



**UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA DE CHIAPAS**



FACULTAD DE INGENIERÍA

CAMPUS I

**“LA GRÁFICA, UN LENGUAJE DE LO VARIACIONAL EN LA
MODELACIÓN DE FUNCIONES”**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS CON
ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICA EDUCATIVA**

Presenta:

Juan Carlos Cancino Gómez PS630

Director de tesis:

M.E. Cristóbal Cruz Ruiz

TUXTLA GUTIÉRREZ, CHIAPAS; ABRIL DE 2024



Tuxtla Gutiérrez, Chiapas
15 de abril del 2024
Oficio No. F.I.01.647/2024

C. JUAN CARLOS CANCINO GÓMEZ
EGRESADO
MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICA EDUCATIVA
PRESENTE.

Con base en el Reglamento de Evaluación Profesional para los egresados de la Universidad Autónoma de Chiapas, y habiéndose cumplido con las disposiciones en cuanto a la aprobación por parte de los integrantes del jurado en el contenido de su Tesis Titulada:

“LA GRÁFICA, UN LENGUAJE DE LO VARIACIONAL EN LA MODELACIÓN DE FUNCIONES”.

CERTIFICO el **VOTO APROBATORIO** emitido por este jurado, y autorizo la entrega de tesis digital elaborada a través del Programa Institucional para la Obtención del Grado Académico (PIGA), para que sea sustentado en su Examen de grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa.

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE
“POR LA CONCIENCIA DE LA NECESIDAD DE SERVIR”

DR. OMAR ANTONIO DE LA CRUZ COURTOIS
DIRECTOR



Ccp. Dr. Humberto Miguel Sansebastián García. Coordinador de Investigación y Posgrado. Facultad de Ingeniería, Campus I. UNACH.
Archivo/minutario
OACC/HMSG/tpg*





Código: FO-113-05-05

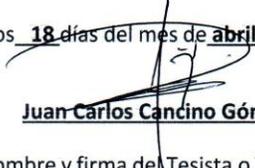
Revisión: 0

CARTA DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DE LA TESIS DE TÍTULO Y/O GRADO.

El (la) suscrito (a) **Juan Carlos Cancino Gómez**, Autor (a) de la tesis bajo el título de **“La Gráfica, un lenguaje de lo variacional en la modelación de funciones”** presentada y aprobada en el año **2024** como requisito para obtener el título o grado de **Maestro en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa**, autorizo licencia a la Dirección del Sistema de Bibliotecas Universidad Autónoma de Chiapas (SIBI-UNACH), para que realice la difusión de la creación intelectual mencionada, con fines académicos para su consulta, reproducción parcial y/o total, citando la fuente, que contribuya a la divulgación del conocimiento humanístico, científico, tecnológico y de innovación que se produce en la Universidad, mediante la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Consulta del trabajo de título o de grado a través de la Biblioteca Digital de Tesis (BIDITE) del Sistema de Bibliotecas de la Universidad Autónoma de Chiapas (SIBI-UNACH) que incluye tesis de pregrado de todos los programas educativos de la Universidad, así como de los posgrados no registrados ni reconocidos en el Programa Nacional de Posgrados de Calidad del CONACYT.
- En el caso de tratarse de tesis de maestría y/o doctorado de programas educativos que sí se encuentren registrados y reconocidos en el Programa Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC) del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), podrán consultarse en el Repositorio Institucional de la Universidad Autónoma de Chiapas (RIUNACH).

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas; a los 18 días del mes de abril del año 2024.


Juan Carlos Cancino Gómez

Nombre y firma del Tesista o Tesistas

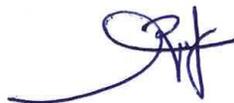
Tuxtla Gutiérrez; Chiapas
15 de abril del 2024

DR. OMAR ANTONIO DE LA CRUZ COURTOIS
DIRECTOR
FACULTAD DE INGENIERÍA, CAMPUS I
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
PRESENTE.

Por este medio, me permito informarle que he concluido con la dirección de la tesis que, para obtener el Grado de la Maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa, que presenta el participante en el Programa Institucional para la Obtención del Grado Académico **C. Juan Carlos Cancino Gómez**, mediante el trabajo escrito titulado: "**LA GRÁFICA, UN LENGUAJE DE LO VARIACIONAL EN LA MODELACIÓN DE FUNCIONES**", por lo que doy mi voto aprobatorio para que pueda continuar con los trámites administrativos correspondientes.

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"POR LA CONCIENCIA DE LA NECESIDAD DE SERVIR"



M.E. CRISTÓBAL CRUZ RUIZ
DIRECTOR DE TESIS

Archivo/Minutario

Tuxtla Gutiérrez; Chiapas

AGRADECIMIENTOS

- *Agradezco a mi familia, Lorena, mi esposa, a Carlos Braulio y Juan José mis hijos, que en todo momento con su amor y su paciencia, me acompañaron a cumplir con este sueño....*
- *Mi agradecimiento y gratitud al M. E. Cristóbal Cruz Ruiz, por su amistad y confianza, que me impulso en concluir esta aventura.*

Índice de contenido

Resumen	IX
I.Introducción.	1
1.1.Descripción y Planteamiento del Problema.....	4
1.2.Justificación.	6
1.3.Objetivos de investigación.....	10
1.4.Hacia una Innovación Más.....	11
II.Marco Teórico	13
2.1.Modelación como una Práctica Social.	14
2.2.La Gráfica y lo Variacional.	17
2.3.La Visualización como Herramienta de Aprendizaje.....	20
2.4.Software Geogebra como Apoyo Didáctico en la Enseñanza.	23
III.Metodología	26
3.1.Esquema metodológico de la ingeniería didáctica.	27
3.2.Análisis del contexto (preliminares).	28
3.3.Planteamiento del problema.	33
3.4.Supuestos hipotéticos.....	33
IV.Resultados y Discusión	36
4.1.Aspectos Cognitivos de lo Variacional.	37
4.2.Una Visión Epistémica de la Graficación.	40
4.3.Consideraciones del Escenario	41
4.4.Lo Variacional en el Currículo Escolar.....	42
4.5.La graficación como práctica institucional.....	43
4.6.La Situación: su diseño y puesta en escena.....	44
4.7.Intencionalidad didáctica: la situación.....	46
4.8.Secuencia Didáctica.....	48

4.9.Análisis a priori.....	52
4.10.Análisis a posteriori.....	59
4.11.Análisis de Resultados.....	60
4.12.Discusión.....	62
A manera de conclusión.....	66
Referencias	69

Índice de tablas

Tabla 1. Desarrollo, Cualidades y uso de las gráficas.....	19
Tabla 2.Descripción del fenómeno en modelación (MI).	55
Tabla 3. Descripción del fenómeno en modelación (MI).	56
Tabla 4. Descripción del fenómeno de modelación (MI).	56
Tabla 5. Descripción del fenómeno de modelación (MI).	57
Tabla 6.Descripción del fenómeno en modelación (MII).	57
Tabla 7. Descripción del fenómeno en modelación (MII).	58
Tabla 8. Descripción del fenómeno en modelación (MII).	58
Tabla 9. Comparación de argumentos.	60

Índice de Ilustraciones

Ilustración 1. Teoría de las Situaciones Didácticas	7
Ilustración 2.Funcionamiento y Forma.....	18
Ilustración 3. Fases de la Ingeniería Didáctica.	28
Ilustración 4. Esquema Metodológico de la Socioepistemología.....	40
Ilustración 5. Descripción Cualitativa de la Velocidad.	47
Ilustración 6. Modelo de Simulación Geogebra.	49
Ilustración 7. Representación simulador Geogebra.....	54

*“Educar la mente sin educar el corazón
no es educación en absoluto”.*

Aristóteles.

Resumen

En esta investigación se describen las condiciones de una situación didáctica para favorecer el lenguaje gráfico que permite la resignificación de un conocimiento matemático, como es la variación, en un ambiente escolar con uso de tecnología. Las estrategias didácticas que se fundamentan en la naturaleza de una forma de enseñanza tradicional, despertaron la inquietud para establecer relaciones entre lo que se realiza en la escuela y lo que hace la comunidad en ambientes no escolares, partiendo de la idea de que los estudiantes verdaderamente necesitan y quieren aprender, y en algunos casos no les dan sentido y funcionalidad a los conocimientos matemáticos que se vierten en el salón de clase.

La generación de prácticas de modelación en ambientes virtuales, estructurados a partir de un diseño de situación de aprendizaje, permitió a los estudiantes de nivel medio superior, descubrir dentro del concepto matemático función, el cambio y la variación. Al percibir que la modelación del movimiento genera un conocimiento específico, esto se identifica a través del análisis de las prácticas sociales y se incorpora al sistema escolar. En resumen, comprender y representar epistemológicamente el uso de gráficas en la modelación es la esencia para una educación matemática significativa.

Producto de lo anterior es el diseño de una propuesta didáctica desarrollada en el marco de la matemática educativa, titulada: *La gráfica, un lenguaje de lo variacional en la modelación de funciones*, en términos generales trata de forma particular la resignificación un concepto matemático como lo es lo variacional, que se genera de la modelación graficación de una situación de movimiento en una plataforma virtual. Esta actividad de modelación está centrada en conocer cómo los estudiantes de bachillerato describen significados, procedimientos y argumentos de una situación de movimiento con tecnología fincada en una práctica escolar,

poniendo énfasis en tres aspectos fundamentales relacionados con las gráficas: formas, lectura y modelación para el desarrollo del pensamiento matemáticos en el concepto de función.

En este documento se comparte el diseño de situación didáctica esbozada a partir de un fundamento teórico como lo es la socioepistemología, así como argumentos que describen estudiantes de bachillerato del análisis gráfico de la puesta en escena, partiendo de la experimentación de una situación de movimiento virtual con el apoyo de la tecnología. Estas concepciones propias e inéditas sobre la lectura de elementos gráficos no solo provocan la formalidad de una clase de matemáticas, sino también representan la inquietud de los alumnos en predecir e indagar en un conocimiento desconocido. Se puede apreciar un nuevo uso de las gráficas que provoca el desarrollo y apropiación del conocimiento matemático variacional, expresado a través de un lenguaje común.

*“Sí un cambio de lente mejora tu vista,
un cambio de pensamiento mejora tu
vida.”*

Steve Jobs.

I. Introducción

Los intereses y valores propios de los estudiantes por aprender en cada etapa de su vida no lo llevan por la utilidad de lo que aprenden, sino por el efecto que les produce al conocer el maravilloso mundo en que está inmerso.

El estudio que aborda esta investigación, hace énfasis en el desarrollo del lenguaje que genera la construcción y modelación de gráficas en ambientes tecnológicos. En este sentido el trabajo centra su tesis desde el análisis de las gráficas de funciones, no como representación del concepto, sino como lenguaje ineludible producto de la modelación, para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de nivel medio superior, dentro de las prácticas institucionales.

La pregunta qué lleva a la reflexión entre los docentes es ¿qué pasa con los conceptos matemáticos que los alumnos aprenden y que están en diversas ocasiones en el currículo y cuando el alumno llega a niveles de educación superior, para ellos las matemáticas no son significativas? Podemos entender entonces que los estudiantes sólo aprenden conceptos de matemáticas, para resolver un determinado ejercicio y/o para lograr una calificación aprobatoria.

La matemática educativa surgida a finales del siglo pasado en Francia fue adoptada en México como Socioepistemología, teoría que se ocupa de modelar el papel de la práctica social en la producción de conocimiento. De estas prácticas sociales surge la intención de extraer diseños para la intervención didáctica en la matemática escolar. Sin embargo, conceptualizando, la matemática educativa busca enfatizar la necesidad de repensar el proceso educativo, es decir, vuelto a pensar, creando actividades ligadas a una práctica entendiendo la noción de esta, desde la perspectiva de lograr un fin a través de actividades sistémicas haciendo uso de instrumentos que justifiquen el objetivo planteado.

En el tema de variación, ha habido desmedido interés por su estudio, al grado de surgir una línea de investigación en matemática educativa

llamada Pensamiento y Lenguaje Variacional, al respecto se pueden mencionar algunos trabajos de como los de Cantoral y Farfán, (1998), Cabrera, (2004), Dolores, (2007), entre otros. Este programa como parte de la Socioepistemología alterna la investigación y las practicas sociales que dan sustento a lo variacional y el cambio en los sistemas didácticos.

Con el propósito de fortalecer la enseñanza del lenguaje de lo gráfico en funciones matemáticas y bajo la línea de investigación del pensamiento variacional, en esta tesis se rediseñaron actividades didácticas que permitan mejorar el proceso de análisis, reflexión y comprensión de gráficas, en estudiantes de nivel bachillerato, del Colegio de Bachilleres de Chiapas, plantel 145 Tuxtla Sur, ubicado en Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México. Esta investigación está constituida básicamente en cinco capítulos.

En el capítulo I se presenta como una introducción acerca de la justificación del problema y los objetivos que los sustentan el ¿por qué? Y ¿para qué? De la presente investigación.

En el capítulo II, el análisis de diversas teorías, como las prácticas sociales para la construcción de conocimiento, la modelación y graficación desde la óptica socioepistemológica, como práctica escolar, la visualización, como herramienta que el estudiante utiliza para analizar y argumentar sus significados de su trabajo gráfico, y por último las tecnologías de la información como herramienta de apoyo para la elaboración de gráficas de forma dinámica dentro del salón de clase. Todas ellas le dan sustento al fundamento teórico del trabajo y sus intenciones.

El procedimiento que explica el proceso se expone en el capítulo III Metodología de la investigación. Se trata de un diseño cualitativo de tipo experimental con un enfoque de intervención en el aula. El desarrollo de esta se realizó con base en la ingeniería didáctica, en las fases: análisis preliminar considerando al profesor como institución, al estudiante y el saber matemático en juego, fase a *priori* donde los alumnos analizan el

saber, fase de experimentación, reporte de la actividad, y a la fase *a posteriori* recolección de datos después de la experimentación.

En el capítulo VI Resultados y discusión, se presenta la Situación Didáctica motivo de la investigación, que incluye exposición de las variables que intervienen en el diseño así también el análisis *a priori* del proceso de intervención concluyendo con el análisis *a posteriori*, conjunto de datos recabados de la experimentación estos datos revelan la construcción de un ambiente de aprendizaje que impulsa al estudiante a comunicar en y con las matemáticas sus procesos y resultados del trabajo experimental con gráficas prediseñadas bajo el cobijo de una plataforma digital como lo es *Geogebra.org*.

1.1 Descripción y Planteamiento del Problema

El ser docente en el área de matemáticas implica planear y organizar el contenido matemático para enseñarlo, tener en cuenta las teorías como la Brosseau (2007) "*situaciones didácticas*", *la ingeniería didáctica*, como metodología, de Artigue (1995), o *los elementos de transposición didáctica* de Chavaller (1991), entre otros, además de las condiciones curriculares, que marca la institución. Desde esta perspectiva el docente de matemáticas puede ser el instrumento por el cual los estudiantes dotan de significado las actividades de aprender matemáticas.

En el caso de esta investigación, se trata del análisis de la gráfica que se deriva de la modelación de un móvil virtual, lo cual genera en los estudiantes de bachillerato un lenguaje inducido de la variación del movimiento en funciones matemáticas dentro de una práctica escolar.

En la enseñanza actual del pensamiento y lenguaje variacional, en particular, tiene como idea matemática, el análisis de gráficas que representan significados dentro de una práctica escolar, idea errónea, las investigaciones como las de Cantoral, (2001), Farfán, (2013), Cordero,

(2006a), entre otros, han evidenciado que los alumnos construyen saberes que no corresponden al discurso escolar que les transmiten.

Las deficiencias de los estudiantes en las representaciones analíticas de las funciones elementales y su lenguaje, base del conocimiento variacional, lo exponen las pruebas estandarizadas del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) y Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), que se aplican de manera periódica en el nivel medio superior. Los resultados obtenidos por los estudiantes de este nivel al menos en la prueba PISA, muestran que los estudiantes tienen serios problemas con el análisis de las gráficas de las funciones.

Estos resultados poco halagadores, se encuentran vinculados de forma similar a las escuelas de nivel medio superior del estado de Chiapas. En particular, se puede observar los resultados del subsistema Colegio de Bachilleres de Chiapas, (COBACH), los cuales evidencian la necesidad de modificar en el discurso matemático escolar. Por lo anterior y por estar inmersos en el sistema educativo se propone un cambio en el discurso escolar en el estudio de las funciones matemáticas, con actividades encaminadas a favorecer el aprendizaje significativo, con un sustento teórico.

Partiendo del discurso de Rosa María Farfán y Ricardo Cantoral, iconos de la matemática educativa en México, en sus diversas investigaciones (1998), (2001), (2004), entre otras, manifiestan que el saber matemático está constituido socialmente en ámbitos no escolares y la intromisión al sistema de enseñanza obliga a tomar providencias fundamentadas en investigación sobre todo para saber el rumbo y sentido de las decisiones políticas y sociales que modifican el saber en el sistema educativo.

La preocupación actual en la enseñanza es que saben los estudiantes y no surge la preocupación de cómo usan ese conocimiento, obliga a plantear cuestionamientos: ¿por qué se privilegia en los estudiantes la memorización de procedimientos algorítmicos, sin analizar conceptos o procedimientos matemáticos? ¿Cómo tendría que trabajarse para que los estudiantes analicen conceptos y procedimientos matemáticos? ¿Qué actividades deberían de implementarse para que los estudiantes desarrollen el pensamiento variacional a partir del análisis de gráficas?, además, ¿Cuáles son las prácticas escolares que permiten analizar aspectos de lo variacional en las funciones, para favorecer una articulación significativa en el estudiante?

1.2 Justificación

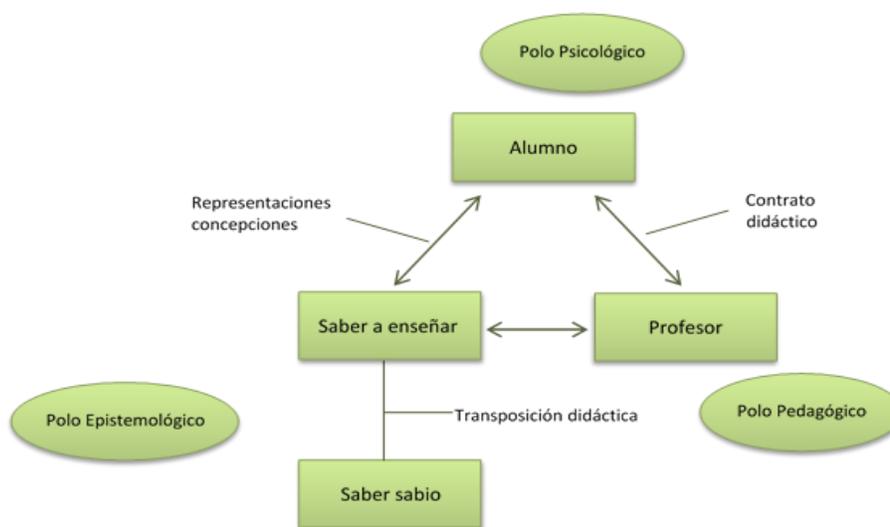
En esta investigación se abordan los conocimientos del lenguaje variacional, que se deriva de la modelación gráfica de funciones que se encuentran en juego. En este sentido es necesario el rediseño de actividades de carácter didáctico con base en la teoría de la Socioepistemología y con apoyo de materiales educativos calculadoras, computadoras, aparatos móviles, sensores de movimiento que contribuyan a la construcción del conocimiento significativo en los estudiantes.

Dotar de sentido a la investigación científica, es formular preguntas que permitan vincular concepciones previas con lo nuevo, valorar las diferentes aportaciones que propicia la comunicación en espacios educativos, observar el aula como un fenómeno único por la naturaleza de las relaciones que ahí se generan. Retomando el trabajo de Sánchez (2001, p. 69), quien cita textual a Maxwell, (1996) "la investigación como una construcción en la cual los elementos constituyentes no son rígidos ni planeados de una vez por todas sino, por el contrario, el diseño que orienta

esta investigación reconoce la importancia de las interconexiones e interacciones que se dan entre los diferentes componentes del mismo". De lo anterior surgen preguntas, que brotaron del enfoque sistémico de Chevallard, (1991), lo denomina esquema teórico, el cual considera a la didáctica de las matemáticas como el estudio de las interacciones entre el saber, un sistema educativo y los elementos que apropian de este saber.

Figura 1.

ILUSTRACIÓN 1. TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS



Nota. Fuente: Brousseau, Guy. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.

Derivado del proceso de interacciones descritas en la triangulación de Brousseau, es importante, ubicar en el contexto la parte humana del proyecto de investigación, el alumno y el profesor. Por lo anterior se consideran las siguientes preguntas y respuestas:

¿Cuáles son las características académicas que presentan los estudiantes?

¿Cuáles son los aspectos más relevantes que presentan los estudiantes en relación con su desarrollo académico?

¿Qué elementos considera del currículo nacional en este nivel educativo?

¿Dónde está ubicado el centro educativo? y ¿Cuáles son las características sociales de la población educativa más importantes?

¿Qué características presentan los estudiantes en esta etapa de proceso de aprendizaje?

¿Cuál es el trabajo de los docentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula?

¿Dónde se ubica el centro escolar y cuáles son las características sociales de la población educativa más importantes?

En los programas de matemáticas que emite la Dirección de Bachillerato (DGB), establecen la palabra "modelación" en varios momentos sin embargo no aclaran su significado; son los maestros quienes se apropian y lo enseñan a su experiencia como fórmula o una ecuación sin que corresponda a una situación del contexto, es aquí donde estriba la importancia de implementar situaciones didácticas como el caso que nos impulsa implementar, conocimientos matemáticos con situaciones reales del entorno.

En su estudio comparativo de la propuesta curricular de matemáticas en la educación obligatoria y otros países, el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación en México (INEE), el caso cuestiones de variación en el currículo nacional establece la introducción del concepto en la noción de proporcionalidad y en álgebra se ve como la correlación de dos variables. El concepto de variación está implícito en dichos contenidos, y depende de la interpretación que cada maestro le dé al contenido en el momento de diseñar la enseñanza (Rojano, 2017).

Según investigaciones de Gracia “Desarrollar en los estudiantes procesos de pensamientos como el numérico, métrico, espacial y el variacional, que brindan múltiples posibilidades para comprender y abordar situaciones de su entorno y de las mismas matemáticas” (2018, p. 3). Para el caso entonces resulta importante el estudio del pensamiento variacional que abre posibilidades de abordar diversos temas matemáticos como proporcionalidad, funciones, variables, dependencia e independencia de variables, manejo de simulaciones de fenómenos, generalidades de abstracción, uso de herramientas de representación, entre otros.

A fin de contribuir con la mejora en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a nivel bachillerato, se presenta la tesis llamada: “*La gráfica, lenguaje de lo variacional en el estudio de las funciones*”, que de llegarse a implementar en la práctica escolar potencializa la comprensión del concepto de lo variacional en tema de las funciones matemáticas.

Con el sustento de los postulados expuestos en el marco teórico se diseñaron diversas situaciones didácticas para el aprendizaje de lo variacional, a partir de la concepción de la matemática educativa como una práctica social llevada al discurso escolar. Son situaciones que teniendo en cuenta los propósitos de la investigación, se incorporan asuntos como el trabajo experimental en el proceso de construcción de gráficas, así como la formulación de preguntas que invitan al estudiante a la reflexión, razonamiento, hipótesis y conjeturas producto de la interacción con gráficas, además que:

- a) La graficación- modelación virtual promueve el interés por el estudio del cambio entre los estudiantes.
- b) La graficación y modelación de funciones en plataforma digitales en los estudiantes propicia la adquisición de conceptos matemáticos: como posición, velocidad, aceleración, razón de cambio y su relación

con la derivada, máximos y mínimos, así como el manejo de dos o más órdenes de variación.

- c) La Construcción de gráficas, desde la práctica social (epistemológico), genera elementos argumentativos, al pasar a ser punto medular del análisis de funciones matemáticas.

Esperando que los resultados sean exitosos y/o satisfactorios, esta tesis se puede concebir como el rediseño de situaciones didácticas, con el apoyo de la tecnología de la información como mediadora pedagógica, contribuirá a favorecer la enseñanza y aprendizaje del concepto de lo variacional en las matemáticas, sobre todo en el nivel medio superior.

1.3 Objetivos de investigación

“Estos son el conjunto de fines y metas que se pretende alcanzar, están alineados al campo de conocimiento específico en que está inscrito un trabajo, y buscan ampliar los conocimientos o teorías que se hayan formulado en determinada materia”. (Enciclopedia significados s/f).

Desde la mirada de la matemática educativa, de generar marcos de referencia que provoquen una matemática funcional nos proponemos a diseñar actividades escolares intramuros con uso de tecnologías aplicadas a la educación, que promuevan el lenguaje y el desarrollo del pensamiento de lo variacional a partir de la construcción de gráficas.

Así mismo producto de la implementación de estas situaciones, se buscan algunas particularidades como:

- Analizar algunas causas que provocan en los estudiantes la memorización de procedimientos algorítmicos, sin la conceptualización del pensamiento variacional.

- Identificar prácticas escolares que permitan a los estudiantes desarrollar un concepto significativo de lo variacional, a partir de la generación de gráficas en el plano.
- Implementar actividades de modelación, que permitan al estudiante desarrollar el pensamiento variacional a través de la visualización.
- Diseñar situaciones de modelación de fenómenos, en ambientes escolares y que a través del lenguaje gráfico permitan analizar lo variacional.
- Resignificación del lenguaje de lo variacional, producto de la modelación y construcción gráfica, como concepto matemático dentro del espacio escolar.

1.4 Hacia una Innovación Más

La matemática educativa, finca la labor docente como el creador de situaciones de aprendizaje en el alumno, el centro del proceso de enseñanza y aprendizaje, de tal manera que el profesor debe interactuar entre el conocimiento (saber) y el estudiante, a través de estrategias que le permitan al estudiante construir el saber matemático. Pero estas prácticas dentro del salón de clase, no se promueven, de tal forma que el estudiante aprenda a ser, a hacer y a saber, la gran mayoría de los estudiantes, únicamente memorizan algoritmos para alcanzar una calificación numérica.

En la práctica escolar no se recurre a las estrategias de visualización como una actividad que promueva la adquisición de conceptos, y si pondera los procedimientos algebraicos. Los profesores de matemáticas deben estar conscientes de que el alumnado no solo requiere aprender una disciplina algorítmica, sino vincularla con las demás áreas del conocimiento y potenciar las habilidades de pensamiento.

La modelación y la graficación en el aula son herramientas que permiten establecer una relación estudiante-saber y fenómeno, que generan en el estudiante un conocimiento significativo. La gráfica dentro de la temática escolar se ubica como una representación del concepto de una función, se construye a partir de procedimientos comunes como la tabulación de datos y ubicados de puntos en un plano cartesiano.

Por todo lo anterior, esta investigación se encamina al lenguaje de lo gráfico, principio constructor del pensamiento variacional en los estudiantes de bachillerato, este sentido de estudio, proporciona un planteamiento diferente a lo tradicional al estudio de las funciones. Se inicia con un estado del conocimiento sobre actividades de modelación y simulación digital que permite el sentido de la predicción y análisis a partir de la construcción de gráficas que promueven el desarrollo del pensamiento variacional.

Como una manifestación de los usos del conocimiento en el discurso matemático escolar, donde se resignifican al debatir entre sus funcionamientos y sus formas al paso de la vivencia escolar. En ese sentido lo institucional será aquello que hace que la graficación se desarrolle y se acepte como producto material social que tenemos que enseñar y aprender” (Cordero et al, 2007, p.11). Por ello la escuela es un espacio donde se fomenta la indagación, la curiosidad y la exploración, es aquí donde los estudiantes pueden experimentar y construir conceptos teóricos inscritos en los programas curriculares.

En conclusión, este trabajo describe la propuesta de generar un proceso de resignificación del concepto de variación, utilizando distintas representaciones de objetos en movimiento que permitirá al estudiante interpretar correctamente el fenómeno desde la interacción visual por medios digitales. Este se enfoca principalmente a proponer a través del rediseño de unas situaciones didácticas en un marco de la matemática educativa, que darán cuenta de la importancia del lenguaje gráfico en la modelación de funciones.

*"El misterio de la existencia humana
No consiste únicamente en vivir, sino
En saber para qué se vive"*

Los hermanos Karamazov.

II. Marco Teórico

El propósito de este capítulo es describir la idea de qué, para realizar una investigación es necesario y fundamental conocer las teorías vinculadas a la modelación y construcción de gráficas en ambientes escolares.

Se sabe que en la escuela es sumamente importante la comprensión y el aprendizaje de las matemáticas, esta juega un papel sociocultural muy trascendental en la sociedad moderna. Además es una disciplina que tiene una gran contribución al desarrollo profesional y personal de los estudiantes. Sin embargo, para estos su percepción es diferente, crean una serie de barreras, tabúes, mitos que poco o en nada contribuyen con un desarrollo social y positivo en los aportes de esta disciplina a su formación.

En el proceso de construcción del conocimiento matemático en estudiantes de bachillerato, surgen errores que preocupan a los docentes algunos de ellos están expuestos en el planteamiento del problema de esta investigación como lo son: la interpretación de la gráfica, base en la construcción de un pensamiento variacional, esto invita a la reflexión y análisis de constructos teóricos anteriores que conformarán el marco teórico los cuales provienen de diferentes visiones: la teoría de situaciones, la modelación gráfica, la visualización y tecnologías de la información aplicadas a la educación matemática.

2.1 Modelación como una Práctica Social

En el estudio de las funciones se describen diversos fenómenos y en el aula se constituyen como una herramienta para el estudio de números problemas con la idea de cambio de una variable con respecto a otra, Hinojos et al., (2015), lo mencionan como la posibilidad de la matemática de ser modelada, estas causas y efectos que producen las variables de un

fenómeno o proceso, así como sus cambios y acumulación de dichos cambios.

Por lo consiguiente Villa-Ochoa et al., nos dicen:

En Latinoamérica ha habido un creciente interés por el estudio de la variación, hasta el punto de gestarse un programa de investigación denominado Pensamiento y Lenguaje Variacional del cual, algunos de sus antecedentes se muestran en el trabajo de Cantoral y Farfán (1998). Este programa es entendido como una línea de investigación que, ubicada en el seno del acercamiento socioepistemológico, permite tratar la articulación entre la investigación y las prácticas sociales que dan vida a la matemática de la variación y el cambio en los sistemas didácticos. (2010, p. 515).

Por otro lado, Rosa María Farfán, en su breve esbozo de la teoría de situaciones didácticas define a la matemática educativa como: "la disciplina que estudia fundamentalmente, los fenómenos que se producen en la escuela en el proceso de aprendizaje de las matemáticas". A demás nos dice: "la didáctica de las matemáticas es considerada como un caso particular de lo que podría denominar como didáctica general, en donde las explicaciones de cómo aprende una persona, en general podían ser aplicadas al aprendizaje de las matemáticas." (2013, p.15). En resumen, la matemática educativa y la didáctica de la matemática, si se aplican en el ámbito escolar enriquecen la formación de los estudiantes y promueven una comprensión más profunda de las matemáticas.

Del surgimiento de la teoría de situaciones de la escuela francesa en los años 80's, Brousseau y otros investigadores, vieron la necesidad de establecer un proceso metodológico fundamental de teoría de situaciones

que llevará a definir al conocimiento matemático a partir de una situación modelada como tema específico.

La teoría de situaciones adopta un sentido sistémico y considera a la didáctica de las matemáticas como un estudio de las interacciones del saber, un sistema educativo y los alumnos, con objeto de optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto (Brousseau, 1998), citado por Farfán (2013, p.16).

Asimismo, la Socioepistemología (SE) surge como línea de investigación en México a finales del siglo pasado, esta teoría busca construir una explicación de los fenómenos didácticos, eje fundamental de la presente investigación apegada al pensamiento y lenguaje variacional.

Por otro parte, Camacho, (2006, p. 144), cita a Cantoral y Farfán (2003) donde estos autores mencionan que el énfasis de ese acercamiento teórico se pone en la importancia que se da a las "prácticas sociales", las cuales adquieren sentido dentro de la "matemática de la variación y del cambio" en los sistemas educativos.

Con este enfoque y entrelazado con el objetivo de la investigación permite la construcción de actividades escolares, que promuevan el lenguaje y el desarrollo del pensamiento de lo variacional a partir de la construcción de gráficas específicas con estrecha relación a los supuestos hipotéticos, donde la modelación y graficación en el aula son herramientas que permiten una relación estudiante-saber y fenómeno, producto de situaciones de carácter didáctico.

2.2 La Gráfica y lo Variacional

Diversas investigaciones en matemática educativa (Cordero, (2001), (2006), Suarez, (2006), (2010), Dolores (1996), (1998), entre otros explican a la gráfica como una representación del concepto de función. Debido a que la propuesta está encaminada a entender a la gráfica con una perspectiva socioepistemológica nos apegamos a un marco de referencia que evidencie a la modelación de gráficas, lenguaje de lo variacional.

En sus investigaciones sobre las gráficas y la modelación, Suárez, (2006), (2008), (2010), describe sus evidencias de la resignificación en modelación graficación en la matemática escolar. Del mismo modo explica que la modelación propicia el desarrollo del razonamiento y la argumentación, así como otras características teóricas al estudiar la modelación graficación, luego en Suárez (2016), nos dice que, al tomar la actividad humana como centro, se logran resultados que producen un conocimiento ligado a herramientas que se usan en dicha construcción. El planteamiento desde un enfoque epistemológico de la graficación modelación escolar, resultado de investigaciones realizadas por Suarez, en diversos artículos establece que la práctica epistemológica para la modelación escolar a través del uso de las gráficas, está conformado por dos grandes vertientes en la construcción social del conocimiento, que, para el caso de este trabajo enfocado a la resignificación de un conocimiento en la modelación-graficación, le dan sustento:

La primera, el funcionamiento, es decir, aquellas circunstancias relacionadas con el uso y la modelación, que hacen de un conocimiento útil para resolver un problema o para integrar una teoría”, y la segunda, se refiere “a la forma, es decir, las clases de tareas que quedan determinadas por el funcionamiento a través de las actividades, acciones y

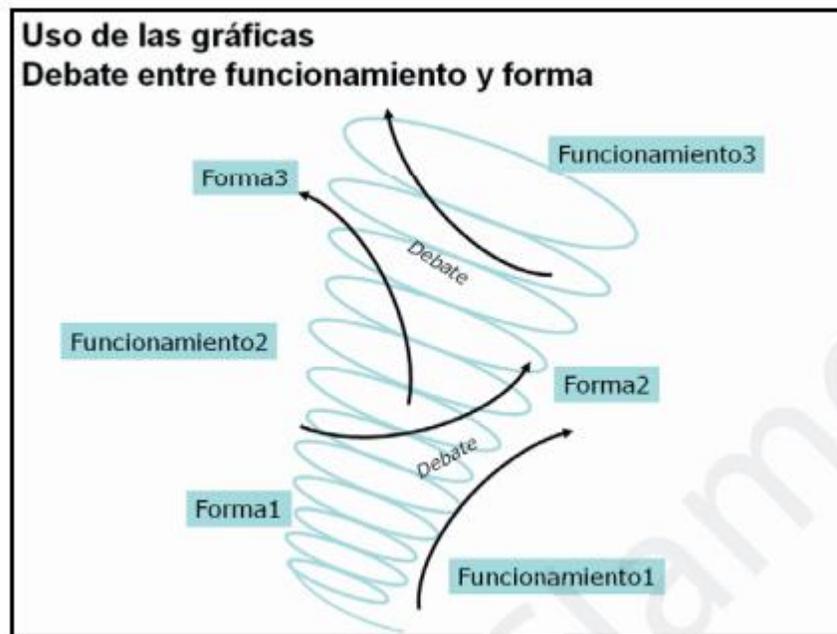
ejecuciones y alternancias de dominio que realizan los estudiantes en una situación específica. (Suarez, 2016, p. 494)

En el análisis teórico referencial sobre el uso de las gráficas y dentro del debate entre función y forma, Suarez y Cordero (2010), dicen que, en cuanto al funcionamiento y la representación geométrica, en una gráfica, se desarrolla en espiral, un diagrama de esta idea la representan (fig. 1):

Figura 2.

ILUSTRACIÓN 2.FUNCIONAMIENTO Y FORMA

Uso de las gráficas. Debate entre funcionamiento y forma



Nota. Fuente: Suárez y Cordero. (2010, p. 326)

Partiendo de las descripciones teóricas que realizan Suarez y Cordero, (2016, p. 238), basadas en la observación del uso de gráficas en la modelación implementadas con estudiantes en diversas secuencias de enseñanza y estas apegadas al sentido en lo epistemológico, es decir la graficación no se limita a una graficación visual. Es una práctica escolar y está presente en el discurso matemático. De igual forma estos autores

comentan de qué manera, (en/durante tres momentos), los estudiantes describen el desarrollo, cualidades, y dominio del uso de las gráficas:

TABLA 1. DESARROLLO, CUALIDADES Y USO DE LAS GRÁFICAS.

<i>Momentos donde los estudiantes describen el desarrollo, cualidades y dominio del uso de las gráficas</i>	
Momento I	Establecimiento de la forma del nuevo funcionamiento de las gráficas en la modelación
Momento II	Construcción de argumentos en el uso de las gráficas en la modelación
Momento III	Puesta en funcionamiento del uso de las gráficas en la modelación

Nota. Fuente: Suárez y Cordero, (2016, p. 238)

Dentro del establecimiento de momentos en el proceso de construcción de gráficas en la modelación también plantean justificaciones del trabajo con gráficas como practicas educativas.

- a) Que la gráfica promueve el interés por el estudio del cambio
- b) Las gráficas son ideales para modelar funciones de posición, velocidad y aceleración.
- c) Propician el estudio del concepto de razón de cambio, la relación de función con la derivada.
- d) Manejo de dos o más órdenes de variación.
- e) Estudio de máximos y mínimos o la acumulación de una función. Evidencian aportes significativos epistemológicos, en el trabajo
- f) en la variación matemáticas escolar. En la construcción de gráficas, generan conceptos de variación
- g) de forma independiente, como el caso de la noción analítica de función.

- h) En la construcción de gráficas, generan conceptos de variación de forma independiente, como el caso de la noción analítica de función.
- i) La gráfica propicia elementos argumentativos, al pasar a ser el punto medular del análisis.

Estos planteamientos teóricos de Suárez y Cordero, dan sustento al diseño de una situación didáctica, con modelación de movimiento, en virtud que la modelación graficación está sustentada desde la Socioepistemología, una resignificación de lo variacional. (2010, p. 331).

2.3 La Visualización como Herramienta de Aprendizaje

El trabajo de investigación, fundamentado en la construcción y análisis de gráficas, producto de la modelación de fenómenos, permite a los estudiantes desarrollar un concepto significativo de lo variacional. Por tal motivo la visualización es parte medular en este proyecto, entendida como un proceso del pensamiento matemático desde la perspectiva de Cantoral y Montiel (2001, p. 14), "la visualización es la habilidad para representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y lenguaje de quien aprende". Por ello la propuesta de investigación, no solo es la presentación de la gráfica de una función. Retomando a Cantoral y Montiel (2001), la construcción de gráficas no solo es su forma particular desde la concepción visual, implica la graficación una forma de interpretar el lenguaje, sentido y significado de las funciones y sus propiedades desde una perspectiva cognitiva.

Según González, et al. (2021), citando a Cantoral y Montiel (2001), nos dicen que, en el estudio de la matemática, la visualización en la actualidad adquiere gran importancia en el proceso de enseñanza aprendizaje en el aula, por ejemplo, las representaciones gráficas como

objeto de estudio incorporan en los estudiantes una gran variedad de preguntas emparentadas con los cambios de representación semiótica. A partir de esta concepción didáctica, la gráfica en específico desde su visualización permite una descripción mediante un lenguaje cotidiano, además que la imagen como forma accede a su manipulación como objeto matemático.

Los autores González, et al. (2021, p.133) retoman la definición de visualización matemática definida por Zimmermann y Cunningham, (1991), como “la habilidad, el proceso y el producto de la creación, decodificación, uso y reflexión de cuadros, imágenes, diagramas, en nuestras mentes, en papel o con herramientas tecnológicas, con el fin de graficar y comunicar información”. En resumen, las gráficas son imágenes que representan fenómenos reales o imaginarios.

Actualmente las tecnologías de la información y comunicación (TIC's), en el contexto escolar son cada vez más accesibles, las cuales el docente puede apropiarse como apoyo para implementar actividades escolares. En el contexto, escena de la investigación, los docentes, emplean y actúan favorablemente con las TIC's, como herramienta en el proceso de enseñanza aprendizaje. Actualmente en las escuelas ya incorporan estas tecnologías con la intención de fomentar cambios pedagógicos en la enseñanza tradicional hacia un aprendizaje más significativo en los estudiantes.

Uno de los objetivos de la esta investigación es el diseño de situaciones de aprendizaje con ambientes tecnológicos, que permitan a través de la construcción y análisis de la gráfica, el desarrollo del pensamiento variacional.

Como eje rector de la investigación, la matemática educativa se enfoca en la construcción del conocimiento a través de situaciones

didácticas. Según Díaz-Barriga, (2013) diversas investigaciones y especialistas se han preocupado por estudiar e impulsar el uso de las TIC en el aula, además menciona que el interés de estos especialistas en didáctica está centrado en lo cognitivo. "Éstos trabajan a partir de una concepción centrada en crear ambientes de aprendizaje, en donde los fundamentos psicopedagógicos se constituyen en la guía de la incorporación de estas tecnologías" (Díaz-Barriga, 2013, p. 13). Para este fin se apropian desde la perspectiva socio-constructivista, además en el diseño de estas secuencias didácticas son específicas para emplearlas en el salón de clase o en lo que se puede denominar ambientes híbridos.

De este modo, y con el fin de crear otros escenarios, donde según los autores González, N. et. al., (2021), nos dicen que la integración de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, sí se fundamenta, cambia el modelo de enseñanza tradicional y los estudiantes se convierten en protagonistas de la actividad aprendizaje, estimulando su desarrollo, tomado de Cristina, Lion y Godoy, (2018). Esto además abona en los alumnos y en los docentes a repensar su participación dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Llevando a que los estudiantes pasen de ser pasivos a activos en el aprendizaje y los docentes en la enseñanza sean orientadores. Un propósito de este trabajo es la resignificación de conceptos en la matemática escolar, con el uso de las tecnologías de la información aplicadas a la enseñanza de las matemáticas, por ser una herramienta que contribuye a dicho propósito.

2.4 Software Geogebra como Apoyo Didáctico en la Enseñanza

De acuerdo a todo lo descrito en páginas anteriores y teniendo en cuenta la importancia de la TIC en el proceso de aprendizaje actual, su relación con la construcción del conocimiento y su aporte de gran valía a las matemáticas, es importante retomarla y acceder a ella, para crear ambientes de aprendizaje dinámicos que permitan en los estudiantes desarrollar pensamiento creativo, habilidad para el razonamiento, proponer, analizar y reflexionar, su reconstrucción de un saber matemático apropiándose de manera concreta y clara.

Si bien se pretende dinamizar el proceso de modelación y graficación, en una situación didáctica, las TIC cobijan esta práctica de referencia.

Dentro de la gama de materiales que ofrecen las redes de la información, y en armonía con el objetivo de esta investigación: Diseñar actividades escolares intramuros con uso de tecnologías aplicadas a la educación, que promuevan el lenguaje y el desarrollo del pensamiento de lo variacional a partir de la construcción de gráficas, la plataforma de Geogebra.org ofrece esta posibilidad.

Como definición la plataforma expone: "¿Qué es GeoGebra?, GeoGebra es un software matemático dinámico para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficas, estadísticas y cálculo en un solo motor", (*Geogebra, s/f*).

Y dentro de sus datos interesantes además dice que:

- a) Aplicaciones de Geometría, Álgebra y Álgebra computacional.
Potentes herramientas en armonía con una interfaz intuitiva y ágil.
- b) Herramienta de autoría para crear recursos de aprendizaje interactivos como páginas web.
- c) ¡Políglota! Porque está disponible en cada idioma requerido por los millones de usuarios del mundo.
- d) Software de código abierto libre y disponible para usos no comerciales.

Según Gracia, (2009), la conjugación de estas posibilidades que brinda el *software*, en la creación de ambientes de aprendizajes, permite fortalecer el estudio de la Matemática integrando el trabajo experimental y el aprendizaje de lo conceptual.

Sigue diciendo que vale la pena enfatizar, la resolución de tareas empleando el *Geogebra*, introduce a los estudiantes a la visualización matemática, el dinamismo que ofrece posibilita la acción y participación del docente activamente, además promueve el auto-aprendizaje en los estudiantes, permitiendo desarrollar procesos argumentativos en la resignificación de un concepto matemático.

Bajo este enfoque se han producido una gran variedad de investigaciones por ejemplo citamos a Díaz-Barriga, que dice:

Hoy la construcción de secuencias didácticas que las incorporan en el salón de clases demanda establecer con mayor claridad los ambientes para el trabajo educativo. El reto para el docente es cómo construir dichas secuencias a partir del debate psicopedagógico actual y de manera articulada con la inclusión de recursos de las TIC, (2013, p.13).

En resumen, el *Geogebra* como herramienta tecnológica, permite desde una computadora, tableta o teléfono inteligente al estudiante o docente, generar conflicto cognitivo que tienda a agilizar la construcción del conocimiento, además permite interacción directa de estudiantes con las matemáticas con el apoyo de secuencias didácticas preestablecidas. Al hablar de secuencias didácticas estas deben estar entrelazadas con la herramienta tecnológica, a través de guías de trabajo que orienten a la reflexión e interacción entre los estudiantes para un aprendizaje significativo. “las situaciones problemáticas introducen un desequilibrio en las estructuras mentales del alumno de tal manera que en la búsqueda de ese acomodamiento se genera la construcción del conocimiento” (Castillo, 2008, p. 177).

Con el carácter de reflexión, este proyecto de investigación se sostiene en las diversas teorías expuestas, son las que fundamentan y le dan el carácter de científico, dando respuesta a las interrogantes exhibidas en el planteamiento del problema.

“La educación genera confianza. La confianza genera esperanza. La esperanza genera paz”.

Confucio.

III. Metodología

La información anticipada permite dar cuenta del problema de investigación. La metodología para este caso se estructurará bajo el cobijo de la ingeniería didáctica, que se fundamenta en el esquema de lo experimental propio para investigaciones cualitativas, donde se intenta dar cuenta de la realidad social. Esta metodología es propia para la concepción, realización, observación y análisis de procesos de enseñanza, específicamente en la matemática educativa. Para ello se analizan las referencias escolares del contexto, datos estadísticos del desempeño escolar, libros de textos de bachillerato y programas curriculares, es decir todo lo que tenga relación con el constructo de lo variacional en ambientes escolares.

3.1 Esquema metodológico de la ingeniería didáctica

Las situaciones didácticas son el hilo constructor de un conocimiento, la apropiación de estas es fundamentales con el sustento teórico y la definición de las herramientas para lograrlo. Esta puesta en escena se llevará a cabo con alumnos de cuarto semestre, en el plantel 145, del Colegio de Bachilleres de Chiapas.

Así pues, para implementar una situación de aprendizaje, con esta metodología por lo general se distinguen dos niveles: el registro de los estudios de caso y la validación, esencia interna basada en la confrontación entre el análisis *a priori* y *a posteriori*.

La ingeniería didáctica como metodología, delimita el proceso en cuatro fases: la fase primera es de análisis preliminar, la fase segunda de concepción y análisis *a priori* de las Situaciones didácticas de la ingeniería, la fase tercera es de experimentación y finalmente la cuarta fase de análisis *a posteriori* y evaluación (Artigue, M.,1995). Expuestas en la figura 2.

Figura 3.

ILUSTRACIÓN 3. FASES DE LA INGENIERÍA DIDÁCTICA.

Fases de la Ingeniería Didáctica.



Nota. Fuente: Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica en Educación Matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. (pp.33-59)

De lo anterior, no necesariamente hay que cumplir con todos los puntos señalados en el esquema, la metodología puede estar compuesta por la combinación de algunos de ellos dependiendo de lo que se desee ver reflejado en cada fase de la investigación, es decir, lo que se pretenda alcanzar con esta investigación, considerando los momentos: problemática del fenómeno didáctico, las prácticas sociales, situación problema en la construcción del concepto de variación desde la óptica socioepistemología, es decir análisis de variables que intervienen en para la puesta en escena.

3.2 Análisis del contexto (preliminares)

Dotar de sentido a la investigación científica, es formular preguntas que permitan vincular concepciones previas con lo nuevo, valorar las

diferentes aportaciones que se propician en la comunicación en aula, observar el aula como un fenómeno único por la naturaleza de las relaciones que ahí se generan (Sánchez, 2001), de lo anterior surgen cuestionamientos propios de los aspectos metodológicos del trabajo de investigación:

¿Cuáles son las características personales y las calidades académicas de los estudiantes?

La investigación está centrada en estudiantes del Colegio de Bachilleres de Chiapas, COBACH, plantel 145, Tuxtla Sur. Esta institución se encuentra dentro del nivel bachillerato, son para aquellos alumnos que han terminado la educación secundaria obligatoria y que optan por seguir una formación general, según sus intereses y objetivos. Algunas características que presentan estos estudiantes son alumnos entre 15 y 18 años, en su mayoría dependientes económicos de un núcleo familiar, que desarrollan su madurez intelectual, con una gran capacidad para comprender una amplia gama de saberes y habilidades, en base a la razón del ritmo de sus estudios. Definido dentro de la Misión del COBACH, se preparan para acceder a estudios superiores, y/o incorporarse al mundo laboral.

¿Cuáles son los aspectos más relevantes que presentan los estudiantes en relación con su desarrollo académico?

El trabajo se desarrolla bajo el paradigma cualitativo y es de tipo descriptivo, que permite comprender la disciplina y mejorar el trabajo cotidiano, (Sánchez, 2021), para que los procesos de enseñanza aprendizaje sean más significativos. Aun cuando la plantilla docente se mantiene en una condición de actualización permanente, los índices de aprobación según el Plan de Mejora Continua (2022-2023), están por debajo del 1.94%, menos en relación al año anterior. Estos resultados no son un caso aislado del proceso de enseñanza aprendizaje de las

matemáticas en el COBACH plantel 145, también así lo muestran las estadísticas nacionales e internacionales como la prueba del Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes, (PISA 2022), de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos, OCDE que señala que el desempeño de los estudiantes mexicanos, en específico en el área de conocimiento de las matemáticas disminuyó en comparación con el 2018.

¿Qué elementos considera del currículo nacional en este nivel educativo?

Ante estas circunstancias la Secretaría de Educación Pública (SEP), emite en Marco Curricular Común de la Educación Media Superior, MCCEMS (2019, p.42), textual:

El pensamiento matemático es un recurso sociocognitivo que involucra diversas actividades desde la ejecución de operaciones y el desarrollo de procedimientos y algoritmos hasta los procesos mentales abstractos que se dan cuando el sujeto participa del quehacer matemático, al resolver problemas, usar o crear modelos, y le dan la posibilidad de elaborar tanto conjeturas como argumentos; organizar, sustentar y comunicar sus ideas.

Por lo que se refiere al contexto, lo disponible en el aula, es importante resaltar la existencia de espacios escolares con herramientas tecnológicas, como pizarrones multimedia, proyectores, internet inalámbrico y otros que favorecen la apropiación de un conocimiento. Si hablamos de modelación y graficación, esta herramienta se puede considerar como indispensable, Suárez, (2008), menciona que, al trabajar con situaciones de cambio en un ambiente tecnológico, se logra la resignificación del conocimiento en cuestión. En esta época, el uso de la tecnología en los jóvenes es un elemento que permite acercar la ciencia a lo cotidiano. Además, nos dice que parte integral del binomio ciencia y tecnología en un tiempo relativamente corto 25 años, las plataformas y

procesadores matemáticos se han vuelto de uso común entre los estudiantes, por tanto, estas herramientas en la enseñanza y aprendizaje de la matemática deben ser incluidas en ambiente escolares. Caso específico para esta investigación, es necesario la implementación de tecnología en la situación didáctica y de manera puntual se considera viable el uso de geogebra.org como plataforma, la calculadora graficadora y sensores de movimiento.

¿Dónde está ubicado el centro educativo? y ¿Cuáles han sido y son las características más importantes de esta institución?

La investigación está centrada en el rediseño de estrategias didácticas que conlleven a mejorar el aprendizaje de lo variacional en el lenguaje gráfico, entre estudiantes del COBACH, plantel 145 Tuxtla Sur. Esta institución ubicada en el lado sur oriente de Tuxtla Gutiérrez, capital del estado de Chiapas, México, donde sus indicadores académicos, plasmados en el Plan de Mejora Continua 2022-2023, (PMC, p. 9), elaborado por personal del propio plantel, se cuenta con una matrícula de 1,600 alumnos en ambos turnos, en una condición socioeconómica dentro del nivel medio bajo.

¿Qué características presentan los estudiantes en esta etapa de proceso de aprendizaje?

El trabajo se enmarca dentro de una población estudiantil, que no se encuentra dentro de los supuestos de un mercado laboral, pero si dentro de un perfil educativo con jóvenes de 15 a 18 años, entre la diversidad de sexo y niveles socioeconómicos que convergen al centro educativo es predominante entre ellos, el nivel socioeconómico medio bajo, según el Plan de Mejora Continua, (PMC 22-23). Los estudiantes, se encuentran inscritos al programa de salud que presta el Instituto Mexicano del Seguro Social, en su portal (IMSS, 2016) pública "De acuerdo a cifras de la Secretaría de

Desarrollo Social (SEDESOL) en 2015, había 6.9 millones de estudiantes derechohabientes de los servicios de salud. De ellos sólo 3.2 millones reportaron, en la Encuesta Nacional de Ingresos y Gastos de los Hogares del Instituto Nacional Estadística Geografía e Informática, tener acceso al IMSS; 3.7 millones desconocían este beneficio”.

Para el caso en esta institución, la educación es presencial y el nivel de estudios es medio superior y algo particular entre los estudiantes es el uso de las tecnologías de la información, son de uso cotidiano y si añadimos la infraestructura escolar, más aún propicio a la valoración de estas variables. Otras consideraciones es la familia como parte integral en su formación de estos estudiantes, las condiciones socioeconómicas que imperan como los problemas comunes caso particular la desintegración familiar.

¿Cuál es el trabajo de los docentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula?

La plantilla docente está limitada a nivel licenciatura con una formación en diversos campos de la ingeniería. La institución se limita a establecer los programas educativos, dentro de los cuales el docente establece su propio criterio de enseñanza aprendizaje en el contexto del aula. Y según Alanís, (1996, p.34) dice; “ciertas investigaciones en didáctica de las matemáticas, tiene como objeto de estudio las representaciones que el profesor tiene de su disciplina, de la enseñanza y del aprendizaje”, más luego sigue mencionando el docente, además de “crear interpretaciones de los programas y contenidos de textos es decir que el “saber a enseñar” es lo que piensa el profesor que debe ser enseñado, después de hacer tales interpretaciones”. (Alanís, 1996, p.34)

3.3 Planteamiento del problema

Diseñar actividades escolares intramuros con uso de tecnologías aplicadas a la educación, que promuevan el lenguaje y el desarrollo del pensamiento de lo variacional a partir de la construcción de gráficas, es el objetivo planteado al inicio de la investigación.

La problematización nace de la concepción generalizada y para resolverlo surgen los planteamientos más específicos como:

- Analizar algunas causas que provocan en los estudiantes la memorización de procedimientos algorítmicos, sin la conceptualización del pensamiento variacional.
- Identificar prácticas escolares que permitan a los estudiantes desarrollar un concepto significativo de lo variacional, a partir de la generación de gráficas en el plano.
- Implementar actividades de modelación, que permitan al estudiante desarrollar el pensamiento variacional a través de la visualización.
- Diseñar situaciones de modelación de fenómenos, en ambientes escolares y que a través del lenguaje gráfico que permita analizar lo variacional.
- Resignificación del lenguaje de lo variacional, producto de la modelación y construcción gráfica, como concepto matemático dentro del espacio escolar.

3.4 Supuestos hipotéticos

La matemática educativa, finca la labor docente como la creadora de situaciones de aprendizaje en el alumno, centro del proceso de enseñanza

y aprendizaje, de tal manera que el profesor debe interactuar entre el conocimiento (saber) y el estudiante a través de estrategias que le permitan a estos construir el saber matemático (Farfán, 2013). Pero estas prácticas dentro del salón de clase, no se promueven en el ambiente escolar de tal forma que, en este proceso, el alumno aprenda a ser, a hacer y a saber. La gran mayoría de los estudiantes regularmente memorizan algoritmos para alcanzar una calificación numérica, no se trata de eliminar este proceso, pero si retomar lo que el pensador Jacques Rancière decía: "la memoria no es la inteligencia; repetir no es saber" (Rancière, 2003, p. 41), citado por Equihua (2017, p. 6).

En la práctica escolar regularmente no se recurre a las estrategias de visualización como una actividad que promueva la adquisición de conceptos matemáticos, predominando la ponderación a los procedimientos algorítmicos. Los profesores de matemáticas deben estar conscientes de que el alumnado no solo requiere aprender una disciplina repetitiva y memorística, sino vincularla con las demás áreas del conocimiento y potenciar las habilidades para el desarrollo del pensamiento, según Farfán (2013, p.17-18), "el profesor debe proceder en sentido contrario al productor del conocimiento, debe contextualizar y personificar el saber, buscar situaciones que le den sentido a los conocimientos por enseñar, El estudiante que se ha apropiado de los conocimientos, procede a descontextualizar y despersonalizar para poder usar".

"La modelación y la graficación en el aula son herramientas que permiten establecer una relación estudiante, saber y fenómeno, además genera en estos un conocimiento significativo (Suarez, L. et al., 2010 p. 321)". Por tal motivo se considera la construcción de gráfica dentro de la actividad propuesta para generar la representación del concepto de una función y su aplicación centrado en el análisis de la misma, construyéndose

a partir de procedimientos comunes como la tabulación de datos y ubicados de puntos en un plano cartesiano.

Por lo consiguiente el reto que se plantea en este proyecto es, la resignificación a través de una situación didáctica que pondere el lenguaje de lo variacional, producto de la modelación y construcción gráfica, como concepto matemático dentro del espacio escolar, los significados que construyen actualmente los estudiantes es una idea concebida por operaciones algebraicas. Pero la enseñanza de este concepto no puede seguir siendo aquella que se reduce a la presentación formal a partir de una definición. Con el análisis de las funciones a través del comportamiento variacional se puede propiciar la argumentación de lo gráfico.

Al incorporar la tecnología en el salón de clases a través de ambientes de resolución de problemas (Suárez et al, 1998; Suárez, 2000), la autora ha podido observar cómo las representaciones de fenómenos de movimiento que los estudiantes realizan, interactúan con las representaciones proporcionadas por la tecnología lo que permite una evolución en el uso de herramientas y en la generación de significados (Pérez, 2009, p. 9).

Por todo lo anterior, consideramos que, para esta investigación, es necesario la implementación de la tecnología, de manera particular creemos que es viable el uso de la plataforma [geogebra.org](http://www.geogebra.org), la calculadora graficadora y los sensores de movimiento.

"Nada en la vida es para ser temido,
solo es para ser comprendido."

Marie Curie

IV. Resultados y Discusión

Esta investigación es de carácter cualitativa en una experiencia de práctica escolar, sustentada en el diseño de una situación didáctica que permite al estudiante de nivel bachillerato adquirir conocimientos del lenguaje gráfico por la modelación de un fenómeno.

El presente capítulo se divide en cuatro secciones:

1.- En esta etapa se propone una reconstrucción de significados (variables), dado que el uso de las gráficas son una herramienta de la modelación generadora de ideas.

2.- Diseño de la situación didáctica. En esta etapa los elementos constitutivos de la modelación graficación se vuelven un conjunto de tareas.

3.-Experimentación didáctica y revisión epistemológica de la propuesta, es aquí donde se tocan algunos aspectos de la Ingeniería actual. didáctica, base metodológica de esta investigación. En esta etapa se analizan los resultados obtenidos de la confrontación del *a priori* con *a posteriori*.

4.- A manera de explicar la conjunción de resultados la discusión de estos.

4.1 Aspectos Cognitivos de lo Variacional

Las investigaciones en matemática actualmente se enfocan desde la búsqueda de nuevas estructuraciones y concepciones de la matemática escolar, su fundamentación depende del conocimiento de referencia y de una forma distinta de entender la construcción del conocimiento. La idea nueva en matemática educativa es no considerar el carácter universal de las formas de construcción sino la consideración de distintas construcciones.

La Situación Didáctica entendida como una pregunta que genera respuesta de la problematización "modelación de movimiento". Se tiene que establecer bajo los supuestos teóricos. Uno de estos es el trabajo de Liliana Suárez (2010). Su eje de investigación está basado desde la Socioepistemología para la modelación escolar, caracterizada a través del uso de las gráficas. Esta epistemología está conformada por dos aspectos de

construcción social del conocimiento. Primero, el funcionamiento es decir aquellas circunstancias relacionadas con el uso y la modelación, hacen de un conocimiento útil para resolver un problema o para integrar una teoría y segundo, la forma de donde las clases de tareas quedan determinadas por el funcionamiento a través de las actividades, acciones y ejecuciones y alternancias de dominio que realizan los estudiantes en una situación específica.

Entendiendo a la matemática escolar como conocimientos al servicio de otros saberes y de otras prácticas de referencia, donde esta desarrolla su estatus de herramienta y en esa medida adquiere también tanto sentido como significación (Cantoral y Farfán, 2000). Es ahí donde comienza la búsqueda por entender los procesos de construcción del conocimiento matemático.

En esta pesquisa se encontró que fue la idea de predicción la que generó una cantidad considerable de resultados matemáticos y que sirvió como base de la actividad matemática a partir del siglo XVII. Por esa razón, se requiere entender cuáles son los mecanismos funcionales que operan la relación, considerada dialéctica, entre las nociones de *predicción*, propia de las ciencias físicas y de la ingeniería, y de lo *analítico*, peculiar de las matemáticas (Cantoral, 2001, p. 60).

Bajo este principio tuvo origen la línea de investigación Pensamiento y Lenguaje Variacional, ubicada al seno del acercamiento socioepistemológico, pues permite tratar de la articulación entre la investigación y las prácticas sociales que dan vida a la matemática de la variación y el cambio en los sistemas didácticos.

El Pensamiento y Lenguaje Variacional, como línea de investigación articula los cuatro componentes de la construcción social (sujeto, objeto, representación y lo cognitivo), variables a considerar en diseño de la situación

didáctica generadora de conocimiento matemático precisa del dominio de la matemática básica y de procesos del pensamiento asociados, exige simultáneamente de diversas rupturas con estilos del pensamiento prevariacional, como el caso del pensamiento algebraico. Ruptura que no puede sostenerse exclusivamente al seno de lo educativo con base en un nuevo paradigma de rigor que se induce simplemente de la construcción de los números reales como base de la aritmetización del análisis, ni tampoco puede basarse en la idea de la aproximación; sino que debe ayudar también a la matematización de la predicción de los fenómenos de cambio.

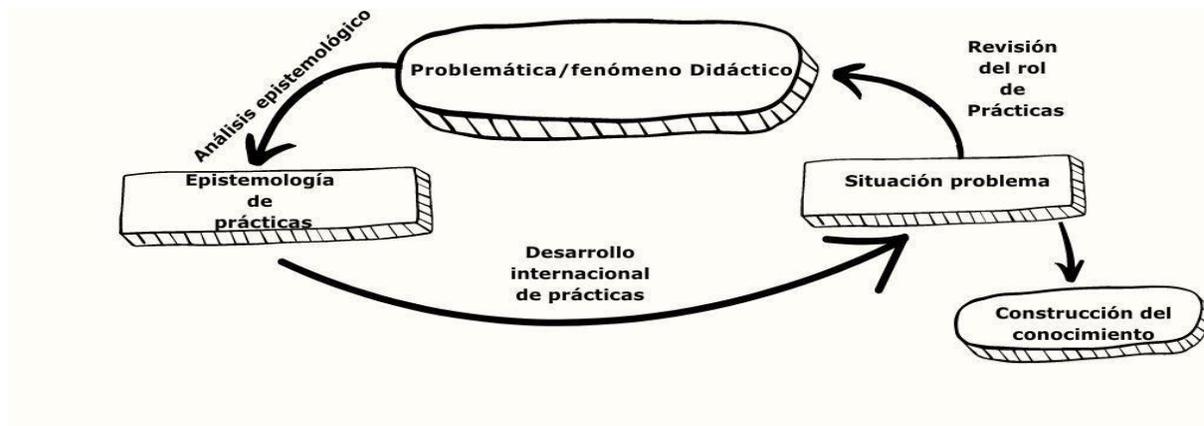
Para acceder al pensamiento y lenguaje variacional, esta investigación se apega, entre otras cosas el manejo de tecnología que propicia un universo de formas gráficas, extenso y rico en significados por parte del que aprende. EL conocimiento superficial producto de la construcción de gráficas mencionado por Cantoral y Farfán (2000), no resulta suficientes para desarrollar las competencias esperadas en los cursos de análisis de lo variacional.

De acuerdo al esquema metodológico (fig.3), planteado por Montiel y Buendía (2012), que surge de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), para el diseño de un escenario didáctico, es de suma importancia considerar las variables ineludibles que vienen de la Socioepistemología. Desde esta perspectiva de diseño, se considera primeramente el saber matemático y su incorporación al sistema escolar. Dado que el saber se ha constituido socialmente, en ámbitos no escolares, su introducción al sistema obliga a una serie de modificaciones que afectan directamente su estructura y su funcionamiento; de manera que alteran las relaciones escolares tradicionales que prevalecen históricamente entre los estudiantes y el profesor.

Figura 4.

ILUSTRACIÓN 4. ESQUEMA METODOLÓGICO DE LA SOCIOEPISTEMOLOGÍA

Esquema



Nota: Fuente: Montiel G. y Buendía, G. (2013, p.63). Metodología en Matemática Educativa: Visiones y Reflexiones.

4.2 Una Visión Epistémica de la Graficación

Al considerar a la modelación-graficación como una práctica social. Desde un estudio epistemológico, La *modelación-graficación* es un argumento que permite trabajar aspectos de variación y cambio a través de gráficas o figuras. En el libro de Oresme titulado *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum* (Oresme, 1968) usa la matemática de la época, la geometría y las proporciones para estudiar el modo en el que las cosas varían. El uso de las figuras no está anclada a la representación analítica, que históricamente es posterior, ni dependía de la asociación de puntos respecto a coordenadas rectilíneas; su *funcionamiento* y *forma* estaba basada en la posibilidad de representar diferentes

grados de intensidad de una cualidad por medio de segmentos y diferentes cambios por medio de figuras. Un segmento de la mitad de otro representa un grado menor de una cualidad, exactamente de la mitad. Un triángulo rectángulo representa la variación desde el grado más alto (o cero) de forma proporcional hasta un grado cero (o más alto). De esta manera, las figuras tenían propiedades que eran intrínsecas a la cualidad misma, como la proporcionalidad. (Suárez y Cordero, 2008).

En síntesis, las gráficas producen significados y la graficación puede llevar a cabo múltiples realizaciones a su vez hacer ajustes en su estructura para producir un patrón o generalización deseable; es un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación. Cordero (2006) “establece que la resignificación será el uso del conocimiento en la situación donde se debate entre su funcionamiento y forma de acorde con lo que organizan los participantes” (Chavira et al., (2011, p. 106). En resumen, la actividad de modelación trasciende y resignifica el conocimiento en cuestión. Para el caso la resignificación será entendido como un proceso de adquisición y enriquecimiento continuo desacuerdo al estrato cultural. Ahora bien, para que el continuo no se destruya se requiere pensar en la graficación como una práctica social, el cual se debe desarrollar permanente en el sistema escolar.

4.3 Consideraciones del Escenario

Otra de las variables a considerar para el diseño de la secuencia didáctica es la población escolar, donde se llevará a cabo la implementación. Para esto se consideró estudiantes de cuarto semestre de nivel medio superior cuyas edades oscilan entre los 15 y 18 años y están caracterizados por un estrato socioeconómico medio bajo. En el plantel COBACH 145 Tuxtla

Sur, se localiza en el Estado de Chiapas, considerado uno de los más pobres del país, se ubica en el mapa geográfico de la ciudad de Tuxtla Gutiérrez, en el lado sur oriente de la ciudad, capital chiapaneca. La escuela tiene 17 años de fundación. La obra del inmueble cuenta con las comodidades de la urbanización (agua potable, drenaje, pavimentación, energía eléctrica, internet y otros), su infraestructura lo conforman 23 aulas didácticas de 6m X 8 m, para albergar a 40 alumnos como máximo por grupo, cuenta con dos laboratorios de informática, aula virtual equipada, un laboratorio para el área de experimentales, una biblioteca, y cuatro canchas deportivas, para esparcimiento. Como núcleo administrativo cuenta con dos edificios de 8m X 15 m uno para la dirección de la escuela y otro para la administración y control escolar. Cuenta con servicios sanitarios para hombres y mujeres suficientes que dan servicio a la población.

El tipo de enseñanza es pública y escolarizada, El subsistema al cual se pertenece es la Dirección General de Bachillerato, trabaja un enfoque propedéutico que busca el desarrollo de competencias genéricas y disciplinares (básicas y extendidas). Actualmente se inicia con la estructura curricular de la Nueva Escuela Mexicana.

4.4 Lo Variacional en el Currículo Escolar

En el marco curricular común de la educación media superior (MCCEMS), se establecen los aprendizajes de trayectoria de Pensamiento Matemático. En él se describe la forma que se busca ofrecer a las y los estudiantes que cursen por el MCCEMS, las herramientas y habilidades, como lo son la capacidad para observar, intuir, conjeturar, argumentar, modelar, entre otras, que les serán de utilidad sin importar el rumbo que elija al terminar el bachillerato.

En tercera unidad de aprendizaje curricular de Pensamiento Matemático III, se incluye el análisis de funciones y su uso para

interpretar y modelar situaciones o fenómenos, considerando, su dominio, sus reglas de correspondencia, la noción de la derivada como razón de cambio y su aplicación al estudio de la forma de las gráficas de las funciones, así como a conceptos asociados con el cambio y el movimiento. Se resaltan conceptos asociados con la variación, para establecer definiciones, conjeturar y revisar teoremas asociados y de ser factible aplicarlos, mostrando su utilidad. Al emplear técnicas algebraicas y de la geometría analítica, en situaciones asociadas a la variación se genera una visión más amplia del mundo cambiante, del estudio del movimiento y se muestran algunas importantes aplicaciones del pensamiento variacional en la vida actual o futura. (SEP, 2022).

En relación a las herramientas sugeridas para el abordaje de estos temas el MCCEMS, propone en uno de sus capítulos en el abordaje de las progresiones de la unidad de aprendizaje, es importante recordar que los ambientes de aprendizaje pueden ser variados:

- a) Aula: virtual o física.
- b) Escuela: laboratorio, taller u otro.
- c) Comunidad: casa, localidad o región.

En el caso de Pensamiento Matemático III, se recomienda el empleo de simuladores y software libre como GeoGebra y Tracker para analizar funciones y las trayectorias de objetos móviles que se buscarían modelar desde el pensamiento variacional.

4.5 La graficación como práctica institucional

Según Cordero (2010), la institucionalización consiste en distinguir al saber cómo un producto material continuo, donde lo continuo refleja su permanencia en la vida que es transformada por el conocimiento y, a su vez el conocimiento es modificado. Este continuo no se destruye porque hay

ciertas formas de actuar impuestas o sugeridas desde fuera del individuo que son encarnadas en sucesos individuales, donde las formas son las instituciones (Durkheim, 1982). Así, la institucionalización es un proceso puramente social que ya no es propio del individuo, sino del grupo humano a la que pertenece (Covián, 2005). En la investigación ubicamos a la gráfica en un nuevo estatus y asumimos el uso de las gráficas como una práctica institucional, puesto que ha permanecido en el discurso matemático escolar y se ha ido transformando para establecerse tal como lo conocemos en la actualidad. El estatus hace relevante, epistemológicamente hablando, el desarrollo del uso de las gráficas, donde las gráficas se resignifican al debatir entre sus funcionamientos y formas dentro de la situación específica.

La Graficación de funciones es una de las actividades sugeridas por el currículum matemático en el discurso escolar de la educación media y superior. Es ampliamente tratada por los textos y los profesores en sus clases de matemáticas, desde la educación básica hasta el nivel superior. Las técnicas de Graficación utilizadas van desde la tabulación hasta la Graficación mediante el uso de la tecnológica específicamente en la derivada, las aproximaciones hacia la gráfica son todavía rudimentarias; en la segunda se gana más precisión y fineza, pues la derivada es un medio muy potente que permite tal fineza y precisión.

En los procesos de enseñanza la Graficación de funciones tanto en los alumnos como los docentes creen que representan una gráfica correctamente, sin embargo, diversos trabajos de investigación dan cuenta de que sus concepciones no son correctas.

4.6 La Situación: su diseño y puesta en escena

El objetivo de diseñar una situación didáctica fundamentada en el análisis socioepistemológico es ver cómo los estudiantes en una práctica

escolar de construcción de gráficas con tecnología presentan textos argumentativos de lenguaje de las mismas como espacio generador de conocimiento. El análisis micro didáctico es lo que los estudiantes relatan en el desarrollo, cualidades y dominio del uso de las gráficas, Suarez (2016).

La metodología para implementación de la situación didáctica se sitúa en el aula, precisamente en la clase de matemáticas y se desarrolla con grupos de 35 alumnos de cuarto semestre de nivel bachillerato. Estos estudiantes pertenecen al COBACH, plantel 145 Tuxtla Sur. El método de investigación es cualitativo con un diseño de tipo experimental con enfoque de intervención en el aula. El desarrollo de la investigación bajo el esquema de la ingeniería didáctica, que tiene como característica fundamental la confrontación entre los análisis *a priori* sobre los diseños de actividades de aula y los análisis *a posteriori* sobre el conjunto de datos y textos que se producen en la implementación de las tareas.

A continuación, describimos el diseño de la situación y posteriormente entraremos a la puesta en escena.

Consta de tres momentos que se llevarán a cabo en tres sesiones, en las cuales los alumnos atienden problemas relacionados el fenómeno de movimiento de un automóvil con diferentes variables, también se realiza una breve introducción para que los estudiantes recuerden algunos conceptos que se abordan en la situación de movimiento de un móvil y su argumentación gráfica del fenómeno. Posteriormente interactuar con el simulador de *Geogebra.org*, prediseñado y establecido en la plataforma para la interacción en la construcción de gráficas a través de cambios de variables para conseguir la representación de un modelo propuesto. Dicha propuesta elaborada por el autor dará sustento al trabajo de investigación de tesis con el nombre de *La gráfica, un lenguaje de lo variacional*.

Cordero (2006) afirma que la modelación es, en sí misma, una construcción del conocimiento matemático: "Modelación no significa una

“herramienta didáctica” que ayuda o facilita a construir el concepto de función, sino (que) es una actividad que trasciende y se resignifica, que transforma al objeto en cuestión” (p. 66).

Momento I. Se les proporciona el problema y los estudiantes lo analizan y realizan el primer reporte. Se define una mesa de diálogo entre los equipos para la exposición del problema y manifestación de sus supuestos. Se les deja que reflexionen sobre conceptos y situaciones de su vida cotidiana, para luego establecer su criterio del sistema de variación en una curva.

Momento II. Se utiliza la plataforma de *Geogebra.org* con simulador establecido donde los estudiantes interactúan con un auto en movimiento. El estudiante analiza lo realizado a lápiz y papel al contrastarlo con uso de tecnología.

Momento III. El estudiante diseña la gráfica que describe los cambios de velocidad de un móvil de una situación propuesta, determinando su tipo de variación a cada instante, (velocidad rápida positiva, velocidad lenta positiva, velocidad nula, velocidad lenta negativa y velocidad y velocidad rápida negativa. Para obtener la gráfica de variación de velocidad de un móvil (coche rojo), en movimiento.

4.7 Intencionalidad didáctica: la situación

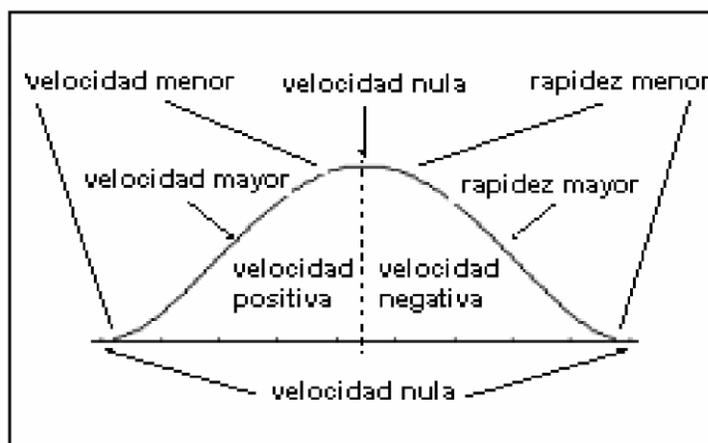
Reconociendo a las prácticas escolares como fuente de reconstrucción de significados (fig. 5). En particular la variación de un fenómeno y la representación gráfica. ¿Cómo puede articularse esta epistemología de prácticas con lo que sucede en los sistemas didácticos? Arrieta (2003) menciona que ante toda la didáctica es intervención. Dicha intervención debe ser guiada por la reproducción de las prácticas socialmente validadas histórica y culturalmente.

Para el diseño de la secuencia se definió una intencionalidad, establecer un contexto donde (el movimiento de un automóvil en línea recta), en el ejercicio de las prácticas mencionadas, emerjan las herramientas, procedimientos y nociones matemáticas.

Figura 5.

Descripción cualitativa de la velocidad. Ciclo situación-modelación-simulación

ILUSTRACIÓN 5. DESCRIPCIÓN CUALITATIVA DE LA VELOCIDAD.



Nota. Fuente: Suarez, L. y Cordero, F. (2008). Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico. REIEC, 3(1) p.55.

En la construcción de gráficas virtuales como práctica social, en el sentido de actividad con la intención de comprender y transformar la naturaleza, la consideramos fuente que desarrolla procesos de matematización, donde los estudiantes construyen argumentos, significados, herramientas y nociones relacionados con las matemáticas en la intervención con los fenómenos de la naturaleza. Identificamos algunas actividades involucradas, dentro de lo que llamamos prácticas sociales de modelación, que son el foco de nuestra atención, a saber:

- Emplear herramientas específicas (las gráficas y/o las tablas numéricas) y formas particulares para describir los hechos (lo lineal, lo cuadrático, etc.), construyendo versiones de éstos.
- Construir argumentos a través de conjeturas y confirmaciones, basadas en la inducción como práctica.
- Argumentar y validar versiones utilizando una coordinación de múltiples herramientas.
- Desarrollar formas de predicción.
- Elaborar descripciones y explicaciones de nuevas experiencias utilizando conocimientos que tienen, derivados de otros contextos y frente a otras experiencias.

La situación didáctica implementada tiene como objetivo principal indagar sobre la lectura de las gráficas preestablecidas con tecnología y la forma de cómo los estudiantes expresan el ciclo situación-modelación-simulación, en tres diferentes momentos.

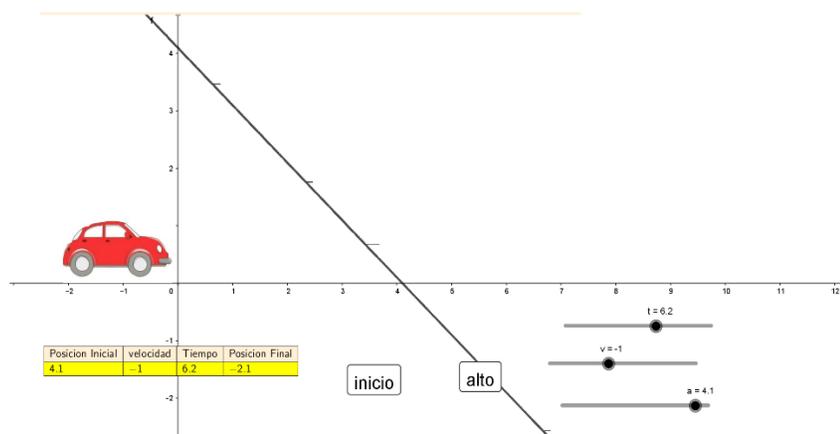
4.8 Secuencia Didáctica

Ingreso a la plataforma de *Geogebra.com*

Link. <https://www.geogebra.org/m/xz2vp9az>

Observa la pantalla, de lado derecho se encuentra el contabilizador de tiempo (dominio de la función) y la posición del automóvil (imagen de la función), en la parte central el graficador del movimiento del automóvil en base a los datos agregados. En la parte derecha las variables Velocidad (gráfica roja), Aceleración (gráfica verde) y variación de la aceleración (gráfica azul). En la parte de abajo puedes ver el desplazamiento del automóvil en la línea recta, sobre la pista de 50 metros.

ILUSTRACIÓN 6. MODELO DE SIMULACIÓN GEOGEBRA.



Situación. *Un automóvil se mueve en línea recta, Velocidad, Aceleración y Variación de la aceleración (variables), en relación al tiempo en segundos, con forme pasa el tiempo, el móvil cambia su posición en cada instante bosqueja la gráfica tiempo-posición de dicho fenómeno, en relación al cambio de valores.*

Momento I. Actividad 1. Coloca los valores en las variables

Velocidad	0	Escribe con tus palabras qué sucede con el automóvil:
Aceleración	0	
Var. de la Aceleración	0	
Posición inicial	10	
¿Qué tipo de gráfica se forma?		

MOMENTO I

Actividad 2. Coloca los valores en las variables

Velocidad	10	Escribe con tus palabras qué sucede con el automóvil:
Aceleración	0	
Var. de la Aceleración	0	
Posición inicial	0	
¿Qué tipo de gráfica se forma?		

MOMENTO I

Actividad 3. Coloca los valores en las variables

Velocidad	-10	Escribe con tus palabras qué sucede con el automóvil:
Aceleración	0	
Var. de la Aceleración	0	
Posición inicial	100	
¿Qué tipo de gráfica se forma?		

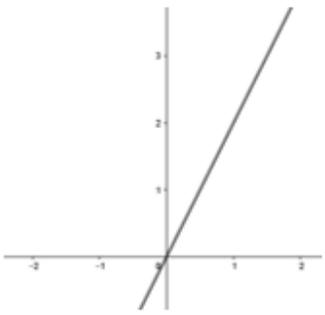
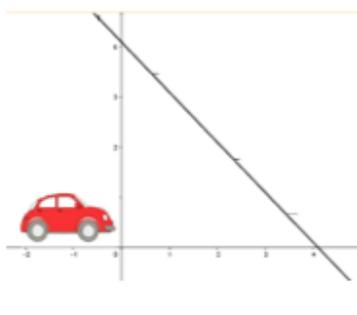
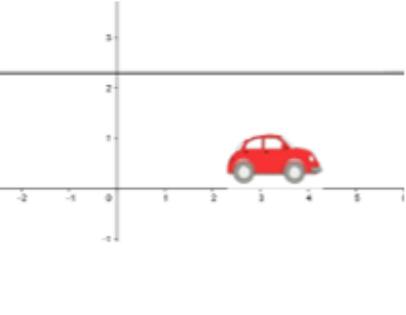
MOMENTO I

Actividad 4. Coloca los valores en las variables

Velocidad	-20	Escribe con tus palabras que sucede con el automóvil:
Aceleración	10	
Var. de la Aceleración	5	
Posición inicial	50	
¿Qué tipo de gráfica se forma?		
¿Qué tipo de gráfica forma la línea roja? (Velocidad).		
¿Qué tipo de gráfica forma la línea verde? (Aceleración).		
¿Qué tipo de gráfica se forma la línea Azul? (Var. de la aceleración).		

MOMENTO II

Actividad 1. ¿Cuál sería el bosquejo de la gráfica tiempo-posición de dicho fenómeno?

<p>A)</p> 	<p>B)</p> 	<p>C)</p> 
<p>Con tus palabras explica ¿Qué tipo de movimiento representa la gráfica A?</p>		
<p>¿Qué tipo de movimiento representa la gráfica B?</p>		
<p>¿Qué tipo de movimiento representa la gráfica C?</p>		

Momento III

Actividad 1. Elije al azar valores para las variables: Velocidad, Aceleración, Var. de la Aceleración y posición.

Velocidad		<p>Escribe con tus palabras que sucede con el automóvil:</p>
Aceleración		
Var. de la Aceleración		
Posición inicial		
<p>¿Qué tipo de gráfica se forma?</p>		

Momento III

Actividad 2. Haz una captura de la imagen y pégala en este espacio.

Imagen

Describe con tus palabras que sucedió con el movimiento del automóvil:

4.9 Análisis a priori

Esta es la segunda fase de la ingeniería didáctica, aquí se establece el análisis *a priori* y la implementación del proceso de experimentación. La intención es determinar cómo las elecciones realizadas pueden predecir el comportamiento del estudiante.

Al describir el movimiento del automóvil a través de la gráfica es posible que identifiquen al dibujo como primera instancia y no como la representación de la relación tiempo-distancia. La interacción con el simulador de movimiento establecido en la plataforma interactiva *Geogebra.org*, puede ser que cambie su concepción.

Se espera que la descripción que se haga de la gráfica, dependa totalmente del movimiento del automóvil en la línea recta. Cada alumno reflejará sus comentarios en relación a los datos establecidos en las variables de Velocidad, Aceleración, Var. de Aceleración y posición inicial.

VARIABLES que surgen del sustento teórico, en el diseño de una situación didáctica implementada con el soporte del software *Geogebra.org*, como herramienta auxiliar en la fase de institucionalización. También realizamos una predicción del proceder de los estudiantes ante la actividad didáctica propuesta.

Puesta en escena

La estructura de la situación didáctica propuesta de este trabajo se basa en una situación- *situación-modelación-simulación*, (Suarez, 2008). Rediseño y adaptación del autor en su práctica docente en el COBACH 145 Tuxtla Sur.

Partiendo de las primeras formas de comunicación, el lenguaje natural. Este instrumento busca entre los participantes recabar información del gráfico producto de la modelación del movimiento de un automóvil sobre una pista en línea recta.

En el Momento I de la Secuencia didáctica (SD) se espera...

Asignación de una relación entre la distancia recorrida y la ordenada y forma de la gráfica.

Uso de conocimientos del movimiento sin velocidad, lectura y expresión de la posición del objeto relación tiempo y distancia en la gráfica.

Se asigna una relación entre la variación de la distancia y el movimiento a una velocidad constante positiva describe la forma de la gráfica.

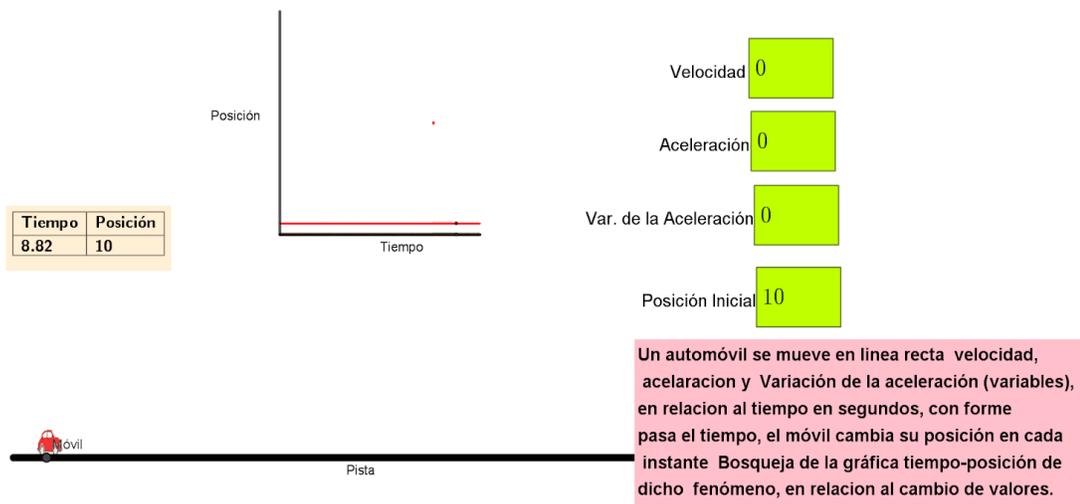
Se asigna una relación entre la variación de la distancia y el movimiento a una velocidad constante negativa describe la forma de la gráfica.

Asociación de la variación de las gráficas que se describen al movimiento, con velocidad y aceleración constante en una posición inicial, además establece la forma de la gráfica.

Fig. 6.

ILUSTRACIÓN 7. REPRESENTACIÓN SIMULADOR GEOGEBRA

Gráfica prediseñada para el simulador de movimiento de un automóvil virtual en Geogebra.org



click de inicio continuar o parar

toca la pantalla y (ctrl + f) para borrar

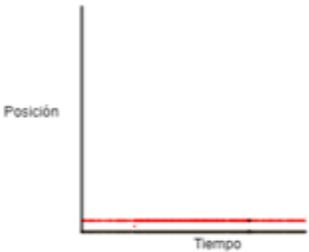
Nota. Fuente: El autor

Al efecto de simulación existen diversidad de argumentos al describir el movimiento del automóvil, que está representado en la presentación del gráfico en primer plano. Pueden percibirse características comunes que finalmente forman la característica de la gráfica.

La puesta en escena con tecnología aplicada a la construcción de conocimiento en matemático, con esta situación didáctica se espera que los estudiantes se apropien de la relevante de la simulación, para luego describir la gráfica en relación a la situación-modelación-simulación del auto

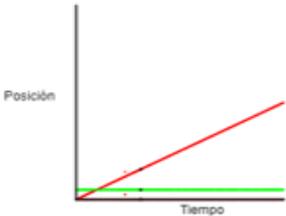
en movimiento. Es decir, se espera que interactúen y expresen en lenguaje común la descripción de un fenómeno en modelación.

TABLA 2. DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO EN MODELACIÓN (MI).

Imagen	Caracterización	Textos y ejemplos  (Ctrl) ▾
<p>Gráfica 1.</p> 	<p>El automóvil permanece quieto</p>	<p>Estudiante 1 se queda estático</p> <p><i>Estudiante 2</i> No cambia de posición y se queda estático</p> <p><i>Estudiante 3</i> El automóvil no se mueve, siempre se mantiene en su posición inicial</p> <p><i>Estudiante 4</i> No tiene ni una velocidad de movimiento por el cual queda estático en su posición inicial</p>
<p>Identifican las variables tiempo y distancia, y establecen la posición del objeto al transcurrir el tiempo.</p>		

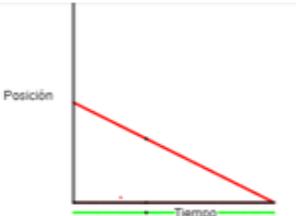
Nota. Fuente: Autor. Evidencia de la puesta en escena.

TABLA 3. DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO EN MODELACIÓN (MI).

<p>Gráfica 2.</p> 	<p>El automóvil se mueve hacia adelante a una velocidad constante</p>	<p>Estudiante 1 se mueve en línea recta hacia adelante</p> <p>Estudiante 2 El auto avanza en línea recta.</p> <p>Estudiante 3 Avanza en línea recta.</p> <p>Estudiante 4 el automóvil desde ahí empieza su recorrido de forma recta con una velocidad con valor de 1, sin aceleración y sin variación de la aceleración</p>
<p>Identifican las variables tiempo y distancia, y establecen la variación en el movimiento del objeto al transcurrir el tiempo.</p>		

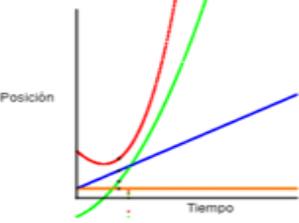
Nota. Fuente: Autor. Evidencia de la puesta en escena.

TABLA 4. DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO DE MODELACIÓN (MI).

<p>Gráfica 3.</p> 	<p>El automóvil se mueve hacia atrás a una velocidad constante</p>	<p>Estudiante 1 el automóvil se mueve hacia atrás</p> <p>Estudiante 2 El auto se mueve hacia atrás</p> <p>Estudiante 3 El auto retrocede, ya que su velocidad está en -10.</p> <p>Estudiante 4 Este automóvil va en retroceso y avanza con una aceleración de 0 y una var. de la aceleración de 0 y en dirección hacia atrás.</p>
<p>Identifican las variables tiempo y distancia, y establecen la variación del movimiento del objeto de forma negativa al transcurrir el tiempo.</p>		

Nota. Fuente: Autor. Evidencia de la puesta en escena.

TABLA 5. DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO DE MODELACIÓN (MI).

<p>Gráfica 4.</p> 	<p>El automóvil se mueve primero hacia atrás llega a un punto y cambia su dirección hacia adelante cada vez más rápido hasta que se pierde</p>	<p>Estudiante 1 el automóvil toma impulso hacia atrás y acelera velozmente hacia adelante saliendo de la pista.</p> <p>Estudiante 2 como esta en negativo va hacia atrás.</p> <p>Estudiante 3 Retrocede un poco y después avanza rápidamente e infinitivamente hacia adelante.</p> <p>Estudiante 4 Automóvil parece que retrocediera un poco pero el impulso lo lleva hacia adelante de una forma muy rápida</p>
<p>Identifican las variables tiempo y distancia, y establecen la variación del movimiento del objeto de forma negativa y positiva, e identifica el cambio de variación.</p>		

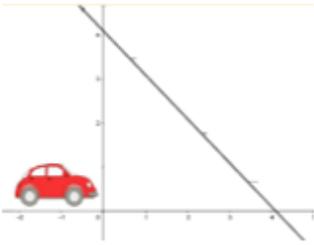
Nota. Fuente: Autor. Evidencia de la puesta en escena.

TABLA 6. DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO EN MODELACIÓN (MII).

<p>Gráfica 5.</p> 	<p>Representa un móvil que se mueve hacia adelante a una velocidad constante empieza del origen.</p>	<p>Estudiante 1 Ascendente</p> <p>Estudiante 2 Es una línea recta en diagonal de forma ascendente</p> <p>Estudiante 3 Movimiento creciente</p> <p>Estudiante 4 automóvil que se mueve a una velocidad Constante parte de un movimiento rectilíneo uniforme</p>
<p>Describe la gráfica sin modelación después de interactuar, identifica el movimiento rectilíneo uniforme.</p>		

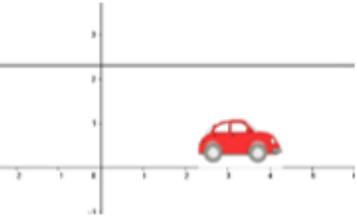
Nota. Fuente: Autor. Evidencia de la puesta en escena.

TABLA 7. DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO EN MODELACIÓN (MII).

<p>Gráfica 6.</p> 	<p>Representa un móvil que se mueve hacia atrás a una velocidad constante empieza a una distancia positiva.</p>	<p><i>Estudiante 1</i> movimiento descendente en diagonal</p> <p><i>Estudiante 2</i> Es una recta en diagonal de forma descendente.</p> <p><i>Estudiante 3</i> Movimiento lineal.</p> <p><i>Estudiante 4</i> Mueve a una velocidad constante, pero de manera negativa</p>
<p>Se perciben evidencias que los estudiantes identifican sin modelar al movimiento la forma negativa de la variación.</p>		

Nota. Fuente: Autor. Evidencia de la puesta en escena.

TABLA 8. DESCRIPCIÓN DEL FENÓMENO EN MODELACIÓN (MII).

<p>Gráfica 7.</p> 	<p>El automóvil permanece quieto</p>	<p><i>Estudiante 1</i> movimiento horizontal en línea recta</p> <p><i>Estudiante 2</i> Es una línea recta de forma horizontal.</p> <p><i>Estudiante 3</i> Movimiento recto lineal.</p> <p><i>Estudiante 4</i> Movimiento lineal recto y la velocidad del objeto permanece en Línea recta constante en la dirección positiva</p>
<p>Se percibe el conocimiento de la recta paralela en una gráfica que describe a un movimiento constante.</p>		

Nota. Fuente: Autor. Evidencia de la puesta en escena.

Del análisis de las evidencias presentadas por los estudiantes en la sección anterior, se presenta una explicación del análisis *a posteriori* para luego discernir algunas evidencias del trabajo realizado en modelación graficación con estudiantes de nivel bachillerato.

Con el análisis de la sección anterior tenemos evidencias del desarrollo del uso de las gráficas a continuación hacemos una explicación de los tipos de debate discutidos en la epistemología de la modelación – graficación a partir de las evidencias leídas en el trabajo de los estudiantes.

4.10. Análisis a posteriori

Esta es la tercera fase de la Ingeniería didáctica: el análisis *a posteriori* y *experimentación*: momento en que tiene lugar la acción didáctica y se recogen los datos para su posterior observación.

Para la aplicación de la situación didáctica establecida en el análisis *a priori* se realizó en tres sesiones, clase de 50 minutos en el laboratorio de informática del plantel COBACH 145 Tuxtla Sur. Participaron 35 estudiantes de ambos sexos, con edades comprendidas entre 15 y 17 años, que cursan el cuarto semestre del bachillerato. En la etapa de institucionalización se utilizó como recurso metodológico la plataforma virtual *Geogebra.org*. Para el análisis y descripción del desarrollo de la situación didáctica, fue el docente de la clase de matemáticas quien dio las instrucciones y para el registro se realizaron tomas fotográficas y capturas de pantalla, así como el registro textual de cada uno de los estudiantes.

Los estudiantes participantes cursan el cuarto semestre de bachillerato. En la descripción de esta etapa, utilizamos los términos Estudiante 1 a 4 para referirnos a los estudiantes por razones éticas, con el fin de preservar la identidad de los mismos.

Antes de comenzar a resolver la situación didáctica propiamente dicha, se realizaron algunos trámites, tales como:

- a. Registro de participantes en la plataforma de *Google Classroom*.
- b. Brindar a los estudiantes, el link de acceso a la plataforma virtual de *Geogebra.org*.
- c. Los estudiantes realizaron su actividad virtual y se estableció el contrato didáctico.

4.11. Análisis de Resultados

Por otra parte, al realizar el análisis de la reconstrucción de significados, después de la práctica de modelar y graficar la situación de Movimiento, se espera encontrar la construcción de argumentos relacionados con el funcionamiento del uso de las gráficas en la modelación, esperando que los estudiantes realizarán una reorganización de sus conocimientos y establecer una nueva forma de lenguaje de las gráficas en la realización de estas tareas en lo cual se espera, que los estudiantes presenten evidencias significativas en sus explicaciones. Esto se da cuenta en la comparación entre argumentos comparativos del antes y después de la modelación virtual.

TABLA 9. COMPARACIÓN DE ARGUMENTOS.

Estudiante	Primera Clasificación	Segunda Clasificación	Observaciones
<i>Estudiante 1</i>	Representa un móvil que se mueve hacia delante a una velocidad constante empieza del origen	movimiento descendente en diagonal	Presenta argumentos que le dan sustento a lo que visualiza del movimiento del automóvil, no refleja este conocimiento en la lectura de la gráfica.

<i>Estudiante</i> 2	Utilizaron sólo explicaciones de líneas rectas para identificar el movimiento, sin embargo en una parte de la gráfica existen trazos curvos que no lo señalan	La gráfica representa a la velocidad muestra claramente los cambios: es positiva cuando va de ida, es igual a cero cuando se detiene, y es negativa cuando emprende el regreso	Describe al movimiento perfectamente y lo refleja en la explicación de las gráficas.
<i>Estudiante</i> 3	La gráfica de la velocidad muestra claramente los cambios: es positiva cuando va de ida, es igual a cero cuando se detiene, y es negativa cuando emprende el regreso al salón de clases	Al contrastar las gráficas por la variación de la velocidad, se observa planteamientos como inmóvil, camina hacia adelante, regresa.	Aún tiene la concepción de valores, que los escribe como explicación en el fenómeno, no describe al movimiento, ni la gráfica.
<i>Estudiante</i> 4	Al analizar dos órdenes de variación, describe el movimiento no el cambio de velocidad	En el caso del movimiento describe la variación del mismo, pero no explica que cambió.	De la interacción con el simulador reconoce al movimiento y lo refleja en su descripción de la gráfica.

Nota. Fuente: Autor. Evidencia de la puesta en escena. Para este análisis de resultados se utilizó solo el 15% de la población que realizó la actividad.

4.12. Discusión

En esta sección se explica lo que significan los resultados y se demuestran las relaciones existentes de los hechos observados en la experimentación.

La hipótesis de investigación se refiere al lenguaje gráfico, principio constructor del pensamiento variacional en los estudiantes de bachillerato. En la situación didáctica diseñada la gráfica es el argumento que actúa como detonante para reconstruir significados acerca de lo variacional de un fenómeno, como lo es el movimiento de un automóvil en línea recta. Entonces a través de la secuencia que integra la situación puede verse dicho argumento, en la **Tabla 9** da cuenta de ello.

La experimentación se realizó en torno a una metodología basada en la Matemática Educativa. Los resultados expuestos son satisfactorios durante los tres momentos en los que se llevó a cabo; si bien es cierto que las dificultades también han aparecido, ya que las prácticas tradicionales en los alumnos son difíciles de erradicar, sobre todo en actividades de carácter experimental. Un cambio de actividad para trabajar un conocimiento en matemáticas entre alumnado y profesorado durante tres sesiones de 50 minutos. El objetivo de esta forma de trabajo con tecnología era romper la dinámica habitual de los estudiantes en apropiación de un concepto matemático.

En cuanto al diseño e implementación de la secuencia didáctica presentada cabría señalar que su minuciosa planificación, junto con la elaboración del material virtual prediseñado en la plataforma de *Geogebra.org*, área de trabajo del alumnado, guiado en todo momento por el profesor, (autor de la tesis), puesta en marcha en el laboratorio de informática de la institución con independencia a la actividad académica,

donde los resultados fueran expresiones libres sin la presión de un trabajo escolar común, la importancia fue recabar información que formase parte importante de la investigación.

La propuesta vinculada a construir procesos de transformación en las prácticas de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, la Teoría de Situaciones Didácticas se apega a este proceso de investigación desarrollado, permite codificar, decodificar, traducir, interpretar y formular, los cuales se desarrollan a través de los objetivos de las tareas matemáticas.

El contexto de la escuela donde se desarrolló la investigación, tiene muchas dificultades, un plan de estudio con un nuevo enfoque y la plantilla docente con una formación metodológica conductista esto impide cambiar e implementar otras formas en el proceso enseñanza aprendizaje.

Otra de las limitaciones presentadas es lo referente a los estudiantes, las debilidades en el manejo del concepto matemático variación y la expresión del lenguaje escrito básico para la obtención de resultados significativos en la investigación. Lo importante de esta propuesta reside en la importancia de la Teoría de Situaciones que brinda la oportunidad del trabajo en el aula reorientar las prácticas escolares y tener más presencia con los estudiantes.

En resumen, es interesante la confrontación que hacen los estudiantes sobre la forma de la gráfica que representa una función de un móvil en movimiento, es un argumento significativo que se moviliza dentro de la actividad de variación en un fenómeno. La confrontación entre las clasificaciones antes y después de aplicar la situación didáctica, plantea un escenario para la discusión del concepto de variación uno en el que se encuentra con argumentos y herramientas extraídas de actividades intencionales que brindan contexto al conocimiento matemático.

El carácter argumentativo en la reconstrucción de significados también se refleja en el caso de las funciones: constante, lineal y cuadrática. La situación presentada puede dar evidencia de cómo en ambientes tecnológicos, las gráficas permiten la dinamización generando conceptos argumentativos en los estudiantes por considerar como ejemplo el caso del movimiento rectilíneo uniforme, o el movimiento acelerado, para investigaciones futuras.

Evidencia
 Respuesta Momento III
 Estudiante 1

EL AUTO SALE RAPIDAMENTE, AVANZANDO HACIA ADELANTE.

Posición

Velocidad: 5

Aceleración: 20

Var. de la Aceleración: 10

Posición Inicial: 0

Tiempo	Posición
0.91	15.34

Posición

Var. de la Aceleración

Posición Inicial

Tiempo

Posición

Tiempo

Pista

Evidencia
 Respuesta Momento III
 Estudiante 3

Simulador movimiento

Autor: Juan Carlos Lencina Gómez

Posición

Velocidad: 15

Aceleración: 3

Var. de la Aceleración: 5

Posición Inicial: 8

Tiempo	Posición
2.18	65.1

Posición

Var. de la Aceleración

Posición Inicial

Tiempo

Posición

Tiempo

Pista

Evidencia
 Respuesta Momento III
 Estudiante 3

Posición

Velocidad: 30

Aceleración: 5

Var. de la Aceleración: 8

Posición Inicial: 25

Tiempo	Posición
2.48	155.45

Posición

Var. de la Aceleración

Posición Inicial

Tiempo

Posición

Tiempo

Pista

Un automóvil se mueve en línea recta: velocidad, aceleración y Variación de la aceleración (variables), en relación al tiempo en segundos, con forma pasa al de el móvil cambia su posición en cada instante. Base de la gráfica tiempo-posición de dicho fenómeno, en relación al cambio de valores.

Evidencia
 Respuesta Momento III
 Estudiante 4

Posición

Velocidad: 7

Aceleración: 7

Var. de la Aceleración: 3

Posición Inicial: 20

Tiempo	Posición
1.97	1428.72

Posición

Var. de la Aceleración

Posición Inicial

Tiempo

Posición

Tiempo

Pista

Un automóvil se mueve en línea recta: velocidad, aceleración y Variación de la aceleración (variables), en relación al tiempo en segundos, con forma pasa al de el móvil cambia su posición en cada instante. Base de la gráfica tiempo-posición de dicho fenómeno, en relación al cambio de valores.

Evidencia

Escenario de aplicación



Evidencia

Escenario de aplicación



"Somos lo que hacemos repetidamente.
La excelencia, entonces, no es un acto,
sino un hábito."

Aristóteles.

A manera de conclusión

Uno de los problemas que se enfrentan los estudiantes de nivel bachillerato, son los sistemas de enseñanza tradicional que proviene de una generación que aprendió con esos estilos. En el caso de las gráficas, evolucionaron de un mero objeto encontrado en la enseñanza tradicional a un medio mediante el cual los estudiantes generan explicaciones de su mundo real, y la tecnología juega un papel predominante en este proceso. El objetivo de principio fue analizar el lenguaje de los estudiantes de matemáticas en una situación de graficación- modelación, implementada bajo el diseño de actividades como una práctica social. Los conceptos matemáticos identificados son la variación como producto de la modelización y la implementación de actividades con el uso de tecnología de la información. El modelo experimentado en la investigación es cualitativo, analizando la información bajo el esquema de la ingeniería didáctica donde los estudiantes manifestaron sus conocimientos *a priori* y sus postulados *a posteriori*. La importancia del trabajo fue que los estudiantes identificaron conceptos matemáticos enfatizados en el paso de la observación del movimiento de un automóvil virtual al mundo matemático. La actividad matemática desarrollada se adopta como un modelo donde la formalidad de los algoritmos quedan fuera y se potencializa la tecnología, más acorde con la vida que desarrollan a esta edad estudiantes de bachillerato.

Por la experiencia en la docencia en el área de matemáticas durante veinticinco años y los resultados de la investigación, se concluye que, simplificar la enseñanza aprendizaje de las matemáticas con el apoyo de las tecnológicas, armoniza la comprensión de objetos matemáticos.

Con esta investigación se espera aportar evidencias que contribuyan a futuras investigaciones en el concepto de lo variacional en funciones, específicamente en estudio de la gráfica, como lenguaje de lo variacional. Finalmente vale la pena aclarar que, desde nuestras investigaciones, el diseño de actividades escolares con tecnología (celulares, computadoras, internet,

redes sociales y software libre) es un medio para enseñar o aprender matemáticas, sobre todo, más práctica y adecuada a los tiempos actuales. En la construcción del conocimiento matemático, es importante reconocer, que en el salón de clase no solo se trata de memorizar fórmulas o algoritmos matemáticos, más bien se debe considerar la comprensión de los conceptos matemáticos, su aplicación a contextos reales y sobre todo generar en los estudiantes la reflexión sobre el conocimiento, su relación con la sociedad y la cultura en que se desenvuelven.

“Las matemáticas son el alfabeto con el que Dios ha escrito el universo.”

Galileo Galilei.

Referencias

- Alanís R., J.A. (1996). La predicción: Un hilo conductor para el rediseño del discurso escolar del cálculo. [Tesis doctoral Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México].
- Arrieta, J. (2003). La modelación como proceso de matematización en el aula [Tesis doctoral no publicada. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, México].
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Grupo editorial Iberoamérica, Bogotá, Col.
- Brousseau, Guy. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. https://www.udesantiagovirtual.cl/moodle2/pluginfile.php?file=%2F204043%2Fmod_resource%2Fcontent%2F2%2F287885313-Guy-Brousseau-Iniciacion-al-estudio-de-la-teoria-de-las-situaciones-didacticas-pdf
- Calderón, I. y León, O. (2005). La ingeniería didáctica como metodología de investigación del discurso en el aula. [Este artículo tiene como base el modelo de investigación empleado en las tesis doctorales de las autoras, tituladas respectivamente Dimensión comunicativa y cognitiva de la argumentación en matemáticas y Experiencia figural y procesos semánticos para la argumentación en geometría]. Universidad del Valle. (3), pp. 71-104.
- Camacho Ríos, A., (2006). Socioepistemología y prácticas sociales. *Educación Matemática*, 18(1), 133-160. <http://funes.uniandes.edu.co/13112/1/Camacho2005Socioepistemologia.pdf>
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2000). Matemática Educativa: una visión de su evolución. *Revista Educación y Pedagogía (2000) 15 (35): 203-214.*
- Cantoral, R. (2001). Matemática Educativa. *Un estudio de la formación social de la analiticidad*. Grupo Editorial Iberoamérica, México.
- Cantoral, R. y Montiel, G. (2001). *Funciones: Visualización y Pensamiento Matemático*. Prentice Hall & Pearson Educación, México.
- Cantoral, R., y Montiel, G. (2001). Desarrollo del pensamiento matemático: el caso de la visualización de funciones. *Actas de la 15 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*.
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 171-194. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200002&lng=es&tlng=es.
- Chavira, H. y Buendía, G. (2011). La resignificación de las derivadas en un contexto gráfico a través de un estudio socioepistemológico de la naturaleza de las funciones. Memoria de la XIV *Escuela de Invierno en Matemática Educativa (2011), 105-110.*
- Cordero Osorio, F., Cen Che, C., y Suárez Téllez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*. (13),187-214.

- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar: Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(1), 07-38. Recuperado en 19 de diciembre de 2023, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362007000100002&lng=es&tlng=es.
- Díaz-Barriga, Á. (2013). TIC en el trabajo del aula: Impacto en la planeación didáctica. *Revista iberoamericana de educación superior*, 4(10), 3-21. <https://www.scielo.org.mx/pdf/ries/v4n10/v4n10a1.pdf>
- Equihua, L. (2017). *Memorizar, pensar o activar la inteligencia*. Desafíos de los maestros y de la educación en México. Vol. 18, Núm. 5, mayo-junio 2017 *Revista Digital Universitaria*. <https://www.revista.unam.mx/vol.18/num5/art38/index.html>
- Farfán, R. (2013). *Lenguaje gráfico de funciones. Elementos de precálculo*. Secretaría de Educación Pública.
- González, N., Garcés, W. y Grimaldy, L. (2021). La visualización en la enseñanza de la matemática. su empleo mediante el uso del GeoGebra. *Revista Didascálica: D&E*, XII (4). <https://revistas.ult.edu.cu/index.php/didascalia/article/view/1206>
- Gracia, G. (2018). Potenciando Pensamiento Variacional y Uso de Sistemas Algebraicos con Geogebra. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia].
- Hohenwarter, M. (2002). *GeoGebra.org*. https://www.google.com/search?q=geogebra&rlz=1C1CHZL_esMX1063MX1064&oggs_lcrp=EgZjaHJvbWUqCQgAEEUYOxjCAzIJCAAQRRg7GMIDMgkIARBFgDsYwgMyCQgCEEUYOxjCAzIJCAMQRRg7GMIDMgkIBBBFGDsYwgMyCQgFEEUYOxjCAzIJCA YQRRg7GMIDMgkIBxBFgDsYwgPSAQkyMTEzajBqMTWoAgiwAgE&sourceid=chrome&ie=UTF-8. (Recuperado 25/03/2024).
- Hinojos, J., Peralta, J. y Alanís, J. (2015). Representación matemática del cambio uniforme en estudiantes del nivel medio superior. *Acta Latinoamericana de matemática educativa*, 28(2), 449-455. https://www.researchgate.net/publication/308178032_Representacion_matematica_del_cambio_uniforme_en_estudiantes_del_nivel_medio_superior
- Moreno, L. (2001). Instrumentos matemáticos computacionales. Incorporación de nuevas tecnologías en el currículo de matemáticas. Bogotá, Colombia: Serie memorias.
- Popayán, Y. y Castillo, V. (2017). Situación didáctica y enseñanza del pensamiento variacional. *Educere*, 21(70), 571-579
- Rojano, M. y Solares, A. (coord.) (2017). Estudio comparativo de la propuesta curricular de matemáticas en la educación obligatoria en México y otros países. México: INEE-CINVESTAV.
- Rosas, A. y Romo, A. (2012). *Metodología en la Matemática Educativa: Visiones y Reflexiones*. Editorial Lectorum, México.
- Ruiz, L. (2000). *Ingeniería didáctica. Construcción y análisis de situaciones de enseñanza- aprendizaje*. Material de apoyo, del curso: Construcción y análisis de situaciones de enseñanza-aprendizaje, impartido en RELME 14. Panamá.

- Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, 5, 13-66.
- Sánchez, M. E., (2001). Una construcción metodológica para compartir desde la investigación cualitativa. *Revista Educación*, 25(2), 67-85.
- SEP. (2019). Rediseño del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior 2019-2022. <https://direccionacademica.ceti.mx/docs/Publicaciones/MCC/Redise%C3%B1o%20del%20MCCEMS.pdf>
- Serrano, P. (2023, 12 de diciembre). *Educación en México*. <https://www.msn.com/es-mx/noticias/mexico/resultados-de-la-prueba-pisa-m%C3%A9xico-retrocede-casi-una-d%C3%A9cada-en-materias/ar-AA112qJr>
- Suárez, L. (2006). El uso de las gráficas en la modelación del cambio. Un estudio socioepistemológico de la modelación escolar en un ambiente tecnológico. [Memoria predoctoral no publicada]. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
- Suárez, L. y Cordero, F. (2008). Elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 3(1), 51-58. <https://reiec.unicen.edu.ar/reiec/article/view/336>
- Suárez, L. y Cordero F. (2010). Modelación – graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. *Revista Latinoamericana de matemática educativa*, 13(4-II), 319-333. https://www.researchgate.net/publication/270905483_Modelacion_-_Graficacion_una_categoria_para_la_matematica_escolar_Resultados_de_un_estudio_socioepistemologico
- Suárez, L., Ruiz, B., Torres, J., Gómez, A., Flores, C., Luna, V. (2016). *Modelación graficación para la matemática*. <http://funes.uniandes.edu.co/15402/1/Suarez2016Modelacion.pdf>
- Villa-Ochoa, J. y Ruiz, M. (2010). *Pensamiento variacional: seres-humanos-con-GeoGebra en la visualización de noción variacional*. <http://funes.uniandes.edu.co/1545/1/3750.pdf>