinadas a establecer convenciones sociales. En estas situaciones se intenta que el conjunto de alumnos de una clase asuma la significación socialmente establecida de un saber que ha sido elaborado por ellos en situaciones de acción, de formulación y de validación.

Para Brousseau (2007) la situación didáctica es aquella que contiene intrínsecamente la intención de que alguien aprenda algo. Esta intención no desaparece en la situación a-

didáctica: la no intencionalidad contenida en este concepto se refiere a que el alumno debe relacionarse con el problema a partir de sus conocimientos, motivado por el problema y no por satisfacer un deseo del docente, y sin que el docente intervenga directamente ayudándolo a encontrar una solución. La situación didáctica, centra su atención en los dispositivos didácticos que tienen como finalidad de que el docente enseñe a los estudiantes para adquirir cierto conocimiento matemático, mediante un medio.

En este trabajo, la situación didáctica va cumplir con la característica de ser a-didáctica, ya que el objetivo de la situación didáctica es que al enseñar al alumno el tema de ecuación de la línea recta, debe ser de manera a-didáctica, es decir, sin intención de hacerlo, no se le darán información ni pistas sobre cómo resolver el problema, con el propósito de que el alumno llegue a una situación de conflicto con el tema y lo haga capaz de analizar y resolverlo, adaptando su propio conocimiento. El docente en ningún momento debe intervenir en el saber en juego y debe dejar que el alumno se enfrente al problema y busque la manera de solucionarlo, es decir, que la situación didáctica que se diseñará, tiene la intención de provocar que los estudiantes al trabajar con esta secuencia didáctica den significado por medio de la visualización y graficación a la ecuación lineal, específicamente en la construcción de la ecuación de la recta en la forma pendiente – ordenada al origen.

Esta situación didáctica se realizará bajo los siguientes criterios en el diseño:

- 1- Ser interesante: para lograr captar el interés del alumno y resuelva por iniciativa e interés propio y no solo por cumplir con el docente, además las preguntas deben ser claras para no responder con un solo sí o no.
- 2- Considerar los conocimientos necesarios de los alumnos: es importante enseñar los métodos posibles para que puedan resolver el problema de forma mental, por conteo, visualizando, graficando, etc.
- 3- Aprobación: El docente deberá buscar un punto en la estructura de la situación didáctica donde el alumno pueda considerar por sí mismo si el procedimiento que está siguiendo es el correcto o no y pueda adquirir responsabilizarse de sus respuestas, para que se logre con esto que el alumno defienda su postura.
- 4- El docente no debe de intervenir en la resolución del saber: Solo se le permite dar las instrucciones de acciones permitidas o no, pero si puede dar su opinión sobre si el procedimiento elaborado por los alumnos es el correcto o no, así como de buscar métodos para la permanencia del interés del alumno hasta resolver el problema.

Además, este tema está conformado por una o unas variables didácticas, las cuales son nociones que crean valores, las que al modificarlas, cambian las estrategias de resolución y por

consiguiente los saberes necesarios para que puedan resolver la situación. Teniendo bien identificadas estas variables ayudará de una manera clara al docente para estar preparado en caso de un cambio y ser flexible a realizar otros procedimientos que los alumnos puedan llegar a proponer.

En esta propuesta de trabajo las situaciones didácticas que se deben considerar son las siguientes:

- 1- La situación de acción: Sucede cuando el alumno empieza a interactuar con la actividad.
- 2- La situación de formulación: Se crea cuando el alumno busca los conocimientos y elementos necesarios para atender el problema, aplica y crea su propia metodología.
- 3- La situación de validación: Es cuando se le pregunta al alumno una justificación de la solución a la que llegó.
- 4- La situación de institucionalización: Es la parte del cierre de la actividad impartida por el docente, donde explica la actividad que se realizó y los saberes que se vieron involucrados.

Uso de la Tecnología

Esta autora considera importante complementar la secuencia didáctica con el uso de la tecnología para resolver problemas matemáticos, porque esto enriquece el proceso de enseñanza – aprendizaje, ya que de acuerdo a los autores Sacristán, et al. (2010) el uso de la tecnología juega un papel importante en la comprensión y desarrollo de los conceptos matemáticos por sus múltiples representaciones que los tipos de *software* ofrecen. La tecnología en estos tiempos es una herramienta esencial y se debe aprovechar para que los alumnos aprendan matemáticas.

Existen diferentes tipos de *software* que se pueden utilizar en la enseñanza de las matemáticas, en particular en esta investigación en la geometría se puede encontrar *Cabré*, *GeoGebra* y *Cinderella*, los cuales pueden convertirse en una herramienta importante porque haciendo uso didáctico de estas se realizará de manera fácil el proceso de enseñanza para el docente, como de aprendizaje del alumno y se logrará la construcción del saber en el alumno. El autor Santos, 2004 (como se citó en Carbajal, 2013) menciona que el uso de la tecnología ofrece a los estudiantes una herramienta útil para identificar relaciones potenciales, explorar y visualizar sus comportamientos.

La autora Carbajal (2013) señala que el uso de la tecnología es un potencial para mejorar la capacidad de los alumnos, ya que los alumnos experimentan con ideas debido a la

interactividad y lo relacionan de lo general a lo específico, mostrando un grado de autonomía. También menciona que “el profesor al utilizar alguna herramienta tecnológica dispone de un medio para presentar a los estudiantes distintos conceptos o procedimientos de una forma atractiva y dinámica, además promueve en ellos la reflexión y el análisis” (Carbajal, 2013, p. 22).

Es por esto, que en la situación didáctica de esta investigación se utilizará el software *GeoGebra* para el desarrollo de una actividad, esta herramienta es complementaria para que los alumnos con base a su experiencia y la interactividad con el programa logren escribir la ecuación de la línea recta de la forma pendiente – ordenada al origen. *GeoGebra* (s.f.) es utilizado en matemáticas porque es un software dinámico creado especialmente para esta materia en todos los niveles educativos que recopila a la geometría, álgebra, estadística, hojas de cálculo, gráficas y cálculo en un solo motor. Además, este software está disponible para todo el público de forma gratuita.

CAPÍTULO II: Metodología

La metodología que se utilizará en esta investigación es la ingeniería didáctica de Michele Artigue (1998), esta surge en los años ochenta, como un modelo de investigación en educación, para dar respuestas útiles a las investigaciones educativas, es decir, que las producciones de estas sean significativas para el proceso de enseñanza – aprendizaje, además, por la necesidad de que se consolidará específicamente como una metodología de investigación en la didáctica de las matemáticas para los hallazgos de la teoría de situaciones didácticas de Brousseau (1986) y de la transposición didáctica de Chevallard (1997). La importancia de esta metodología se demuestra en los trabajos realizados en Francia por Brousseau (1998) y Douady (1984) en la didáctica de las matemáticas.

En este trabajo se considera la experiencia laboral como docente de esta autora en la currícula de matemáticas, porque dentro del aula se ha observado el bajo rendimiento escolar de los estudiantes por la falta de interés de la materia de Matemáticas III en la escuela preparatoria del estado Mezcalapa, con clave 07EBH0015H, ubicada en la calle primera oriente norte s/n, barrio santa Ana, con código postal 29620, en el municipio de Copainalá, Chiapas.

En el programa para el desarrollo de competencias de matemáticas III emitido por la secretaría de educación pública (2010) se señala en el diagnóstico que la falta de interés a la materia se debe a no relacionar la matemática con la vida cotidiana, agregando que los alumnos traen consigo problemas familiares, emocionales, sociales y culturales. En consecuencia, los estudiantes no asimilan ideas, conceptos, procedimientos y relaciones matemáticas para aplicarlas en la resolución de problemas de geometría analítica. Teniendo en cuenta esta problemática en el nivel medio superior se hace necesario realizar una propuesta de estrategia didáctica donde los alumnos tengan mejores posibilidades de éxito en su aprendizaje en el tema de la construcción de la ecuación lineal de la forma $y = mx + b$ a través de la variación de parámetros.

Los alumnos deben identificar los parámetros (pendiente y ordenada en el origen) y por medio de la visualización y graficación puedan construir la ecuación de la forma $y = mx + b$ o viceversa. La intención de este trabajo es buscar la estrategia didáctica adecuada para mejorar la práctica docente con la finalidad de optimizar el rendimiento académico de los alumnos. Modelando bajo un proceso elemental que va transitando desde un modelo geométrico – aritmético – algebraico, para lograr un aprendizaje significativo integral y en su vida cotidiana.

Ingeniería Didáctica

Para Artigue (1998) el nombre de ingeniería didáctica surgió de la similitud con la actividad de un ingeniero, que lo define como:

Para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control científico. Sin embargo, al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los objetos depurados de la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo (Artigue, 1998, p. 33).

Este término de ingeniería didáctica se utiliza en la didáctica de las matemáticas con dos funciones: como metodología de investigación y como producciones de situaciones de enseñanza y aprendizaje como menciona Artigue, et al (1995):

...el término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase concebidas, organizadas y articuladas en el tiempo de forma coherente por un profesor-ingeniero para efectuar un proyecto de aprendizaje de un contenido matemático dado para un grupo concreto de alumnos. A lo largo de los intercambios entre el profesor y los alumnos, el proyecto evoluciona bajo las reacciones de los alumnos en función de las decisiones y elecciones del profesor. Así, la ingeniería didáctica es, al mismo tiempo, un producto, resultante de un análisis a priori, y un proceso, resultante de una adaptación de la puesta en funcionamiento de un producto acorde con las condiciones dinámicas de una clase (p. 61).

Es decir, se define a la ingeniería didáctica como un conjunto de secuencia de clase pensada, ordenada y relacionada en un momento de manera razonable por un docente – ingeniero para realizar un plan de formación de un tema de matemáticas en un conjunto determinado de estudiantes. A lo largo de los intercambios entre el docente y los alumnos, el plan evoluciona bajo las actuaciones de los alumnos en función del juicio y opciones del docente.

Artigue (1998) menciona las dimensiones ligadas a los desarrollos de construcción de ingenierías didácticas:

- Dimensión epistemológica: asociada a las características del saber puesto en funcionamiento.
- Dimensión cognitiva: asociada a las características cognitivas de los alumnos a los que se dirige la enseñanza.

- Dimensión didáctica: asociada a las características del funcionamiento del sistema reenseñanza (Artigue, 1998, p. 40).

Como se mencionó, el sustento teórico de la ingeniería didáctica proviene de la teoría de situaciones didácticas de Brousseau (1986) y la teoría de la transposición didáctica Chevallard (1997), que tienen una percepción sistémica al considerar a la didáctica de las matemáticas como el estudio de las relaciones entre un saber, un sistema escolar y los estudiantes, con la finalidad de optimizar las formas de apropiación de este saber por el alumno.

La Ingeniería Didáctica Como Metodología de Investigación

La ingeniería didáctica como metodología de investigación se caracteriza:

- 1- Por un esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en el aula, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza.
- 2- Por el registro de los estudios de caso y por la validación que es esencialmente interna, basada en la confrontación entre el análisis *a priori* y *a posteriori* (Artigue et al., 1995, p. 37).

En el primer caso se señalan, por lo común, dos niveles de ingeniería didáctica, esto depende de la magnitud de la realización didáctica comprendida en la investigación:

- 1- Nivel de micro-ingeniería: Son las investigaciones que tienen por objeto el estudio de un determinado tema. Ellas son las locales y toman en cuenta principalmente la complejidad de los fenómenos en el aula.
- 2- Nivel de macro-ingeniería: Son las que permiten componer la complejidad de las investigaciones de micro-ingeniería con las de los fenómenos asociados a la duración de las relaciones entre enseñanza y aprendizaje (Artigue et al., 1995, p. 36).

Artigue et al. (1995) menciona que estos dos niveles de investigación son significativas y se complementan, además señala que las investigaciones de micro-ingeniería son más fáciles de sobrellevar a la práctica y que las investigaciones de macro-ingeniería son indispensables, aunque tiene dificultades metodológicas e institucionales.

Las Fases de la Metodología de la Ingeniería Didáctica

En el desarrollo del proceso de la secuencia didáctica se propone lo siguiente: de acuerdo a Artigue, et al (1995, p. 38) esta metodología consta de cuatro fases las cuales son descritas de manera general enseguida:

- 1- **Análisis preliminar:** En una investigación de ingeniería didáctica, la fase de la concepción se basa no sólo en un cuadro teórico didáctico generar y en los conocimientos didácticos previamente adquiridos en el campo de estudio, sino también en un determinado número de análisis preliminares. Los más usuales son:
- a) El análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza.
 - b) El análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos.
 - c) El análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución.
 - d) El análisis del campo de restricciones donde se va a situar la realización de la ingeniería didáctica (Artigue, et al. 1995, p. 40).

Todo lo mencionado anteriormente se realiza teniendo en cuenta los objetivos específicos de esta investigación. Por lo tanto, para cumplir con los objetivos de este trabajo, se analizará el plan de estudios de la materia de matemáticas III del nivel medio superior, para conocer como abordan el tema de la ecuación de la línea recta y se considera un análisis epistemológico sobre la ecuación de la forma pendiente ordenada al origen.

- 2- **Concepción y análisis a priori:** En esta segunda fase, el investigador toma la decisión de actuar sobre un determinado número de variables del sistema que no estén fijadas por las restricciones. Estas son variables de comando que se perciben como pertinentes con relación al problema estudiado, Artigue et al. (1995) distingue dos tipos:

- Variables macro-didácticas o globales, concernientes a la organización global de la ingeniería.
- Variables micro-didácticas o locales, concernientes a la organización local de la ingeniería, es decir, la organización de una secuencia o de una fase (Artigue, et al. 1995, p. 42).

Artigue et al. (1995) menciona que ambas variables pueden ser generales o bien dependientes del material didáctico en el que se orienta la enseñanza y es importante destacar que las selecciones globales, aunque se presentan separadas de las locales, estas no son independientes de ellas. Por lo tanto, la finalidad del análisis *a priori* es determinar en qué las elecciones hechas permiten controlar pos-comportamientos de los alumnos y su significado. Es por esto que este análisis se basa en un conjunto de suposiciones y la validación de estas está indirectamente en juego en la confrontación que se lleva a cabo en la fase cuatro, entre el análisis *a priori* y *a posteriori*. Artigue et al. (1995) argumenta que este análisis *a priori* contiene

una parte descriptiva y una predictiva que se dirige en las características de una situación didáctica que se ha diseñado y se va a plantear a los alumnos:

- a) Se describen las elecciones locales (relacionándolas con las globales) y las características de la situación didáctica que de ellas se desprenden.
- b) Se analiza qué podría aprender en esta situación un estudiante en función de las posibilidades de acción, decisión, control y validación de las que dispone, una vez puesta en práctica, cuando trabaja independientemente del profesor.
- c) Se prevén los comportamientos posibles y se trata de demostrar cómo el análisis realizado permite controlar su significado y asegurar, que, si se producen los comportamientos esperados, sean resultado de la puesta en práctica del conocimiento pretendido por el aprendizaje (Artigue et al., 1995, p. 45).

Por lo que se ha mencionado, en el análisis *a priori* el alumno se toma en cuenta tanto en el nivel descriptivo como predictivo y el docente no interviene sino en un nivel descriptivo, así el alumno es el sujeto principal del sistema y el docente esta apenas presente en el análisis *a priori*, excepto durante las situaciones de devolución y de institucionalización. En esta investigación se tomará en cuenta dificultades, intereses y necesidades de los educandos, para diseñar una situación didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la ecuación de la línea recta de la forma pendiente - ordenada al origen.

- 3- **Experimentación:** Es la fase de la ejecución de la ingeniería con una población de alumnos, es decir, es la puesta en escena, en la que se ejecutan los diseños y se recogen los datos que informan sobre los fenómenos identificados en el análisis *a priori*.

En esta etapa se inicia en el momento en que se da el contacto del docente (investigador) con la población de los alumnos (objeto de la investigación). Esta experimentación se basa en:

- La explicitación de los objetivos y condiciones de realización de la investigación a los estudiantes que participarán de la experimentación;
- El establecimiento del contrato didáctico;
- La aplicación de los instrumentos de investigación;
- El registro de observaciones realizadas durante la experimentación (De Faria, 2006, p.5).

De Faria (2006) recomienda que si la fase de experimentación tarda más de una sesión de clases, se debe realizar un análisis *a posteriori* local, cotejando con los análisis *a priori*, con la finalidad de hacer las modificaciones necesarias. Además es esta fase se busca considerar

la elecciones y resoluciones hechas en los análisis *a priori*. En esta investigación no se realizará esta fase ni la siguiente, ya que el trabajo está diseñado como una propuesta de situación didáctica.

- 4- **Análisis a posteriori y validación:** El análisis a posteriori se basa en el conjunto de datos recogidos a lo largo de la experimentación, que incluyen las observaciones de las secuencias de enseñanza, y las producciones de los estudiantes en clase o fuera de ella. Completándolos con frecuencia con otros como cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos, aplicadas en distintos momentos de la enseñanza o durante su transcurso. Y, en la confrontación de los dos análisis, el *a priori* y *a posteriori*, se fundamenta la validación de las hipótesis formuladas en la investigación (Artigue, et al. 1995, p. 48).

Según Artigue et al. (1995):

En la mayoría de los textos publicados concernientes a ingenierías, la confrontación de los dos análisis, *a priori* y *a posteriori*, permite la aparición de distorsiones. Estas están lejos de ser siempre analizadas en términos de validación; esto es, no se busca en las hipótesis formuladas aquello que las distorsiones constatadas invalidan. Con frecuencia, los autores se limitan a proponer modificaciones de ingeniería que pretenden reducirlas, sin comprometerse en realidad con un proceso de validación. Las hipótesis mismas que se formulan explícitamente en los trabajos de ingeniería son a menudo hipótesis relativamente globales que ponen en juego procesos de aprendizaje a largo plazo. Por esto, la amplitud de la ingeniería no permite necesariamente involucrarse en verdad en un proceso de validación (Artigue et al., 1995, p. 49).

La Transposición Didáctica

En la teoría de situaciones didácticas Block (2000) infiere que el estudio del saber se realiza principalmente desde una perspectiva epistemológica y se estudian las condiciones del posible origen del conocimiento a determinadas familias de problemas. Además, considera a las instituciones de enseñanza como un componente fundamental en la caracterización del saber, ya que es ahí donde el estudiante logra una formación integral para poder desenvolverse en la sociedad.

Los saberes son objetos de enseñanza en una institución y presentan sus propias características que los hacen distinguirse de los mismos saberes de otras instituciones. Chevallard (1997) definió a la expresión transposición didáctica como un proceso de la

transposición del saber, de la institución de los matemáticos a las instituciones de enseñanza, a los programas y planes de estudios, a los libros (manual) y finalmente, a las clases impartidas. En cada una de estas instituciones, el saber obedece a sujeciones y motivaciones de muy distinta índole y en el paso de una institución a otra, sufre transformaciones inevitables, pero necesarias, ya que es indispensable estudiar y controlar.

En pocos años los estudios sobre la transposición didáctica dieron lugar a una perspectiva particular en la investigación en didáctica de las matemáticas, la que Chevallard (1997) ha llamado antropología didáctica, porque el saber es relativo a una institución, es decir, en cada institución el saber se encuentra organizado particularmente como por ejemplo en los contenidos considerados, los vínculos con otras nociones, los tiempos asignados, etc. Y no es neutral con respecto a las formas de enseñanza, busca conocer las condiciones que determinen que unos saberes existan en una institución de enseñanza y estudian las condiciones que hacen posible la enseñanza de determinado objeto matemático.

Esta perspectiva pone en primer plano el componente cultural que subyace a la noción de situación didáctica. La noción que se ocupará es el de la ecuación de la línea recta, es un caso particularmente interesante desde esta perspectiva debido a que ocupa un lugar importante en el programa de la enseñanza media y superior durante. El papel que juega esta noción en las matemáticas que se enseñan hoy en día en preparatoria, se deberá dialogar con las explicaciones que se han aportado desde este panorama.

CAPÍTULO III: Resultados y Discusión

Cumpliendo con el propósito de esta investigación en la materia de Matemáticas III se diseñó una propuesta didáctica para la enseñanza de la ecuación de la línea recta de la forma pendiente - ordenada al origen $y = mx + b$, para los alumnos de tercer semestre de preparatoria en la escuela del estado Mezcalapa con clave 07EBH0015H, ubicada en la calle primera oriente norte s/n, barrio santa Ana, con código postal 29620, en el municipio de Copainalá, Chiapas, donde el estudiante pueda construir la ecuación de la recta cuando tenga la representación gráfica y viceversa, es decir, si tiene la gráfica construya la ecuación. Esta propuesta está conformada por actividades que tienen como sustento teórico a la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau (1986) para comprender la didáctica de las matemáticas y a la metodología que describe a la ingeniería didáctica de Michelle Artigue (1998) la cual es utilizada para analizar situaciones didácticas.

Resultados

En esta propuesta de situación didáctica solo se analizan dos etapas de la ingeniería didáctica de Artigue (1998), porque son las que cumplen con los objetivos de esta investigación, la primera etapa analiza un análisis preliminar para saber cómo se aborda el tema de ecuación de una línea recta y la segunda etapa se realiza la propuesta de la situación didáctica mediante tres actividades, dos en forma manual y una con ayuda del programa *GeoGebra*, con el uso de este software se complementa la secuencia didáctica para resolver la secuencia y enriquecer el proceso de enseñanza – aprendizaje en los alumnos.

Este capítulo está estructurado de la siguiente forma:

- Se realizó un análisis preliminar para analizar el contenido de la línea recta.
- Se diseñó una situación didáctica a los alumnos con el propósito de determinar el nivel de competencia que tienen en los conceptos necesarios para que puedan realizar las actividades propuestas y verificar si poseen los conocimientos sobre los conceptos de la ecuación de la línea recta.

Esta situación didáctica estuvo diseñada en dos actividades de forma manual y una en el *software GeoGebra* que es una herramienta digital de geometría dinámica para que el alumno interactúe y explore los conceptos asociados a la línea recta y a través de estas actividades construya el concepto de línea recta. Esta actividad de la situación didáctica está acompañada de una guía paso a paso que le permitirá trabajar al alumno el *software* y desarrollarlo de manera correcta.

Análisis preliminar

Este análisis es sobre los aspectos teóricos generales es la primera fase de la ingeniería didáctica, esta metodología de investigación del aula tiene un interés en la investigación del objeto matemático en relación a las tres dimensiones que menciona Artigue (1998), la primera es la epistemológica que presenta las concepciones sobre la enseñanza y los resultados, analiza el contenido desde la raíz y cuánto tiempo transcurre para la formalización del saber; la segunda es la cognitiva que se relaciona con los obstáculos que se topan los estudiantes al momento de construir los conocimientos y la tercera es la didáctica que analiza cómo se enseña desde los libros que se utilizan para enseñar el contenido, la situación didáctica (material didáctico, problemas), los programas en la institución que fundamentan la planeación de un logro didáctico.

Este análisis preliminar en esta investigación se construyó a partir de un análisis teórico de la enseñanza de la ecuación de la línea recta, considerando descubrir los obstáculos de aprendizaje de los alumnos en este caso en la construcción de la ecuación de la línea recta y cómo los libros de texto y los programas de la institución abordan el tema y se discute sobre la teoría de situaciones didácticas que se escogió para la realización de la situación didáctica diagnóstica.

Dimensión histórica – epistemológica

El concepto de ecuación de la línea recta es un tema de la geometría analítica, juega un papel muy importante en la sociedad, porque muchos fenómenos naturales y sociales se modelan a través de una ecuación lineal. Este tema aparece en la currícula de las instituciones y en los libros de texto. En una búsqueda bibliográfica se encuentran algunas investigaciones se reportan como fueron los inicios de la geometría para hacer referencia a este tema.

Euclides (1991) recopiló todo los trabajos de sus antecesores, uniéndolo con el suyo y publicó un tratado de geometría, llamado *Elementos*, demostrando todo de manera rigurosa. Definiendo un punto como una entidad sin partes componentes ni magnitud. Es en éste momento que aparece la noción de linealidad explícita o implícitamente, cuando Euclides hacia el año 300 AC, hace mención de la línea recta con sus postulados siguientes:

Postulado I: El de trazar una línea de cualquier punto a punto.

Postulado II: El de prolongar una recta finita continuamente en línea recta.

Postulado V: El de que una línea recta al caer sobre dos rectas hace los ángulos interiores de un mismo lado menores que dos ángulos rectos, entonces las dos rectas,

si son prolongadas indefinidamente, se encontrarán por el dado en el que están los ángulos menores que dos rectos (Euclides, 1991, p. 52).

El postulado I hace mención que en un plano cartesiano desde cualquier punto se puede trazar una recta a cualquier otro punto del plano, el II menciona que una línea recta se prolonga infinitamente y el III menciona que si una recta, cortando a otras dos rectas, forma los ángulos internos a una misma parte menores que dos rectas, las dos rectas prolongadas indefinidamente se encontrarán de la parte en que los dos ángulos son menores que dos rectas. Euclides emplea el primer postulado para mencionar que por dos puntos pasa una única recta.

Según Acosta et al. (2010) Apolonio en el siglo III AC fue quien sugirió el nombre de parábola, elipse, e hipérbola a los lugares geométricos (que se refieren a lugares geométricos rectilíneos y circulares) que en la actualidad se conocen. De algunos de sus escritos se puede rescatar en lo que concierne a la línea recta, que las propiedades de series de puntos proyectivos se pueden trazar con curvas directrices que se pueden construir con líneas rectas.

Para Acosta et al. (2010) Fermat y Descartes tomaron los escritos por Apolonio y establecieron la unión entre la geometría y el álgebra, haciendo que la geometría se analizará utilizando el álgebra, teniendo como resultado la propuesta de la ecuación de la línea recta. En su empeño de dar a conocer con pleno sentido los trabajos antiguos sobre los lugares geométricos, Fermat y Descartes se les ocurre determinar la situación de un punto en un plano por su posición respecto al eje de las x .

La historia según Gribbin (2003), Descartes pasó todo un día soñando despierto en la cama y observando distraídamente el recorrido de una mosca por la habitación cuando se dio cuenta de que la posición de la mosca se podía representar mediante tres números que expresaran las distancias desde cada una de las tres paredes hasta su posición, viéndola de esta manera en tres dimensiones. Sin embargo, Descartes empezó con el hecho casi trivial, que en un mapa de una ciudad, una pareja de números puede determinar la posición de un punto en el plano.

Este hecho sirvió para determinar la teoría de curvas llamada *Geometría Analítica*. Así, la pareja de números determinada por la pareja de líneas rectas perpendiculares proporcionan el sistema de referencia llamada coordenadas cartesianas en honor a Descartes. Quedando obsoleta la definición de Euclides (un punto como una entidad sin partes componentes ni magnitud), para definir un punto en el plano como un par ordenado de números (x, y) , de modo que a cada valor de x le corresponde un único valor de y , llamándola función. Gribbin (2003),

menciona que para representar cantidades conocidas Descartes introdujo utilizar las primeras letras de alfabeto a, b, c, \dots y las últimas letras x, y, z, \dots para representar cantidades desconocidas.

Así el objetivo principal de la geometría analítica es:

La correspondencia entre una ecuación y el lugar (generalmente una curva) consistente de todos aquellos puntos cuyas coordenadas relativas a dos ejes fijos perpendiculares satisfacen la ecuación. De hecho, ni Descartes ni Fermat usaron sistemáticamente dos ejes de coordenadas en la forma estándar actual (Hernández, 2002, p. 33).

Es decir, la relación que hay entre una ecuación algebraica y su representación gráfica en el plano cartesiano. Acosta et al. (2010), menciona que en el siglo XVIII, es donde se da el inicio del álgebra lineal y tomando algunas ideas de Euler, Cramer y Frobenius se va estableciendo una teoría sobre sistemas de ecuaciones lineales, tratándose de el caso de n ecuaciones con m incógnitas. Pasado el tiempo se van incorporando los conceptos de matrices y dependencia lineal e independencia lineal, espacios vectoriales y transformaciones lineales.

En este breve estudio histórico, acerca de estos logros matemáticos muestran su evolución conceptual a partir de las condiciones socioculturales de cada momento de la línea recta y la noción de linealidad, donde se rescatan los elementos del eje epistemológico que en principio es posible incorporar a la didáctica de las matemáticas. Porque como se mencionó anteriormente el tema de la línea recta juega un papel muy importante en la sociedad, porque muchos fenómenos naturales y sociales se modelan a través de esta, es por este motivo que este tema aparece en la currícula de las escuelas.

Dimensión Cognitiva

En la educación básica específicamente en la secundaria se empieza enseñando el tema de ecuaciones lineales con una y dos incógnitas, este tema para Piaget (1978) se clasifica en una etapa de operación formal, en este estadio el estudiante es reflexivo, con un rango de edad entre los 12 y 13 años, en este momento es cuando los alumnos logran comprender los problemas de esta índole, ya que alcanza la madurez cognitiva, precisamente se le presenta estos temas de ecuación de primer grado para no forzar al alumno aprender un contenido que sobrepase sus capacidades y cuando resuelva el problema no lo realice por medio de la memorización y sin apropiarse del tema.

Jean Piaget habla sobre el desarrollo cognitivo en los niños, en la cual resalta que los infantes pasan a través de etapas específicas, las cuales se desarrollan en un orden fijo en

todos los estudiantes, donde la edad puede variar de un niño a otro. Para este autor el conocimiento construido por el niño es a través de la interacción de sus estructuras mentales con el ambiente, ningún factor aislado puede explicar el desarrollo intelectual por sí mismo, debe de enlistar una combinación de los factores maduración, interacción social, experiencia física y equilibrio. Porque para tener un aprendizaje el alumno debe de pensar y estos procesos de pensamiento propios de ser humano deben estar estimulados por experiencias que favorezcan su desarrollo en cada uno de los etapas.

Las etapas que Piaget menciona son un conjunto de hechos relevantes en el proceso del desarrollo humano que ocurren próximos en el tiempo, de forma continua y progresiva en torno a una edad aproximada. Esta autora coincide con Piaget al respecto que el alumno empieza a tener razonamiento de las ecuaciones lineales cuando entra al nivel de secundaria pero es preciso que el docente pueda crear un ambiente estimulador donde el alumno logre pensar y así construir el conocimiento, porque como bien lo menciona Piaget (1978) el alumno al relacionarse con su medio ambiente, incorpora experiencias a su propia actividad y las reajusta con las experiencias obtenidas para producir un equilibrio cognitivo y en ese momento construye el conocimiento.

Dimensión Didáctica

El desarrollo de la Educación Media Superior (EMS) en el país ha estado asociado a los acontecimientos sociales y políticos de cada época, donde las necesidades y exigencias van de la mano con la educación. De acuerdo al programa de estudios de Matemáticas III (2010) la Reforma Integral de Educación Media Superior (RIEMS) surgió para dar seguimiento al desorden que se tenía en los curriculum de los diferentes subsistemas de bachillerato, buscando una flexibilidad que permita el libre tránsito y la obtención de un único documento reconocido a nivel nacional del bachiller para dar una cobertura adecuada y no tener un alto índice de deserción. Enfatizando la necesidad de alcanzar mejores índices de calidad educativa, desarrollando competencias para abatir el rezago y marginación en comparación de otras naciones, tomando en cuenta las exigencias del mundo actual y los problemas de los adolescentes.

El reconocimiento universal de todas las modalidades y subsistemas de bachillerato permitirá ver las debilidades y fortalezas presentes en los diferentes subsistemas, lo cual dará como consecuencia el manejo de competencias genéricas que permitan en el alumno conocimientos, habilidades y valores en su autoaprendizaje basándose en el Marco Curricular

Común (MCC); además de lograr una homogeneización en los estándares de calidad en los diferentes métodos de enseñanza aprendizaje.

La pertinencia se refiere a la cualidad de establecer múltiples relaciones entre la escuela y el entorno, los planes de estudios deben atender la necesidad de pertinencia personal, social y laboral en el contexto del mundo actual caracterizado por su dinamismo y creciente pluralidad, los jóvenes deben encontrar en la escuela un espacio significativo y gratificante en sus vidas. El tránsito entre subsistemas y escuelas, se puede entender como el concepto de portabilidad de los estudios, significa que los jóvenes puedan cursar en diferentes escuelas y tener la certeza que las constancias o los certificados serán reconocidos por igual en cualquier institución.

La Reforma Integral de Educación Media Superior impactará en los actores del proceso de la enseñanza-aprendizaje, creando retos que tienen que afrontar y más que visualizarlo como un problema se considera como una gran oportunidad para crear un punto de inflexión en la educación en el país. La RIEMS puede provocar en la problemática de los estudiantes un cambio de actitud que les permita a los alumnos movilizar saberes, habilidades, destrezas y valores en el ámbito académico y en su vida personal. Por parte de esta autora como docente, es el papel de facilitador del aprendizaje apegado al perfil docente del MCC y su función es crear ambientes de trabajo donde se desarrollen actividades que les permitan a los alumnos desarrollar competencias y adquirir un aprendizaje significativo.

Análisis del Programa de Estudios de la Materia de Matemáticas III de

Preparatoria

En el programa de estudios de Matemáticas III (2010) de Educación Media tiene como propósito que los estudiantes: analicen, argumenten, cuantifiquen, representen y contrasten modelos aritméticos, geométricos y algebraicos, consecuentes de los problemas de su entorno, aplicando conceptos e innovando procedimientos matemáticos que resuelvan situaciones cotidianas, que les servirán para la integración de sus competencias, valores, fortalezas y debilidades al comprender su realidad.

El Programa de Estudio de Matemáticas III (2010) se encuentra organizado en tres conceptos del campo disciplinar: modelo aritmético, geométrico y algebraico. El primer modelo está destinado a encaminar al alumno al conocimiento de la geometría por medio de expresiones aritméticas que les servirán para llegar al modelo geométrico en el cual serán

capaces de construir la figura geométrica para poder llegar al último modelo y representar la figura geométrica en la forma algebraica.

En este programa también se encuentra tres secuencias de aprendizajes, estas se dividen en temas específicos, los cuales señalan los conocimientos que todos los alumnos deben alcanzar como resultado del estudio de todo el programa. La primer secuencia señala que los alumnos deben abordar dos conceptos: el modelo aritmético y geométrico en 20 horas, en los cuales se trabaja con los temas de distancia, pendiente, teorema de Pitágoras, teorema de Tales, relaciones trigonométricas, identidades trigonométricas, todos estos pertenecientes a lo aritmético y en lo algebraico aborda los temas de sistema cartesiano, segmento dirigido y la recta.

Es en esta secuencia en donde es abordado el tema la recta concerniente a esta investigación, que de acuerdo al programa de estudio de Matemáticas III (2010) este es el primer acercamiento para llegar a construir la ecuación de una recta, aquí el alumno será capaz de elaborar un croquis a escala, localizar mediante coordenadas cartesianas la ubicación de lugares, utilizar el plano cartesiano para calcular distancias entre dos lugares, comparar la posición de rectas, calcular la pendiente y el ángulo de inclinación de las rectas, analizar el paralelismo y la perpendicularidad de dos rectas, determinar el ángulo entre dos rectas utilizando las identidades trigonométricas.

En la siguiente secuencia los estudiantes estudiarán los conceptos de modelo geométrico y algebraico en un tiempo de 20 horas en los cuales en lo geométrico se abordará el tema la recta y en lo algebraico la ecuación lineal y sistemas de ecuaciones. Esta secuencia está diseñada para que el alumno pueda analizar mediante la representación gráfica las relaciones entre dos variables a partir de la ecuación o tablas de valores, es decir, se trata que el alumno empiece a comprender la ecuación mediante la relación que existe entre las variables x y y ; así como plantear y resolver problemas alrededor de su entorno que establezcan una relación lineal entre dos variables y expresar la ecuación de la recta en la forma: punto-pendiente, pendiente-ordenada en el origen, simétrica, general y normal, determinar la distancia de una recta a un punto y calcular la distancia de entre dos rectas.

Es en esta secuencia donde es abordado el tema de estudio de interés para esta autora, que de acuerdo al programa de estudios de Matemáticas III (2010) el estudiante estará capacitado para poder expresar la ecuación de la recta en sus diferentes formas, en el cual el interés es llegar a la forma pendiente-ordenada en el origen, para que el alumno comprenda la relación que existe entre las variables x y y y los parámetros m y b , logrando comprender que pasa con la gráfica al momento de darle diferentes valores a los parámetros.

En la tercera y última secuencia los educandos también estudiarán los conceptos de modelo geométrico y algebraico con un tiempo de 50 horas, en el geométrico abordaran los temas de circunferencia, parábola, elipse e hipérbola, en el algebraico estudiaran la ecuación lineal, las ecuaciones de segundo grado y sistemas de ecuaciones. Los alumnos en esta secuencia estarán capacitados para identificar las formas cónicas en su entorno, las características de las cónicas, las formas de las cónicas en el plano, la aplicación de las cónicas en otros campos disciplinares, plantea y resuelva problemas de su entorno que establezcan una relación cuadrática entre dos variables, exprese las relaciones de las variables en las formas canónicas y general.

La estrategia didáctica utilizada para que las tres secuencias se lleven a cabo con éxito se basan en que alumno aprenderá basado en la resolución de problemas, trabajar en equipos, hacer un revisión bibliográfica de los temas en cuestión, tener prácticas de campo en equipo y socializar los trabajos con los compañeros de estudio. Los recursos que el docente utilizara serán pizarrón, flexómetro, cuerdas, juego geométrico, calculadora, pc, cañón proyector *software (cabri geometric, geogebra, matlab, winplots, office, etc.)*, papel milimétrico y papel bond. Los escenarios donde el alumno se desenvolverá serán su entorno social, los espacios de la escuela como son las aulas, laboratorios, biblioteca y áreas deportivas. Todo esto junto con la ayuda del facilitador llevará a concluir con éxito el propósito del programa.

Situación Didáctica

Esta situación se aplicará a los alumnos con el propósito de identificar las nociones que tienen sobre los conceptos de plano cartesiano (abscisa, ordenada, ubicar puntos en el plano, identificar la coordenada de un punto en el plano), resolución de ecuaciones de primer grado (operaciones para realizar despejes de variables), pendiente y concepto de línea recta. Las actividades tienen la finalidad de que los alumnos accionen con la situación problema que se le presenta en la actividad.

Este medio retroalimentará la acción porque el alumno construye el conocimiento a base de prueba y error, es decir, el alumno que es el sujeto de aprendizaje realizará una acción, si esta prueba es adecuada a la situación problema, reconocerá que es correcta, en este caso se espera que dada la ecuación dibuje su representación geométrica y dada la gráfica que construya la ecuación a través de la variación de los parámetros pendiente (m) y la ordenada al origen (b) y determinar si tienen los conocimientos significativos que se están abordando, pero si la prueba es incorrecta, el medio va producir un error, por tanto, el alumno va repetir otro tipo de estrategias para la resolución del problema.

A continuación se presentan 3 actividades que están diseñadas para una puesta en escena con un grupo de tercer semestre entre 15 y 17 años, la aproximación para concluir todas las actividades propuestas es de 3 días, es decir, por día se pondrá en escena una actividad y está contemplada en 50 minutos, para tener una noción de los conceptos que tienen los estudiantes sobre el tema en cuestión. En primera instancia se diseñaron 2 actividades que se resolverán a lápiz y en papel de manera individual; en ellas se pretende que a través de la propia actividad construyan el concepto de línea recta y los asociados a esta.

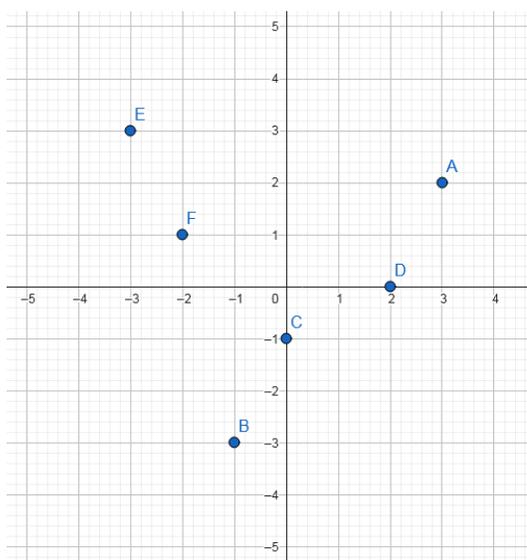
Como cierre complementario de la secuencia didáctica se propone la actividad 3 donde el alumno utilizará el *software GeoGebra* para resolverlo, este es un escenario didáctico que a través de la interacción, exploración y las interrogantes que los alumnos realizaron en las actividades anteriores pretende que promueva el desarrollo sobre la ecuación de la línea recta de la forma pendiente – ordenada al origen al identificar la variación de los parámetros. A continuación se presentan las actividades.

Actividad 1

Nombre: _____ Grado: _____ Grupo: _____

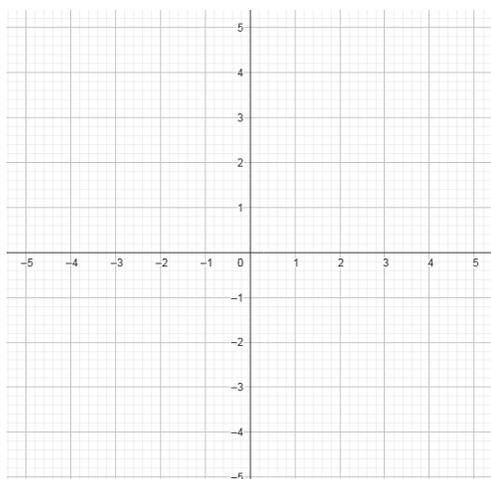
Esta actividad es confidencial y no tiene calificación para el alumno en la materia de Matemáticas III. Responde las siguientes preguntas, es importante que la respuesta la realices con honestidad. Donde aplique subraya la opción correcta y si desconoces la respuesta marca la opción “no sé”.

- 1- Escriba las coordenadas de los cada uno de los puntos que se encuentran en el siguiente plano cartesiano, además escriba cuál es la ordenada y la abscisa de cada coordenada.



Punto	Coordenada	Ordenada	Abscisa

- 2- Si un punto está sobre el eje y , ¿cuál es el valor de su abscisa? Justifica tu respuesta.
- _____
- _____
- 3- Si un punto está sobre el eje x , ¿cuál es el valor de su ordenada? Justifica tu respuesta.
- _____
- _____
- 4- Ubica 5 puntos en el siguiente plano cartesiano que cumplan con la condición de que su ordenada sea 3.

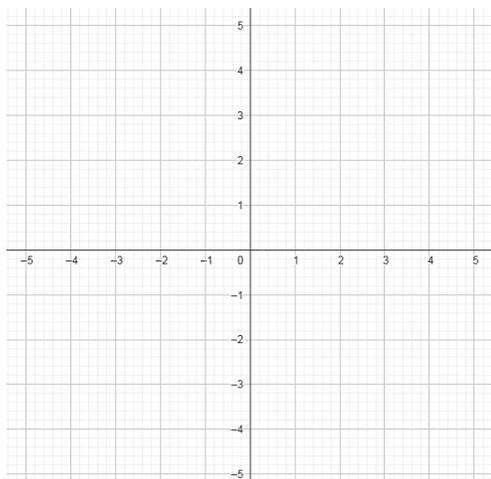


¿Podrías trazar otros puntos que satisfagan la misma condición?

¿Qué gráfica te encuentras si unes los puntos?

¿Qué modelo matemático expresa la gráfica que obtuviste?

- 5- Ubica 5 puntos en el siguiente plano cartesiano que cumplan con la condición de que su abscisa sea -2.

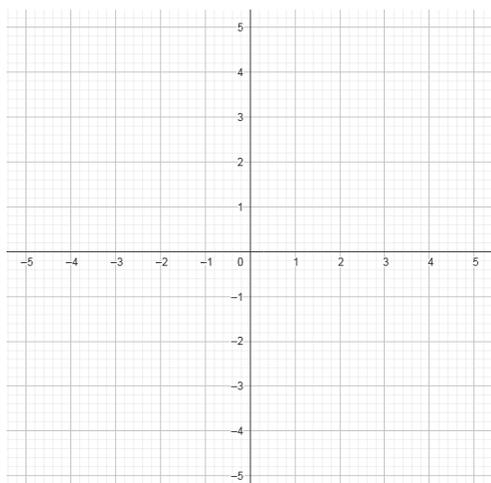


¿Podrías trazar otros puntos que satisfagan la misma condición?

¿Qué gráfica te encuentras si unes los puntos?

¿Qué modelo matemático expresa la gráfica que obtuviste?

- 6- Ubica 5 puntos en el siguiente plano cartesiano que cumplan con la condición de que el valor de la abscisa sea igual al de la ordenada más uno.

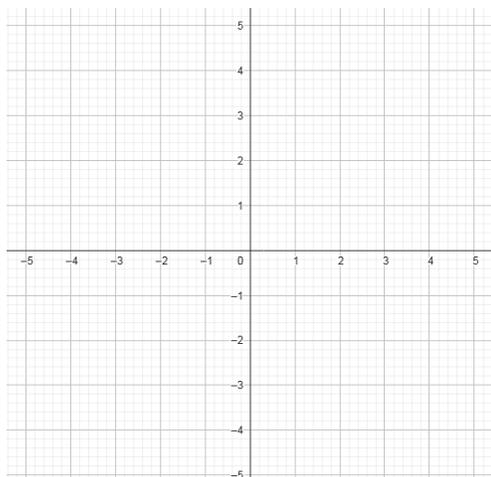


¿Podrías trazar otros puntos que satisfagan la misma condición?

¿Qué gráfica te encuentras si unes los puntos?

¿Qué modelo matemático expresa la gráfica que obtuviste?

- 7- Ubica 5 puntos en el siguiente plano cartesiano que cumplan con la condición de que el valor de la ordenada sea igual al de la abscisa menos uno.

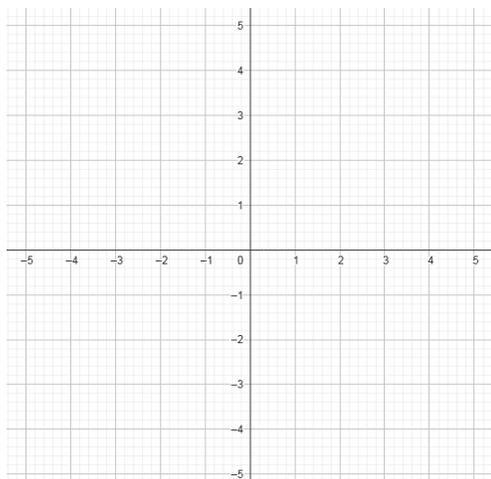


¿Podrías trazar otros puntos que satisfagan la misma condición?

¿Qué gráfica te encuentras si unes los puntos?

¿Qué modelo matemático expresa la gráfica que obtuviste?

- 8- Ubica 5 puntos en el siguiente plano cartesiano que cumplan con la condición de que el valor de la ordenada sea igual a dos veces la abscisa menos uno.

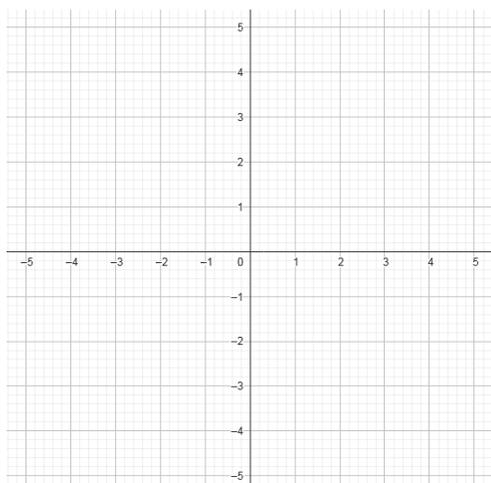


¿Podrías trazar otros puntos que satisfagan la misma condición?

¿Qué gráfica te encuentras si unes los puntos?

¿Qué modelo matemático expresa la gráfica que obtuviste?

- 9- Ubica 5 puntos en el siguiente plano cartesiano que cumplan con la condición de que el valor de la ordenada sea igual a tres veces la abscisa menos dos.

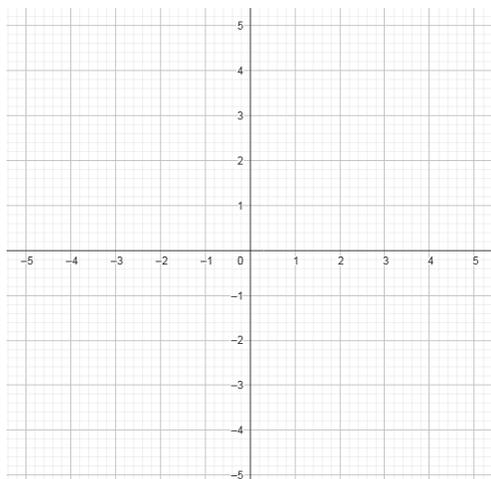


¿Podrías trazar otros puntos que satisfagan la misma condición?

¿Qué gráfica te encuentras si unes los puntos?

¿Qué modelo matemático expresa la gráfica que obtuviste?

- 10- Ubica 5 puntos en el siguiente plano cartesiano que cumplan con la condición de que $y = 2x + 2$.



¿Podrías trazar otros puntos que satisfagan la misma condición?

¿Qué gráfica te encuentras si unes los puntos?

¿Qué expresión verbal expresa el modelo matemático $y = 2x + 2$?

Actividad 2

Nombre: _____ **Grado:** _____ **Grupo:** _____

Esta actividad es confidencial y no tiene calificación para el alumno en la materia de Matemáticas III. Responde las siguientes preguntas, es importante que la respuesta la realices con honestidad. Donde aplique subraya la opción correcta y si desconoces la respuesta marca la opción “no sé”.

- 1- En una fiesta se repartirán dos pizzas a los invitados en una mesa de 6 adultos y en otra mesa de 7 niños, las posibilidades de reparto son las siguientes:

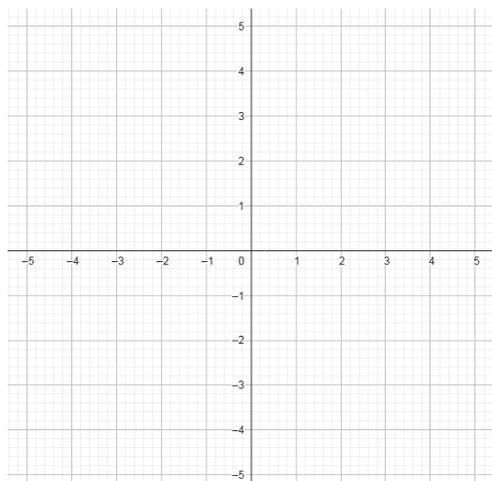
- Repartir una pizza por mesa.
- Repartir las dos pizzas en partes iguales para todos.

¿Qué opción les toca una rebanada más grande a los invitados?

¿Qué opción les toca una rebanada más pequeña a los invitados?

¿Qué procedimiento utilizaste?

- 2- En el siguiente plano cartesiano dibuja una escalera que tenga de huella 30 cm y de altura 15 cm, puedes iniciar de cualquier punto. Como escala utiliza 1:10.

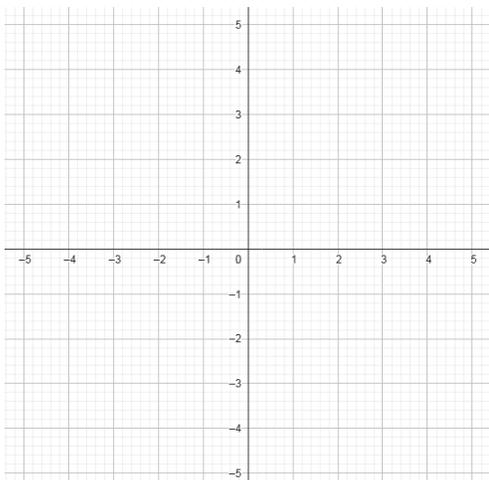


¿Cuál es razón entre la huella y la altura de un escalón?

Une el punto inicial donde empezaste a trazar la huella de la escalera y el punto final donde trazaste la última altura. ¿Qué gráfica te encuentras si unes los puntos?

¿Cuál es la pendiente de la recta?

- 3- En el siguiente plano cartesiano grafica la recta que pasa por los puntos (5,3) y (-1, 1).



¿Cuál es la pendiente de la recta?

- 4- José está en una tortillería en busca de un trabajo y observa los siguientes pagos por vender tortillas de casa en casa:
- Por 50 kg que vendas se paga \$ 75.
 - Por 20 kg que vendas se paga \$ 22
 - Por 30 kg que vendas se paga \$ 39.

¿Cuál de las tres opciones es la más conveniente para José? Justifica tu respuesta.

¿Qué procedimiento aplicaste para resolverlo?

- 5- En la ecuación $5x = 20$, ¿cuál es la solución?

$$x = \frac{5}{20}$$

$$x = 4$$

$$x = 100$$

No sé

- 6- En la ecuación $2x + x = 15$, ¿cuál es la solución?

$$x = \frac{15}{2}$$

$$x = \frac{3}{15}$$

$$x = 5$$

No sé

- 7- ¿Cuál es la solución de la ecuación $y = 3x + 2$ para $x = 2$?

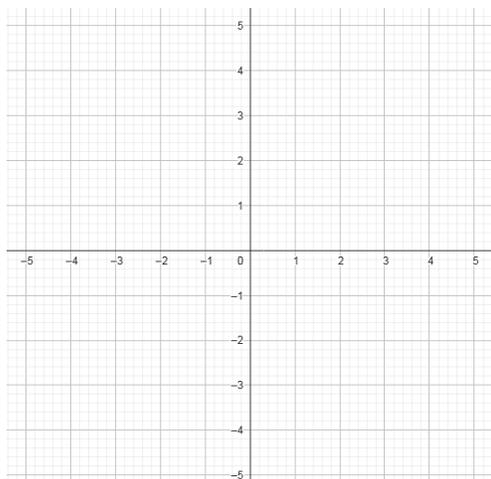
$$x = 5$$

$$x = 8$$

$$x = 7$$

No sé

- 8- En el siguiente plano grafica la ecuación anterior.



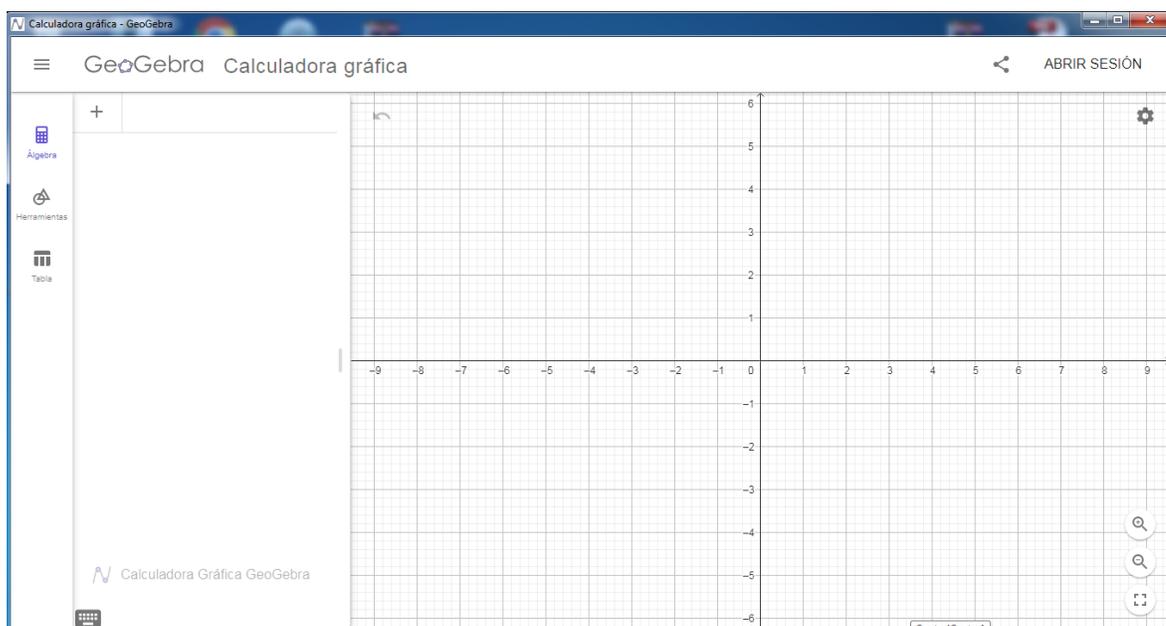
Actividad 3

Nombre: _____ Grado: _____ Grupo: _____

Esta actividad es confidencial y no tiene calificación para el alumno en la materia de Matemáticas III. Responde las siguientes preguntas, es importante que la respuesta la realices con honestidad. Si desconoces la respuesta escribe “no sé”.

INSTRUCCIONES:

- En el escritorio de la computadora se encuentra el icono *GeoGebra*, ejecuta el programa dando doble clic.
- A continuación se abrirá una sesión de trabajo y muestra la siguiente ventana:



- Lee el problema y a continuación contesta las preguntas utilizando *GeoGebra* para realizar las gráficas de las opciones que se dan en el problema.
- En la parte superior a lado de donde se encuentra el signo + escribe cada ecuación que pienses es la indicada para resolver el problema.

1- Juanito se fue a trabajar cortando aguacates y su jefe le propuso pagarle de las siguientes maneras:

- Se paga \$ 120.00 por los aguacates que cortes en el turno.
- Se paga \$ 50.00 de base más \$2.00 por pieza de aguacate que corte.
- Se paga \$ 100.00 de base más \$1.00 por pieza de aguacate que corte.
- Se paga \$ 3.00 por pieza de aguacate que corte.

¿Qué modelos matemáticos expresan las opciones que se mencionan?

Menciona ¿cuál es valor de la pendiente en cada modelo matemático?

¿Cuál es la ordenada al origen en cada modelo matemático?

¿Cuál de las cuatro opciones es la más conveniente para Juanito? Justifica tu respuesta.

Discusión

Esta propuesta de situación didáctica está dirigida a los alumnos de nivel medio superior de la escuela del estado Mezcalapa con clave 07EBH0015H, ubicada en la calle primera oriente norte s/n, barrio santa Ana, con código postal 29620, en el municipio de Copainalá, Chiapas, las actividades están diseñadas para realizarse en tres días, es decir, por día se pondrá en escena una actividad y cada una se realizará en 50 minutos. El docente dará las instrucciones y observará a los alumnos, solo intervendrá con palabras claves para resolver dudas. La actividad 1 es importante porque tiene el objetivo de identificar los conceptos de plano cartesiano como son: abscisa, ordenada, ubicar puntos en el plano e identificar las coordenadas de un punto en el plano, plantear una ecuación lineal con una y dos incógnitas.

Esta actividad es significativa porque el alumno debe ubicar puntos en el plano cartesiano y para identificar si interpreta una gráfica. Esta tiene como finalidad descubrir si los estudiantes reconocen correctamente la abscisa y la ordenada de un par ordenado de la forma (x, y) . Identificar la destreza y habilidad de los alumnos para localizar los puntos en el plano cartesiano. El objetivo es descubrir si los estudiantes tienen los conocimientos sobre la representación gráfica de un par ordenado, para esto se han propuesto unos puntos en el plano cartesiano. Además tiene el interés de que los alumnos a partir de las gráficas de las líneas rectas logren determinar las expresiones matemáticas que cumplan con ciertas condiciones dadas, es decir, que los alumnos construyan el modelo de las ecuaciones lineales con dos incógnitas.

En la tercera fase de la ingeniería didáctica que es la experimentación y como ya se mencionó no se va realizar en esta investigación, se tiene la expectativa que los alumnos resuelvan de manera correcta todas las actividades, pero también, por experiencia de esta autora o bien, que algunos alumnos no tengan idea de lo que se les está preguntando. En la actividad 1 los estudiantes podrán confundir al eje x con el y y por ende a la ordenada con la abscisa y viceversa, es decir, a la abscisa con la ordenada y no llegar a construir la ecuación. Además se espera que algunos alumnos resuelvan el problema planteando una ecuación de primer grado con dos incógnitas, pero también, que algunos de los alumnos lo resuelvan utilizando operadores multiplicativos.

Para cumplir con el objetivo de esta actividad es necesario que el alumno interprete la gráfica, como mencionan los autores Einseberg y Dreyfus, 1991 (como se citó en Dolores, 2004) en la interpretación de gráficas es necesario el proceso de visualización; sin embargo, algunos estudiantes se muestran evasivos a utilizar el pensamiento visual, prefiriendo el trabajo

algorítmico, ya que el pensamiento visual implica procesos cognitivos superiores. Pero, la interpretación de las gráficas es una actividad necesaria para la comprensión de los procesos de variación y es necesario afrontarlo para lograrlo.

En la segunda actividad se espera que los alumnos sean capaces de comparar para expresar las razones, esto es con la intención que los alumnos relacionen a la pendiente de una recta con la razón. Además con el problema del dibujo de la escalera se espera que los estudiantes tracen e identifiquen la pendiente de una recta. En las siguientes preguntas de esta actividad se pretende determinar si los alumnos tienen la capacidad de resolver ecuaciones de primer grado con una y dos incógnitas. Estas preguntas son importantes que los estudiantes las resuelvan, porque todos los puntos que satisfacen una ecuación definen a la línea recta.

En la fase de experimentación de esta actividad por experiencia de esta autora se espera que los alumnos utilicen las fracciones para representar la pendiente, o bien que confundan a la pendiente con el ángulo de inclinación. Además que algunos alumnos resuelvan el problema planteando una ecuación de primer grado con una incógnita, pero también, que algunos de los alumnos lo resuelvan utilizando operadores multiplicativos y comparaciones. Para Leinhardt et al., 1990 (como se citó en Dolores, 2004) en su investigación y teoría relacionada con la enseñanza y el aprendizaje de las funciones, gráficas y graficar, menciona que algunos de los problemas que presentan los alumnos en la comprensión de una gráfica son las confusiones entre pendiente y altura, intervalo y punto, así como la que se da entre la gráfica como un dibujo y la de que está construida por un conjunto discreto de puntos.

Azcárate, 1993 (como se citó en Dolores, 2004) al investigar los temas vinculados con el concepto de pendiente, observo que la mayoría de los alumnos en la materia de geometría analítica relacionan el ángulo de inclinación con la pendiente y en algunos casos con la magnitud de la ordenada al origen o con el punto donde la recta intersecta al eje de las y , en otras palabras, los alumnos confunden al ángulo de inclinación de la línea recta con los otros significados de la línea recta porque no tienen claro la definición el concepto de cada uno.

En la actividad 3 presenta a los alumnos como complemento de las actividades anteriores y para analizar las preguntas de esta actividad se utilizará *GeoGebra*, esta herramienta le permitirá al alumno explorar y visualizar los comportamientos de la recta e identificar los parámetros de la ecuación de la línea recta y enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, esperando mejorar la capacidad cognitiva de los alumnos cuando establezcan una conexión con las actividades que elaboraron a mano y su interactividad con el programa, esperando que las acciones planteadas en la situación didáctica le permita al alumno reconocer que es correcta y producir así un equilibrio cognitivo porque al relacionarse con estas

incorporará experiencias a su propia actividad y las reajustara con la experiencias obtenidas, produciendo el conocimiento que se espera.

Por otra parte, en la experimentación se espera que algunos de los alumnos tendrán problemas al pasar la expresión verbal a lo algebraico o bien que no tengan idea de lo que se les está preguntando. Pérez, 1998 (como se citó en Segura, 2004) menciona que los estudiantes presentan dificultades en pasar del registro verbal al lenguaje algebraico. Guzmán, 2006 (como se citó en Méndez, 2013) es uno de los autores que señala que para los alumnos es difícil interpretar y explicar lo que ocurre en una gráfica, recalando que la visualización es una herramienta importante para que se logren las relaciones figuras – gráficas.

Para hablar de las concepciones alternativas que poseen los estudiantes el autor Dolores (2004) menciona que los alumnos tienen que pasar por el proceso de visualizar la gráfica de la ecuación lineal buscando procese esta información y lo traduzca a una expresión algebraica. Es así que el objetivo de esta última actividad busca que los alumnos con los conocimientos anteriores que tienen y con las actividades antes planteadas en esta situación didáctica resuelvan de manera correcta esta actividad y a través de la visualización de las gráficas logren expresar la ecuación de la línea recta, así como identificar la pendiente y la ordenada al origen.

Conclusiones

En el proceso de esta investigación se mencionan datos importantes de cómo ha ido evolucionando el desarrollo de la ecuación lineal en la geometría analítica a través del tiempo y la cultura, porque el ser humano siempre ha tenido la necesidad de solucionar problemas y las matemáticas siempre han enseñado el camino para poder realizarlo. Por esto, la parte histórica de este trabajo fue de gran utilidad porque permitió entender el desarrollo de la ecuación lineal y la forma en que los alumnos la comprenden y pueden apropiarse de este concepto.

El proceso de esta investigación para el desarrollo de la situación didáctica sobre la enseñanza de la ecuación de la línea recta de la forma pendiente – ordenada al origen a través de un marco didáctico y una metodología específica estuvieron presentes tres cuestionamientos:

- ¿Cómo ilustrar la ecuación de la línea recta en la forma $y = mx + b$ (pendiente y ordenada al origen) para que los alumnos del tercer semestre de preparatoria signifiquen los parámetros de la ecuación?
- ¿Con la variación de los parámetros pendiente y ordenada al origen lograran los alumnos reconocer el concepto de ecuación lineal de la forma $y = mx + b$?
- ¿Pueden las herramientas de visualización y graficación ilustrar la construcción de la ecuación lineal de la forma $y = mx + b$?

Esta investigación pretende aportar a la enseñanza – aprendizaje en la materia de matemáticas III, específicamente en el tema de ecuación lineal de la forma pendiente - ordenada al origen, por medio de la implementación de la propuesta de la situación didáctica se espera que los resultados que se obtengan en cada una de las actividades den evidencia del desarrollo de los alumnos, la expectativa es que en los alumnos que cuenten con pocos conocimientos al ir trabajando cada una de las actividades muestren cambios significativos y alcancen un mayor nivel de competencia interpretativa y argumentativa al resolver situaciones que involucren el concepto de ecuación lineal con dos incógnitas a través de la variación de parámetros. Es decir, se espera que los alumnos a través de la experiencia de realizar la situación didáctica comprendan el concepto de línea recta de la forma $y = mx + b$ y signifiquen los parámetros de pendiente y ordenada al origen.

Además con la implementación de esta propuesta de secuencia para la estrategia de enseñanza – aprendizaje de la ecuación lineal de la forma pendiente - ordenada al origen, se pretende mostrar otra alternativa de trabajo en las aulas de clases para generar un mayor dinamismo con los alumnos y que la implementación de la herramienta tecnológica *GeoGebra*

contribuya a mejorar la conceptualización de este tema, porque permite rectificar conceptos como ubicar coordenadas en el plano cartesiano, identificar entre abscisa y ordenada, calcular la pendiente de una recta, etc. Se espera que las primeras dos actividades preparen y motiven al alumno para seguir trabajando en la tercera actividad con *GeoGebra* y logren comprender el concepto de los parámetros pendiente y ordenada al origen para llegar correctamente a la obtención de la ecuación de la recta de la forma que se espera. Además tiene la intención de cambiar y mejorar los niveles de interés y motivación de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas en general, no solo en este tema.

Este trabajo pretende que esta propuesta de secuencia didáctica para la estrategia de enseñanza – aprendizaje de la ecuación de la línea recta de la forma pendiente ordenada al origen sirva de referencia y lo utilicen los docentes de la materia de Matemáticas III de nivel preparatoria de escuelas educativas oficiales o privadas del municipio, del estado y por qué no del país como aporte a su labor pedagógica en esta materia.

Por otra parte se espera establecer algunas posibles líneas de investigación futuras que den continuidad a esta investigación. En primera instancia se realizaría la experimentación, ya que en esta investigación solo se realizó la propuesta de la situación didáctica, para que con los datos que se obtengan se desarrollen actividades que permitan el estudio de la ecuación de la línea recta de la forma pendiente – ordenada al origen y los conceptos asociados, utilizando la herramienta tecnológica *GeoGebra*, haciendo esta una poderosa herramienta cognitiva que ayude en sus tareas de enseñanza al docente, permitiendo al docente migrar la enseñanza a un ambiente tecnológico, además de extender la situación didáctica en todo lo relacionado con este tema porque de acuerdo a las investigaciones ya mencionadas con la comprensión de la línea recta los estudiantes presentan dificultades cognitivas y así el alumno reciba una ayuda personal con el fin de promover la comprensión de la ecuación de la línea recta.

REFERENCIAS

- Artigue, M., Douady, R, Moreno, L. y Gómez, P. (1995). *Ingeniería Didáctica en educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas*. Iberoamérica.
- Block, D. (2000). *La noción de razón en las matemáticas de la escuela primaria un estudio didáctico*. CINVESTAV.
- Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y Métodos de la Didáctica de las Matemáticas, Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática, Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemáticas, No. 19 (versión castellana 1993)*.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal.
- Calderón, D. I. (2005). Tesis doctoral: *Dimensión cognitiva y comunicativa de la argumentación en matemáticas*. Cali: Universidad del Valle.
- Cantor, G. (2002). La triangulación metodológica en Ciencias Sociales. Reflexiones a partir de un trabajo de investigación empírica. Cinta de Moebio. (13). Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D. y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, vol. 7, pp. 91-116.
- Carbajal, A. (2013). *Una propuesta de enseñanza de lugar geométrico, el caso de la línea recta*. [Tesis de maestría, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional]. <https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/1000>
- Chavarría, Y. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 1(2), 1-10.
- Chevallard, Y. (1997). Transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. AIQUE.
- Cordero, F. (2001). La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*.
- Daros, W. (2002). ¿Qué es un marco teórico? *Enfoques*, XIV (1). 73-112.
- Dolores, C. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: concepciones alternativas de estudiantes de bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 7(3), 195–218.
- Euclides. (1991). *Elementos*. Gredos.
- García, S. y López, O. (2008). *La Enseñanza de la Geometría*. INEE.
- GeoGebra. (s.f.). *Software matemático dinámico*. <https://www.geogebra.org/>

- Gómez Vargas, M.; Galeano Higueta, C.; Jaramillo Muñoz, D. (2015). El estado del arte: una metodología de investigación. *Revista Colombiana de Ciencias Sociales*, 6 (2), 423-442. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=497856275012>
- Gribbin, J. (2003). *Historia de la Ciencia 1543-2001*. Crítica.
- Hernández, V. (2002). La geometría analítica de Descartes y Fermat: ¿Y Apolonio? *Apuntes de historia de las matemáticas*, 1 (1), 32-45.
- Méndez, M. (2013). *Visualización y graficación como herramientas para la construcción de las funciones de primer grado*. [Tesina de Especialidad no publicada]. Universidad Autónoma de Chiapas.
- Piaget, J. y Inhelder, B. (1978). *Psicología del niño*. (8ª ed.). Morata.
- Sacristan, A. I., Calder, N., Rojano, T., Santos Trigo, M., Friedlander, A., & Meissner, H. (2010). the Influence and shaping of digital technologies on the learning-and learning trayectories-of mathematical concepts. (C. H. Lagrange, Ed.) *Mathematics education and technology rethinking the terrain. the 17th ICMI study* , 179-226. [10.1007/978-1-4419-0146-0_9](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_9)
- Santos, Trigo, L. (2004). The role of dynamic software in the identification and construction of mathematical relationships. *Journal of computers in mathematics and science teaching* , 23 (4), 399-413.
- Sautu, R. (2005). *Todo es teoría. Objetivos y métodos de investigación*. Lamiere.
- Sautu, R., Boniolo, P., Dalle, P. y Elbert, R. (2005). *Manual de metodología. Construcción del marco teórico, formulación de los objetivos y elección de la metodología*. CLACSO.
- Secretaría de Educación Pública (2010). *Programa para el desarrollo de competencias. Matemáticas III*. Educación Media. Secretaria de Educación Pública-Sección 40 del S.N.T.E. Chiapas.
- Segura, S. (2004). Sistema de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica. *Revista Latinoamericana de investigación en matemática Educativa*, 7 (1), 49-78.
- Stewart, J., Redlin, L. y Watson, S. (2001). *Precálculo*. THOMSON.