UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS

Facultad de Ingeniería
Campus I
Coordinación de Investigación y Posgrado

"Análisis de los conocimientos y de las actitudes de los docentes en formación acerca de la enseñanza del Teorema de Pitágoras."

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
Maestro en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa

PRESENTA:
JORGE SEBASTIAN DOMÍNGUEZ TORRES PS1900

DIRECTOR DE TESIS
MTRO. PIERRE FRANCOIS BENOIT POIRIER

TUXTLA GUTIÉRREZ, CHIAPAS; MAYO 2023.

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas
23 de mayo del 2023
Oficio No. F.I.01.724/2023

C. JORGE SEBASTIÁN DOMÍNGUEZ TORRES
ALUMNO DE LA MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICA EDUCATIVA
PRESENTE.

Con base en el Reglamento de Evaluación Profesional para los egresados de la Universidad Autónoma de Chiapas, y habiéndose cumplido con las disposiciones en cuanto a la aprobación por parte de los integrantes del jurado en el contenido de su Tesis Titulada:

"ANÁLISIS DE LOS CONOCIMIENTOS Y DE LAS ACTITUDES DE LOS DOCENTES EN FORMACIÓN ACERCA DE LA ENSEÑANZA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS".

CERTIFICO el **VOTO APROBATORIO** emitido por este jurado, y autorizo la impresión de dicho trabajo para que sea sustentado en su Examen Profesional para obtener el grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa.

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"POR LA CONCIENCIA DE LA NECESIDAD DE SERVIR"

DR. OMAR ANTONIO DE LA CRUZ COURTOIS
ENCARGADO DE DIRECCIÓN

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE CHIAPAS
DIRECCIÓN DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

Ccp. Dr. Humberto Miguel Sansebastián García. Coordinador de Investigación y Posgrado. Facultad de Ingeniería, Campus I. UNACH.
Archivo/minutario
OACC/HMSG/tcpg*

Código: FO-113-09-05
Revisión: 0

CARTA DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DE LA TESIS DE TÍTULO Y/O GRADO.

El (la) suscrito (a) Jorge Sebastian Dominguez Torres, Autor (a) de la tesis bajo el título de "Análisis de los conocimientos y de las actitudes de los docentes en formación acerca de la enseñanza del Teorema de Pitágoras" presentada y aprobada en el año 2023 como requisito para obtener el título o grado de Maestro en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa, autorizo a la Dirección del Sistema de Bibliotecas Universidad Autónoma de Chiapas (SIBI-UNACH), a que realice la difusión de la creación intelectual mencionada, con fines académicos para que contribuya a la divulgación del conocimiento científico, tecnológico y de innovación que se produce en la Universidad, mediante la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Consulta del trabajo de título o de grado a través de la Biblioteca Digital de Tesis (BIDITE) del Sistema de Bibliotecas de la Universidad Autónoma de Chiapas (SIBI-UNACH) que incluye tesis de pregrado de todos los programas educativos de la Universidad, así como de los posgrados no registrados ni reconocidos en el Programa Nacional de Posgrados de Calidad del CONACYT.

- En el caso de tratarse de tesis de maestría y/o doctorado de programas educativos que sí se encuentren registrados y reconocidos en el Programa Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC) del Consejo Nacional del Ciencia y Tecnología (CONACYT), podrán consultarse en el Repositorio Institucional de la Universidad Autónoma de Chiapas (RIUNACH).

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas; a los 24 días del mes de Mayo del año 2023.

Jorge Sebastian Dominguez Torres
Nombre y firma del Tesista o Tesistas

INDICE

AGRADECIMIENTOS

A Dios:

Por darme la oportunidad de concluir una meta más en mi vida, apoyarme en los momentos de soledad y frustración, porque se que sin el no habría podido llegar hasta este punto, quien fue el que abrió la puerta de oportunidad de cursar este posgrado y la mantuvo abierta hasta el día de mi titulación, todo se lo debo a él.

A mi Madre:

Quien estuvo cerca de mi en la insistencia de superarme, poniendo énfasis que el posgrado sería para aprender a servir mejor en mi servicio docente, enfatizando todo el tiempo que el saber mas es cuando uno reconoce que le falta mucho por aprender, sus experiencias y vivencias me alentaron a llevar este nuevo logro a casa.

A mi Padre:

Quien fue mi primer estándar del perfil docente, a mi temprana edad viéndolo pasar horas en la noche revisando trabajos de sus estudiantes, sabiendo que esa actividad larga en la noche no estaba dentro de su jornada laboral y aun así, por amor a la educación me alentó a ser docente, sobre todo de matemáticas.

INTRODUCCIÓN

La matemática más primitiva es el conteo, de la noche a la mañana al ser humano no se le fueron revelados los números que conocemos actualmente, incluso ni los símbolos más primitivos como los babilónicos, la forma de conteo más primitiva que se formó fue el de agrupar y repartir; el hombre empezó a relacionar ciertas cosas que tenía con otras, por ejemplo, los pastores de ovejas relacionaban a su rebaño con el mismo número de marcas en una cuña.

Para el caso de las demás especies no logran concebir el numeral o el conteo, ellas quedan en la concepción de mucho o poco, por ejemplo, si una loba da a luz concibe el tener cachorros, ella no contará cuántos hay, en el supuesto caso que uno de ellos se aleje de su vista no se pondrá a contar los existentes y mucho menos tendrá la noción de la falta de uno, simplemente sabrá que su manada no está completa.

Las demás especies como castores, hormigas, felinos, arácnidos y de más hacen matemáticas, utilizan el método científico, construyen tecnología, el famoso "ensayo y error" es un condicionamiento para ellos, ya sea aplicado por un tercero o la misma necesidad de supervivencia los condiciona para generar matemáticas.

Aquel ser vivo que sepa pensar en un matemático, y las matemáticas se diseñaron para solucionar problemáticas, los avances científicos y tecnológicos que se apoyan de la matemática científica son para solucionar problemas y mejoras de la vida, en otras palabras, la matemática ayuda a solucionar la problemática para evolucionar, ya sea de forma cognitiva, social, cultural o simplemente genética.

Formular el enunciado que la matemática no cambia, es la misma aquí y en Asia, en efecto, su aplicación, ley de los exponentes y un sinfín de situaciones, pero ¿realmente no cambia?

Al analizar la formación que proporcional la ENSCN (Escuela Normal Superior de Chiapas) hacia los futuros docentes es básica, en comparación con las actitudes y aptitudes que requiere la didáctica de la matemática, es necesario investigar y apoyar el conocimiento geométrico que poseen los docentes en formación, especialmente sobre el Teorema de Pitágoras.

Las posibilidades de la enseñanza de los docentes en formación son en función de la metodología de enseñanza que recibieron en su estancia estudiantil y es un reflejo de su formación docente, por ello puede entenderse que el Teorema de Pitágoras se ha mantenido en el saber escolar sin un rediseño del discurso escolar

La Escuela Normal Superior de Chiapas forma docentes por asignatura, siendo los más capacitados para impartir la asignatura. Analizando el currículum de dicha institución se aprecia que carece de los elementos geométricos para instruir de manera completa y compleja a los jóvenes docentes, este planteamiento sustenta la pobre competencia de las escuelas secundarias chiapanecas en los resultados PISA.

En el currículum escolar de la ENSCH no se ve la presencia del estudio del Teorema de Pitágoras, pero no quiere decir que los maestros que imparten asignaturas a los docentes no toquen el tema, se ve por momentos la historia y contenido de forma superficial, pero nada que enriquezca la didáctica de las matemáticas, dejando a los docentes en formación con el conocimiento escolar para enseñar.

Tras la evidencia del currículum y preparación de los docentes se puede pensar que enseñan dicho Teorema con el conocimiento escolar, la construcción del conocimiento no está basado en una socioepistemología y no utilizan el juego geométrico tanto en el diseño como resolución de consignas; a raíz de estos problemas y situaciones recaigo en varias preguntas de investigación, ¿Cuál es el conocimiento didáctico matemático que poseen los docentes en formación para el diseño de secuencias didácticas?, ¿Qué metodología de enseñanza emplean los docentes en formación en la asignatura de matemáticas?, ¿Qué tipo de actividades con el uso de juego geométrico logran diseñar los docentes en formación con relación al Teorema de Pitágoras?

La investigación que quedó abierta con relación a nuestra problemática es la tesis de María Dolores Torres Gonzales titulada "El teorema de Pitágoras en la formación inicial de profesores de Educación secundaria". La intención de su investigación es conocer las interpretaciones que tienen los docentes en formación al analizar situaciones resueltas por parte de alumnos; existen otras investigaciones acerca del Teorema situadas en objetivos epistemológicos o de conocimientos formales, pretendemos conocer la didáctica de la enseñanza acerca del Teorema, no las interpretaciones y conocimientos formales como lo hace Torres.

Derivado de la investigación de Torres y de la necesidad de enriquecer la didáctica de los docentes en formación, se pretende realizar un seguimiento con los alumnos de la ENSCH, cuya finalidad es dar respuesta a la pregunta de investigación, ¿Qué conocimientos y actitudes poseen los docentes en formación acerca de la enseñanza del Teorema de Pitágoras?

La socioepistemología es una de las teorías que apoyan esta investigación, como mencionamos anteriormente, la matemática es una construcción social que surge de diversas necesidades que orillaron a las civilizaciones a conjeturar pensamientos lógicos matemáticos.

Las matemáticas son maleables dependiendo del contexto del aprendizaje, la necesidad que la construye y la forma en que una persona construye ese conocimiento, al final de cuentas, la matemática singular mantiene la esencia del saber matemático.

Los docentes en formación construyeron conocimientos acerca del Teorema de Pitágoras por medio de la socialización, primeramente, esa socialización fue natural o bien más que social fue escolar y podrían caer en la replicación de la enseñanza de sus maestros.

La transposición didáctica plantea las transformaciones que sufre el saber sabio hacia un saber enseñado, esta transformación surge en, dada la redundancia, la transposición didáctica que ejecutan los docentes al llevar un conocimiento matemático al aula de clases, nuestra investigación se acrecenta cuando el docente ni siquiera ejecuta esa transposición, es decir, el docente replica un saber enseñado por otro saber enseñado.

La transposición didáctica es inevitable, puesto que la forma en que la comunidad Pitagórica conjeturaron al teorema no será la misma en que los estudiantes construyan este conocimiento, si bien el docente asemejará la construcción de este conocimiento al de las antiguas necesidades, de no ser así, el docente replicará a como se lo enseñaron en su vida estudiantil, en ese momento no existirá transposición didáctica, existirá tradicionalismo, que es lo que investigaremos

La Ingeniería Didáctica es una metodología de investigación que se distingue por los tiempos de su proceso experimental, conformada por cuatro fases:

1. Análisis preliminar
2. Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas
3. Experimentación
4. Análisis a posteriori y evaluación.

El análisis preliminar además de enfocarse en aspectos didácticos y de conocimientos previos que debería de poseer nuestro objeto de estudio, adentraremos la investigación epistemológica del Teorema de Pitágoras, las antiguas civilizaciones y las necesidades que las orillaron a conjeturar esté conocimientos

El análisis a priori nos apoyará para diseñar una serie de trabajos con los docentes en formación para adentrarnos en la investigación y lograr aterrizar con todas las herramientas de análisis, primeramente, nuestra intención es conocer cómo abordan el Teorema de Pitágoras en el aula y de esta forma sabremos sus actitudes y conocimientos que poseen

En la fase de experimentación, pondremos en evidencia las actitudes y conocimientos que poseen los docentes en formación, nuestra investigación es meramente descriptiva, no pretendemos realizar alguna secuencia para atender la problemática más bien dejar abierta la investigación para los futuros docentes en la actualización de modelos de enseñanza

Para la última fase, análisis a posteriori, analizaremos los resultados recolectados llegando a las conclusiones y evidencias de lo que poseen los docentes al llegar al aula, esperando que los docentes poseen todas las herramientas necesarias para rediseñar el discurso matemático.

Año con año, la comunidad de docentes matemáticos pretendemos rediseñar el discurso matemático y todo el tiempo la didáctica de la matemática escolar estará en constante rediseño, en el momento que detengamos ese rediseño, estaremos replicando la enseñanza, en otras palabras, habremos caído en un tradicionalismo.

CAPÍTULO I

CONTEXTUALIZACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

> Antiguamente se consideraba que la enseñanza de las matemáticas era un arte y, como tal, difícilmente susceptible de ser analizada, controlada y sometida a reglas. Se suponía que el aprendizaje de los alumnos dependía sólo del grado en que el profesor dominase dicho arte y, en cierto sentido, de la voluntad y la capacidad de los propios alumnos para dejarse moldear por el artista. (Chevallard, 1997, pág. 71)

Desde tiempos remotos se ha pensado que el enseñar, estudiar o comprender matemáticas es un don con el que uno nace o se desarrolla desde la infancia, y son selectas las personas que logran analizar de forma matemática diversos problemas cotidianos, algunas personas se sorprenden al conocer un maestro de matemáticas aún más si el grado que imparte es cada vez más superior.

En la actualidad aún se piensa que el enseñar matemáticas es un arte que pocos pueden dominar y comprender. Año con año profesores a nivel mundial se ven cada vez más involucrados no solo en el contenido si no en nuevas y diferentes formas de compartir el conocimiento que una vez adquirieron ellos, por ello se ha enjuiciado que el aprendizaje de los alumnos está en función del basto conocimiento y preparación del docente. La pregunta sería ¿Qué conocimiento matemático necesita el docente para enseñar? ¿Qué conocimiento pedagógico necesita el docente para enseñar?

Los actores que se ven involucrados en el aprendizaje de los alumnos son la sociedad (representada entre otros por los padres), los profesores y claramente el mismo alumno, pero durante toda la investigación me centraré en el papel del docente de matemáticas y el conocimiento que posee para enseñar dicha asignatura, centrando la investigación en el contexto mexicano, para ser más exacto, Chiapas.

La escuela, la enseñanza y los docentes han ido cambiando constantemente tras la experiencia de los años, la escuela al trabajar con diferentes generaciones, la enseñanza al enfrentarse con nuevos contextos modernos y los docentes trabajando con cientos de alumnos año con año ¿Cómo es la enseñanza de matemáticas que imparten los docentes de nuevo ingreso?

Los docentes que ingresan al servicio profesional docente en la asignatura de matemáticas son egresados de diferentes universidades, la única condición que establecen las convocatorios son el perfil afín a la asignatura, el campo de investigación que pretendo abordar es respondiendo las primeras preguntas de este capítulo ¿Qué conocimiento matemático y pedagógico posé un docente para enseñar?

En diversas instituciones los docentes recién egresados cuentan con conocimiento matemático, en otras con conocimiento pedagógico. El estado de Chiapas solo cuenta con una institución superior que egresa a docentes con el suficiente conocimiento matemático y pedagógico para la enseñanza matemática hacia el nivel secundaria, la cual es la Escuela Normal Superior de Chiapas (ENSCH).

La ENSCH egresa a docentes especialistas por asignatura para el nivel secundaria, así como para Telesecundaria. La mayoría de los docentes que ingresan al servicio profesional docente en los diferentes niveles educativos son normalistas y son quienes alcanzan las mejores puntuaciones en los exámenes de admisión del mismo examen, se entiende que son los más capacitados para la enseñanza de la matemática a nivel estatal. Por esta situación la pregunta hasta el momento sería ¿Cuál es el conocimiento didáctico matemático que poseen los docentes en formación para el diseño de secuencias didácticas?

1.1 PROBLEMÁTICA

Cada tres años México participa en la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE (PISA, por sus siglas en inglés) enfocándose en las áreas escolares de lectura, matemáticas y ciencias, dirigida a alumnos de tercer grado de secundaria.

Desde 2012 hasta 2018 los alumnos de tercer grado de secundaria se ubican en los niveles más bajos de matemáticas, aproximadamente 6 de cada 10 estudiantes se ubican en el nivel I (66%), aproximadamente 2 de cada 10 estudiantes se ubican en el nivel II (23%); 8% se ubica en el nivel III, y el 2.5% en el nivel IV.

Las entidades federativas de México que se encuentran por encima de la media nacional en la última evaluación PISA son Puebla, Nuevo León, Querétaro, Jalisco y Aguascalientes. Las entidades por debajo de la media nacional son Chiapas, Tabasco, Guerrero, Michoacán y Tamaulipas.

En Chiapas es el último lugar en matemáticas, la situación es alarmante. Siendo PISA un instrumento de evaluación a los docentes, ¿cuál es la metodología y didáctica de enseñanza que emplean los docentes? Las capacidades docentes se adquieren desde la experiencia y la formación especial hacia docentes.

La Escuela Normal Superior de Chiapas (ENSCH) forma docentes por asignatura, siendo los más capacitados para impartir clases en el estado, dichos docentes en formación son quienes encabezan las primeras listas para el ingreso al servicio profesional docente, hablando en el ámbito matemático se podría inferir que son los más capacitados y quienes poseen la suficiente didáctica para impartir clases en cada uno de los niveles educativos así como cada uno de los temas tales como aritmética, algebra, geometría, estadística, entre otras.

Los docentes son preparados en esta institución por 6 semestres bajo teorías pedagógicas, psicología de los adolescentes, gestión escolar y para el caso de matemáticas, análisis de cada uno de los contenidos presentes en la educación básica y dos semestres específicos para las practicas intensivas docentes; la ENSCH cuenta con diversas asignaturas que favorecen en la didáctica de las matemáticas, dentro de la especialidad de matemáticas para formar docentes hacia el nivel de secundaria especialistas en la misma asignatura.

Dicha institución cuenta con todos los recursos pedagógicos y didácticos para impulsar las futuras habilidades docentes en sus estudiantes, diversos maestros que imparten asignaturas hacia la especialidad de matemáticas cuentan con maestría y doctorados enfocados tanto en la pedagogía como en la didáctica de las matemáticas.

Cabe mencionar que año con año los maestros les ofrecen a los docentes en formación las posibilidades de asistir a congresos de matemática tanto estatales como nacionales para enriquecer sus conocimientos didácticos, así como las posibilidades de ser ellos mismos quienes impartan ponencias que apoyen a la comunidad matemática.

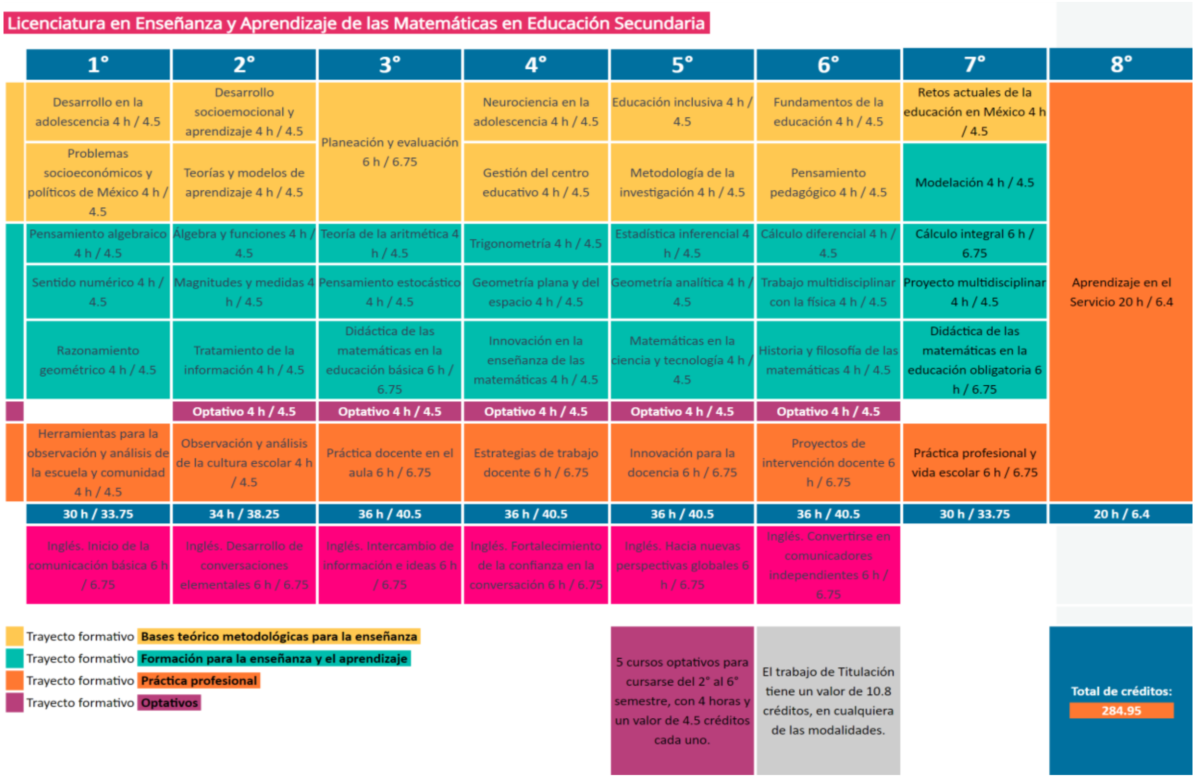
Analizando el currículum de dicha institución se aprecia que carece de los elementos geométricos para instruir de manera completa y compleja a los jóvenes docentes, este planteamiento sustenta la pobre competencia de las escuelas secundarias chiapanecas en los resultados PISA; es claro que la ENSCH no enseña contenido matemático, si no se enfoca a la enseñanza de las matemáticas, dando por entendido que todos los docentes en formación dominan y conocen los diversos temas presentados en los libros de texto de educación básica.

Los docentes en formación de la especialidad de matemáticas cuentan con diversas asignaturas que apoyan en su formación hacia la enseñanza de las matemáticas, asignaturas que abarcan temas desde la construcción de los números (aritmética) hasta el estudio del cálculo, dicho currículo es basto en la enseñanza de la didáctica de las matemáticas aún por encima del modelo 1999 siendo el antecesor del actual 2018.

Enfocándonos en nuestro tema de investigación encontramos 4 asignaturas que podrían favorecer los conocimientos geométricos acerca del Teorema de Pitágoras los cuales encontramos en los siguientes semestres:

- 1er Semestre: Razonamiento Geométrico
- 4o Semestre: Geometría plana y del espacio
- 5o Semestre: Geometría analítica
- 7o Semestre: Modelación

Observando las últimas dos asignaturas mencionadas, son la clave para el estudio o no del Teorema, a su vez que las demás asignaturas contribuyen a la enseñanza de la geometría.



Licenciatura en Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Secundaria

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
Desarrollo en la adolescencia 4 h / 4.5	Desarrollo socioemocional y aprendizaje 4 h / 4.5	Planeación y evaluación 6 h / 6.75	Neurociencia en la adolescencia 4 h / 4.5	Educación inclusiva 4 h / 4.5	Fundamentos de la educación 4 h / 4.5	Retos actuales de la educación en México 4 h / 4.5	Aprendizaje en el Servicio 20 h / 6.4
Problemas socioeconómicos y políticos de México 4 h / 4.5	Teorías y modelos de aprendizaje 4 h / 4.5		Gestión del centro educativo 4 h / 4.5	Metodología de la investigación 4 h / 4.5	Pensamiento pedagógico 4 h / 4.5	Modelación 4 h / 4.5	
Pensamiento algebraico 4 h / 4.5	Álgebra y funciones 4 h / 4.5	Teoría de la aritmética 4 h / 4.5	Trigonometría 4 h / 4.5	Estadística inferencial 4 h / 4.5	Cálculo diferencial 4 h / 4.5	Cálculo integral 6 h / 6.75	
Sentido numérico 4 h / 4.5	Magnitudes y medidas 4 h / 4.5	Pensamiento estocástico 4 h / 4.5	Geometría plana y del espacio 4 h / 4.5	Geometría analítica 4 h / 4.5	Trabajo multidisciplinar con la física 4 h / 4.5	Proyecto multidisciplinar 4 h / 4.5	
Razonamiento geométrico 4 h / 4.5	Tratamiento de la información 4 h / 4.5	Didáctica de las matemáticas en la educación básica 6 h / 6.75	Innovación en la enseñanza de las matemáticas 4 h / 4.5	Matemáticas en la ciencia y tecnología 4 h / 4.5	Historia y filosofía de las matemáticas 4 h / 4.5	Didáctica de las matemáticas en la educación obligatoria 6 h / 6.75	
	Optativo 4 h / 4.5	Optativo 4 h / 4.5	Optativo 4 h / 4.5	Optativo 4 h / 4.5	Optativo 4 h / 4.5		
Herramientas para la observación y análisis de la escuela y comunidad 4 h / 4.5	Observación y análisis de la cultura escolar 4 h / 4.5	Práctica docente en el aula 6 h / 6.75	Estrategias de trabajo docente 6 h / 6.75	Innovación para la docencia 6 h / 6.75	Proyectos de intervención docente 6 h / 6.75	Práctica profesional y vida escolar 6 h / 6.75	
30 h / 33.75	34 h / 38.25	36 h / 40.5	36 h / 40.5	36 h / 40.5	36 h / 40.5	30 h / 33.75	20 h / 6.4
Inglés. Inicio de la comunicación básica 6 h / 6.75	Inglés. Desarrollo de conversaciones elementales 6 h / 6.75	Inglés. Intercambio de información e ideas 6 h / 6.75	Inglés. Fortalecimiento de la confianza en la conversación 6 h / 6.75	Inglés. Hacia nuevas perspectivas globales 6 h / 6.75	Inglés. Convertirse en comunicadores independientes 6 h / 6.75		

Trayecto formativo Bases teórico metodológicas para la enseñanza
Trayecto formativo Formación para la enseñanza y el aprendizaje
Trayecto formativo Práctica profesional
Trayecto formativo Optativos

5 cursos optativos para cursarse del 2° al 6° semestre, con 4 horas y un valor de 4.5 créditos cada uno.

El trabajo de Titulación tiene un valor de 10.8 créditos, en cualquiera de las modalidades.

Total de créditos: 284.95

Figura 1: Malla curricular de la ENSCH, especialidad en Matemáticas (ENSCH, 2018)

Analizando a detalle cada una de las asignaturas nos percatamos que no está presente en la formación de los docentes, siendo una situación preocupante, comprendemos el vasto y amplio estudio de las matemáticas y tres años de estudios formativos para posteriormente enfrentarse a un año de prácticas docentes no son suficientes para ser especialista en dicha asignatura.

Nuestra problemática parte desde la comparación del modelo 1999 y el actual 2018, observando que el estudio del Teorema de Pitágoras ha sido removido del campo formativo de los docentes, si bien en el modelo anterior solo se le designaba una lección en toda la carrera, ahora no se toca; la problemática crece al observar que los docentes son enviados a las prácticas profesionales a impartir diversos temas en cada uno de los grados académicos incluyendo el Teorema de Pitágoras.

Otra situación que encontramos es la ausencia de la enseñanza sobre el uso del juego geométrico; observando los libros de texto del nivel secundaria encontramos que diversos temas plantean el uso del juego geométrico lo que nos hace inferir que los docentes en formación están siendo capacitados en la enseñanza del planteamiento de problemas mas no en el uso del juego geométrico

El uso del juego geométrico está presente en los libros de texto, y al tocar un tema de geometría es claro el deber de su uso; la problemática vuelve a recaer en el uso del juego geométrico que le dan los docentes en formación sobre el Teorema de Pitágoras, la ENSCH ve de manera superficial dicho tema y no fortalece las habilidades sobre el uso del juego geométrico.

En el currículum escolar de la ENSCH no se ve la presencia del uso del juego geométrico sobre el Teorema de Pitágoras, no quiere decir que los maestros que imparten asignaturas a los docentes en formación no impartan temas con relación al uso del juego geométrico o del Teorema de Pitágoras, se ve por momentos la historia y contenido de forma superficial, mas no la construcción de triángulos con el uso del juego geométrico, nada que enriquezca la didáctica de las matemáticas, dejando a los docentes en formación con el conocimiento escolar para enseñar.

Tras la evidencia del currículum y preparación de los docentes se podemos pensar que enseñan dicho Teorema con el conocimiento escolar, la construcción del conocimiento no está basado en una socioepistemología y no utilizan el juego geométrico tanto en el diseño como resolución de consignas; a raíz de estos problemas y situaciones recaemos en varias preguntas de investigación, ¿Cuál es el conocimiento didáctico matemático que poseen los docentes en formación para el diseño de secuencias didácticas?, ¿Qué metodología de enseñanza emplean los docentes en formación en la asignatura de matemáticas?, ¿Qué tipo de actividades con el uso de juego geométrico logran diseñar los docentes en formación con relación al Teorema de Pitágoras?

Diversas investigaciones apoyan y favorecen para enriquecer los conocimientos geométricos que poseen los docentes en formación acerca del Teorema de Pitágoras, investigaciones que ponen en evidencia tanto estudio del juego geométrico como la epistemología de dicho teorema para la enseñanza y didáctica eficaz según el plan de egreso de la ENSCH.

María Dolores Torres Gonzales, autora de la tesis "El teorema de Pitágoras en formación inicial de profesores de Educación Secundaria" quedó abierta su investigación con relación a nuestra problemática, la intención de su investigación es conocer las interpretaciones que tienen los docentes acerca de las situaciones resueltas por parte de sus estudiantes; a su vez, existen otras investigaciones inclinadas a objetivos epistemológicos o conocimientos formales, nuestra investigación pretende conocer las actitudes y conocimientos que poseen los docentes en formación, no sus interpretaciones acerca del Teorema.

Esta investigación pone en juicio la reestructuración del planteamiento de problemas acerca del Teorema de Pitágoras, problemas que a simple vista están fuera del contexto de un triángulo rectángulo, siendo una investigación significativa que nos apoya al diseño de la situación didáctica para el análisis de los conocimientos que poseen los docentes en formación.

Derivado de las diversas investigaciones y de la necesidad de enriquecer la didáctica de los docentes en formación, se pretende realizar un seguimiento con los alumnos de la ENSCH, cuya finalidad es dar respuesta a la pregunta de investigación, ¿Qué conocimientos y actitudes deberían de poseer los docentes en formación para el diseño de secuencias didácticas sobre el Teorema de Pitágoras?

1.2 OBJETIVOS

En base a la problemática se plantean los objetivos de la investigación. Partiendo de un objetivo general se desenlazan los específicos de la investigación

OBJETIVO GENERAL

Explorar y conocer el conocimiento geométrico que deberían de poseer los docentes en formación para el diseño de secuencias didácticas sobre del Teorema de Pitágoras

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar la metodología de enseñanza que emplean los docentes en formación en la asignatura de matemáticas en el tema del Teorema de Pitágoras.
- Identificar los conocimientos conceptuales y procedimentales al someter a los docentes en formación en la resolución de problemas epistemológicos sobre el Teorema de Pitágoras.
- Conocer el conocimiento didáctico matemático que poseen los docentes en formación al diseñar secuencias didácticas sobre el Teorema de Pitágoras.
- Diseñar un instrumento que permita obtener la información requerida para poder emitir finalmente los resultados.

1.3 JUSTIFICACIÓN DE LA PROBLEMÁTICA

En este apartado de nuestra investigación hablaremos de la justificación de nuestra investigación, planteando los supuestos que nos orillan a las preguntas de investigación que son pilares para desarrollar una propuesta didáctica que podrá enriquecer los conocimientos geométricos de los docentes en formación.

La intención de diversas investigaciones dentro del campo de la matemática educativa es el rediseño del discurso escolar, al no lograr un cambio en la enseñanza o perspectiva de la matemática el resultado seguirá siendo una enseñanza tradicional, es por ello que suponemos que los métodos de enseñanza que utilizan los docentes en formación son el acumulado de estrategias con las que ellos fueron instruidos durante su aprendizaje en la secundaria y la coincidencia con las estrategias que utilizan los docentes de la universidad que les imparten clases. Si la Normal Superior utilizara métodos innovadores, los docentes en formación concebirían una nueva estrategia y con ello la metodología tradicional dejaría de tener presencia.

La metodología de enseñanza que emplean los docentes en formación consiste en la explicación del maestro para que posteriormente los alumnos, con el ejemplo de solución, puedan resolver los siguientes problemas. A partir de este primer contacto, en las variaciones de los problemas (convertir un argumento matemático de aritmético a algebraico, aumento de dificultad en los enunciados) se tiene que utilizar el mismo recurso (el maestro explica primero) porque se crea una dependencia hacia el docente. Aunque haya alumnos que puedan resolver los enunciados a través del primer ejemplo, el hecho de que el maestro no fomente el razonamiento matemático como un descubrimiento para el alumno como primera opción, sigue fomentando una metodología tradicional.

Nuestro interés es identificar y analizar los tipos de metodologías que emplean los docentes en formación y la respuesta de trabajo que obtienen de los alumnos, los recursos y/o herramientas que utilizan para la innovación de la enseñanza del teorema de Pitágoras.

Es de suponer que las actividades del teorema de Pitágoras por parte de dichos docentes no se considera el uso de juego geométrico porque durante el periodo de aprendizaje en secundaria del docente en formación y durante su estancia en la Normal Superior, no les enseñan a utilizarlo.

Solo usan la regla para hacer el triángulo. Ante la nula concepción del juego geométrico y su relación con el teorema de Pitágoras, suponemos que los docentes en formación carecen de la creación y aplicación de actividades que impliquen el juego geométrico con el Teorema.

Debido a la problemática planteada en el párrafo anterior, tenemos la necesidad de instruir a los docentes en formación a través de actividades lúdicas, la concepción e importancia del juego geométrico frente al teorema de Pitágoras, con la intención de desarrollar en ellos un nuevo conocimiento y que sean capaces de adecuarlo según sus necesidades para modificar la enseñanza tradicional que existe.

Con los supuestos de que el método de enseñanza del docente en formación carece de la utilización del juego geométrico y de demostraciones, suponemos que los docentes en formación solo cuentan con conocimientos algorítmicos y aritméticos respecto al teorema de Pitágoras. Por ellos creemos que la base del teorema de Pitágoras que poseen los docentes en formación resulta en el conocimiento algebraico de la formula $a^2 + b^2 = c^2$. Tras este planteamiento, nuestra intención es conocer en los docentes, la epistemología adquirida sobre el Teorema

Tenemos el propósito de conocer los conocimientos conceptuales y procedimentales que cuentan los docentes en formación acerca del Teorema de Pitágoras que aplican en la enseñanza del educando; el fin de nuestra investigación es el de indagar en el conocimiento didáctico matemático que poseen los docentes en formación acerca del teorema de Pitágoras.

1.4 ESTADO DEL ARTE

Siendo esta investigación desarrollada a la luz de la Matemática Educativa como disciplina y del rediseño escolar realizamos diversas consultas de investigación del estado del arte sobre los conocimientos que poseen los docentes en formación acerca del Teorema de Pitágoras, se encontraron diversos trabajos y artículos de investigación que evidencias las habilidades epistemológicas y didácticas que poseen.

Una de las investigaciones más cercana hacia los docentes en formación es la tesis de María Torres (2018), si bien el contexto de su investigación es diferente al nuestro por el hecho de trabajar con docentes en formación en la universidad de granada, España, su intención no se aleja de nuestro objetivo, a pesar de que sus objetivos se centran en ¿cómo los docentes interpretan las justificaciones de los alumnos y de otros docentes?, para el caso de nuestra investigación es conocer sus conocimientos que poseen para impartir clases.

Es parte fundamental del análisis de los antecedentes en esta investigación para el enriquecimiento de la didáctica de las matemáticas principalmente dirigida a estos docentes en formación, por ello se analizará la preparación y la formación que tienen dichos docentes a lo largo de su carrera, poniendo en juicio si poseen los conocimientos didácticos, epistemológicos y geométricos necesarios para impartir clases acerca del Teorema de Pitágoras

La investigación actual tuvo como objetivo principal conocer los conocimientos geométricos que poseen los docentes en formación de la ENSCH hacia la enseñanza del Teorema de Pitágoras, por este motivo contemplamos la revisión de cuatro estudios comparativos; (Garciadiego, 2002), (Torres, 2017), (Pizarro, Nuñez, Arancibia, & Cruces, 2019), (Chaverri, Hernández-Arce, Castillo-Céspedes, Vallejos-Meléndez, & Picado-Alfaro, 2020); Estos comparten una similitud hacia el rediseño de la didáctica de las matemáticas, actualmente es posible encontrar investigaciones acerca de la enseñanza del Teorema de Pitágoras, una particularidad que encontramos en los siguientes artículos que apoyan a nuestra problemática es enriquecer los conocimientos que poseen los docentes en formación hacia dicho Teorema

El primero de ellos escrito por Garciadiego (2022) pone en manifiesto “el conocer tanto las demostraciones como la epistemología del Teorema de Pitágoras para no encontrarse con conflictos cognitivos en la práctica docente” (p. 30). Garciadiego pone en manifiesto que los docentes conocen diversas demostraciones y como es de deducir, conocen la demostración más común que son cuadrados adyacentes a cada uno de los lados, pero al no estudiar la epistemología no se percatan que no es una demostración de los pitagóricos.

> El objeto de este ensayo es poner en manifiesto, al considerar como un caso la demostración del teorema de Pitágoras, cómo el estudio de la historia y la filosofía de las matemáticas puede arrojar luz para percatarse sobre la existencia de conflictos cognitivos en la práctica docente. Cuando por fines didácticos se simplifica un concepto matemático, surgen confusiones metodológicas que se convierten en barreras infranqueables para el estudiante.

> Tanto maestros como alumnos no sólo desconocen los orígenes y las causas de un conflicto de esta naturaleza en el aprendizaje de las matemáticas, sino que en ocasiones tal confusión es inadvertida. (Garciadiego, 2002, pág. 1)

Una de las obras matemáticas que mayor influencia ha ejercido en la historia de la enseñanza de las matemáticas es la escrita por Euclides, sin embargo, poco o casi nada se sabe de Euclides, cuando hablamos del Teorema de Pitágoras lo primero que posiblemente nos venga a la mente es su demostración y no pasa por nuestra cabeza el pensar en otros matemáticos.

La preposición I. 47, es decir, la 47 del primer libro de Euclides, conocida como teorema de Pitágoras, afirma que en los triángulos rectángulos el cuadrado del lado que subtiene el ángulo recto es igual a los cuadrados de los lados que comparten el ángulo recto. En otras palabras, en todo triángulo rectángulo el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos, tal y como se muestra a continuación.

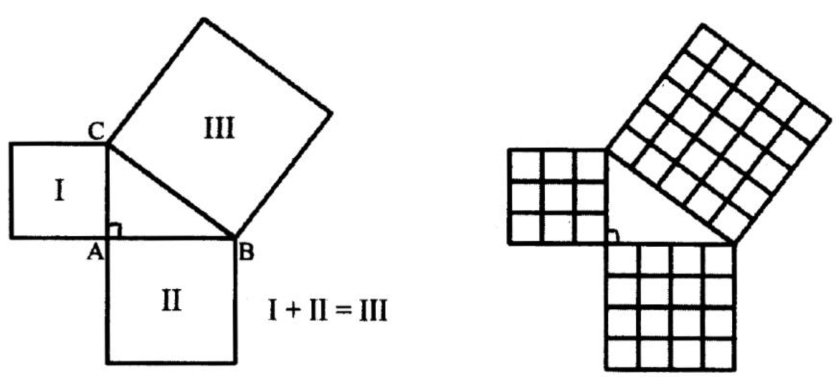


Figura 1 Teorema de Pitágoras. *Figura 2* Demostración sin palabras.

Figura 2: Demostración Pitagórica del primer libro de Euclides (González, 2008)

Observamos el impacto que tienen las palabras que dijo Euclides en los diversos libros de textos que utilizan los docentes para impartir clases acerca del Teorema de Pitágoras, si se deseara presentar a los estudiantes un posible objetivo general para impartir geometría, se podrían deducir las implicaciones de su uso en la misma geometría y en otras ramas de las matemáticas, dicho objetivo es entender el teorema de Pitágoras.

¿Cómo se construyen los cuadrados a cada uno de los lados? Los docentes conocen la demostración, la justificación, ¿saben utilizar el juego geométrico para trazar los cuadrados adyacentes a los lados, porque es importante conocer el Teorema de Pitágoras desde su construcción más simple y común, para ello se requiere construir una recta perpendicular, y una recta paralela a otra ya dada, de esta forma comparar entre si las áreas de los cuadrados.

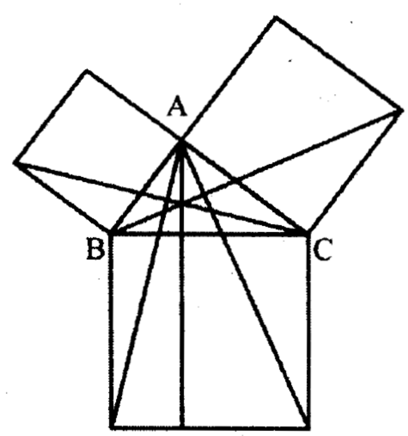


Figura 3: Demostración geométrica del Teorema de Pitágoras por Euclides (González, 2008)

La demostración que plantea Euclides es una demostración geométrica, solo utilizando regla se podría justificar de una forma aritmética y/o algebraica, pero si los trazos no fueron correctos podría llegar a deducirse que el teorema es erróneo, siendo la demostración con la cual los adolescentes crecen, aunado a ellos se les educa con la representación algebraica la cual es independiente a la de Euclides.

La demostración algebraica surge de una de las demostraciones griegas, una demostración que se aleja de la geometría y se establece en la ecuación que es utilizada para resolver diversos problemas, la cual dice así: teniendo un cuadrado de lado (a + b) donde cada punto que separa "a" de "b" se construye un cuadrado inscrito de lado c.

$$4(a \cdot b)/2 + c^2$$

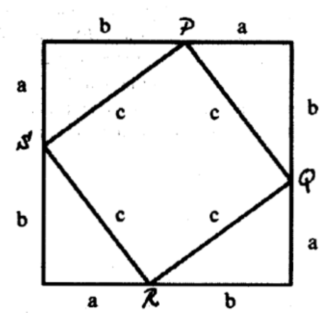


Figura 4: Demostración algebraica (González, 2008)

El segundo estudio que encontramos para el apoyo de nuestra investigación es la tesis de María Dolores Torres Gonzales (2017) titulada "El Teorema de Pitágoras en la formación inicial del profesor de Educación Secundaria", su objetivo general es explorar y describir, caracterizando el conocimiento didáctico que manifiestan los profesores en formación cuando se les somete al análisis de tareas desarrolladas por alumnos en torno al Teorema de Pitágoras.

¿Qué conocimientos didácticos necesita un profesor para que la influencia de su práctica en los aprendizajes de los alumnos sea lo más provechosa posible? El objetivo de la pregunta es caracterizar el conocimiento didáctico mostrado por futuros profesores en formación inicial sobre el Teorema de Pitágoras cuando analizan y describen las interpretaciones de estudiantes de Educación Secundaria.

Cito a (Torres, 2017, pág. 3) quien en su justificación especifica las razones por las que la geometría se ha enfocado al producto acabado de las actividades dejando a un lado la construcción y el razonamiento, continuando con una enseñanza tradicional.

> El conjunto de conocimientos didácticos que nos atañen y que abordamos en este estudio se relacionan con un tema específico de la Geometría, en concreto con el Teorema de Pitágoras. En el sistema educativo actual los contenidos de Geometría son presentados a los estudiantes como el producto acabado de la actividad matemática, que deja en segundo plano los procesos de construcción y de razonamiento en este conocimiento. La enseñanza tradicional de la geometría se enfatiza hacia el estudio memorístico de áreas, volúmenes, definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas (Gamboa y Ballestero, 2009, pág. 10).

La discusión teórica que enjuicia Torres es al citar a Shulman (1986) quien dice que el docente necesita equitativamente el conocimiento de la asignatura como la pedagogía, Rowan Hill de como utiliza ese conocimiento en el aula, hasta ese punto se puede ver una divergencia hasta Gómez plantea una pregunta englobada.

> Las teorías del conocimiento matemático del profesor comenzaron con el trabajo de Shulman y sus colegas en los años 1980, incluyendo una concepción tripartita del conocimiento de los contenidos que los profesores deben adquirir. Shulman (1986), se basa en que los profesores no sólo deben poseer el conocimiento de la materia, sino también un conocimiento pedagógico del contenido, así como un conocimiento curricular para sustentar el éxito profesional de un profesor. Hill, Rowan y Ball (2005), destacan que “la eficacia en la enseñanza radica no sólo en el conocimiento que un profesor ha acumulado, sino también en cómo usa ese conocimiento en el aula”. (Torres, 2017, pág. 10)

Antes de que Shulman abriera el camino de la distinción entre el conocimiento del contenido matemático y el didáctico, se han supeditado muchas investigaciones relacionadas con las ideas del autor. Si bien no hacemos tanto énfasis en ellas es porque posteriormente tocaremos un autor que hace completa alusión a la importancia del conocimiento del contenido matemático para impartir didáctica, la pregunta que aterriza Shulman es, ¿Cuál es el conocimiento matemático que se necesita para enseñar?

En sus conclusiones aborda el impacto de la transposición didáctica, y como el producto de la actividad mide un conocimiento escolar dando por muerto el saber sabio. Los resultados arrojan la reflexión sobre la necesidad de seguir profundizando en la didáctica del Teorema de Pitágoras. Los futuros docentes necesitan desarrollar habilidades de análisis y reflexión, esta implicación didáctica requiere que desde los primeros niveles de formación de los profesores se les haga conscientes de la importancia de sumergirse en procesos de demostración, conjuración, hipótesis, y generalización.

El siguiente artículo publicado por Pizarro, Nuñez, Arancibia, & Cruces (2019) titulado "Análisis sobe situaciones de enseñanza del Teorema de Pitágoras entre universidad y escuela" apoya un punto importante de nuestra justificación, los docentes en formación cuentan con todos los recursos pedagógicos para la enseñanza, pero no con el suficiente conocimiento matemático para impartir las mismas, "Observamos la débil formación e investigación sobre la enseñanza del Teorema de Pitágoras, el escaso de material didáctico para representar triángulos rectángulos y la importancia de la relación entre el pensamiento matemático y el pensamiento geométrico" (Pizarro, Nuñez, Arancibia & Cruces, 2019, pág. 1).

Así como mencionamos anteriormente, no es suficiente con poseer los conocimientos didácticos si no se tiene dominio del tema, y a su vez no es suficiente con conocer cada uno de los rincones de la matemática si no se tienen las actitudes didácticas para dar clases, los docentes en formación expresan la carencia de la enseñanza del contenido matemático en sus instituciones.

> El proyecto, que plantea hacer co-docencia entre formadores de profesores y profesores provocó una situación compleja y didácticamente interesante: el problema de cómo enseñar el Teorema de Pitágoras. El docente de aula planteó no tener formación al respecto y de no tener actividades, ni en los libros de texto ni en los programas de estudio que lo orientaran a no reproducir la fórmula y las ternas pitagóricas. Los formadores de profesores, conocíamos diversas demostraciones, pero no nos habíamos planteado cómo llegar a esa demostración haciendo partícipes a los estudiantes. (Pizarro, Nuñez, Arancibia, & Cruces, 2019, pág. 12)

Observamos que los docentes estudian y analizan las demostraciones mas comunes del teorema de Pitágoras, mas no se centran en la construcción geométrica de cada una de ellas, los docentes expresan no tener formación específica hacia el rediseño de actividades con respecto al Teorema de Pitágoras; El Teorema de Pitágoras es el tema más recordado por los escolares. En él, se establece conexiones importantes y naturales entre el álgebra y la geometría.

Las prácticas docentes son primordiales en su formación, es en esas situaciones donde ponen en evidencia sus conocimientos didácticos y pedagógicos, analizan y demuestran cada uno de los análisis que tuvieron anteriormente en su institución formadora, son preparados en el diseño de propuestas didácticas, pero tienden a dejar por un lado el rediseño del discurso matemático escolar.

Un punto importante que mencionan estos autores que hacemos énfasis en nuestra justificación es que los docentes cuentan con gran cantidad de teorías didácticas y pedagógicas, pero no con el suficiente dominio de la matemática, y son dos requisitos que deben de estar homogeneizadas y equilibradas, no es suficiente con poseer los conocimientos didácticos y pedagógicos si no se domina el tema.

En este artículo se presenta la evidencia que los docentes en formación no se adentran en el Teorema de Pitágoras bajo situaciones y/o conceptos epistemológicos que no hayan visto en los libros de texto de educación básica, se enfrentan al servicio profesional docente con los conocimientos escolares, enseñan dicho teorema, así como se los enseñaron.

Este artículo no enjuicia a los profesores en formación como docentes no capacitados para impartir clases, evidencia la carencia del tiempo para formarlos enfocándolos hacia el rediseño escolar, son capacitados y actualizados en diversos congresos y conferencias, dejando a las instituciones formadora de docentes como escuelas que proporciona lo básico para impartir clases.

Como último artículo que hace alusión para la propia investigación es la titulada "¿Qué modos de uso propone el profesorado de matemáticas en formación inicial para la enseñanza del Teorema de Pitágoras en educación secundaria? (Chaverri, Hernández-Arce, Castillo-Céspedes, Vallejos-Meléndez, & Picado-Alfaro, 2020), en este artículo encontramos el estudio sobre los significados que le dan un grupo de profesorados en formación sobre el Teorema de Pitágoras, significados que han obtenido sobre el currículo de formación de su institución.

Podemos analizar diversas formas de enunciar al teorema de Pitágoras, enseñándole a los docentes en no quedarse con el enunciado común en los libros de texto “la suma del cuadrado de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa”, un punto importante que mencionan en este artículo es que los docentes tienen a interpretar el enunciado de una forma errónea al mencionar la palabra “cuadrado”, tienen a tomar esa palabra como un cuadrilátero o un exponente por la demostración algebraica cuando se refiere a áreas como lo mencionamos anteriormente en el enunciado de Euclides.

Los docentes plantean y resuelven problemas bajo la demostración algebraica, no menciona que es la forma correcta, errónea o idónea, si no que los docentes solo saben resolver los problemas de esta forma, primeramente, descubriendo al triángulo rectángulo que exista en el problema, por esta razón plantean problemas fuera del contexto común de un triángulo rectángulo como la generatriz de un cono, diagonal de un cubo, etc.

Al enfrentar a los docentes al diseño de actividades se ven limitados al planteamiento común de problemas de escaleras, alturas y sombras, cuando esos problemas están alejados de la epistemología del Teorema, cuando podrían plantear problemas de terrenos teniendo el valor del área y calcular las posibles medias de los lados, es en este momento cuando desconocen el uso de las ternas pitagóricas.

Lo que rescatamos de este articulo para la propia investigación es el uso de diversas consignas ante los problemas escolares, planteamientos que enriquecerán los conocimientos geométricos de los docentes en formación de la ENSCH al enfrentarlos con problemas no escolares, problemas allegados a la epistemología.

Cada uno de los artículos antes mencionados apoyan a nuestra justificación y supuestos sobre esta investigación, dejando en evidencia las actitudes y aptitudes que poseen los profesorados en formación al enfrentarse al servicio profesional docentes, dejando en claro que carecen de los suficientes conocimientos matemáticos para impartir específicamente clases acerca del Teorema de Pitágoras.

CAPÍTULO II

TEORÍA Y METODOLOGÍA

> En primer lugar, las teorías existen solamente en la mente de las personas y no lugar, las teorías existen solamente en la mente de las personas y no poseen ninguna otra realidad. Se puede decir que las teorías no son eternas, ni están acabadas, no son perfectas, siempre son parciales y aproximadas, y nunca son totalmente objetivas, ya que dependen en gran parte de la lengua, de los valores, de las creencias, de las normas culturales del investigador y otros fundamentos. (Bodarenko, 2009, pág. 465)

Décadas a décadas surgen nuevas teorías unas que proponen y postulan nuevas situaciones que hacen ver a teorías pasadas como obsoletas o incompletas. Como su nombre lo dicen, las teorías solo teorizan supuestos y sucesos, no son la verdad absoluta y una teoría no ejemplificará las propuestas de nuestro objetivo de investigación.

Las teorías para trabajar en nuestra investigación serán la socioepistemología y la transposición didáctica, como mencionamos anteriormente, ambas teorías no son la solución absoluta a nuestra problemática, pero son las teorías más recientes que apoyarán al rediseño de la didáctica de la matemática en los docentes en formación.

La metodología de investigación a implementar será la ingeniería didáctica, dicha metodología se apoya de la teoría de situaciones didácticas y de la transposición didáctica, nosotros únicamente nos apoyaremos con la transposición didáctica, y a su vez, la metodología no será el camino único y absoluto de nuestra investigación por el hecho de estar apoyada de teorías, pero es la más adecua para alcanzar los objetivos específicos de la investigación.

2.1. MARCO TEÓRICO

La teoría de la socioepistemología y la teoría de la transposición didáctica son teorías que apoyan nuestra investigación, la cual está centrada en los conocimientos geométricos que poseen los docentes en formación, entorno a las siguientes preguntas ¿cómo construyeron y emplean ese conocimiento para impartir clases? En función de este cuestionamiento nos apoyamos en responder con el apoyo de la transposición didáctica, analizando la transformación de ese conocimiento a lo largo del tiempo, ¿de qué forma cambió al llegar al currículo escolar y cómo los docentes transforman ese saber sabio para ser enseñado?

Ambas teorías responden las series de preguntas de investigación y apoyarán al rediseño de una situación didáctica que favorecerán los conocimientos geométricos que poseen los docentes en formación de la ENSCH; primeramente, comprenderemos el argumento y sustento de estas teorías para tener un punto de partida para el rediseño del discurso escolar.

2.1.1. SOCIOEPISTEMOLOGÍA

La teoría utilizada en nuestra investigación será la Socioepistemología, dicha teoría se ha caracterizado por explicar la construcción social del conocimiento matemático y el cambio escolar que ha sufrido el saber social, apoya y argumenta a la matemática educativa siendo una teoría mexicana; los pilares de la matemática educativa son la epistemología, el proceso de enseñanza a través de los métodos de desarrollo de conocimientos a través de la historia, por ejemplo, se enseña geometría bajo problemáticas que surgieron. La socioepistemología apoya dicho argumento de un conocimiento que se formó en el transcurso del tiempo.

> La Socioepistemología nace en la escuela mexicana de matemáticas educativa a fines de los años ochenta y se extiende muy pronto hacia Latinoamérica y otras latitudes durante los años 90 del siglo XX. Su objetivo fue atender, colectivamente, un problema mayor: explorar formas del pensamiento matemático, fuera y dentro de la escuela, que pudiesen difundirse socialmente, caracterizarlos para su uso efectivo entre la población. Aquí se explica a la perfección la frase de apertura de este libro, solo que referida a la Teoría Socioepistemológica: "… (La Teoría) no es del nido donde se nace, sino del cielo donde vuela". (Cantoral, 2013, pág. 1574)

La teoría además de dar respuesta y explicaciones al conocimiento matemático que existe dentro y fuera de la escuela, busca primordialmente conectar ese conocimiento social en la escuela, apoya la idea de la epistemología, enseñar bajo el método de descubrimiento que dio origen al saber sabio. El paso del saber sabio al social, y en continuación el escolar es enlazar el mismo proceso cognitivo por el cual se formuló al construir el conocimiento matemático.

> De inicio señalamos que la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa busca construir una explicación sistemática de los fenómenos didácticos en el campo de las matemáticas, no sólo discute el asunto de la semiosis o el de la cognición de manera aislada, sino que busca intervenir en el sistema didáctico para transformarlo, al tratar a los fenómenos de producción, adquisición y de difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva múltiple, que incorpore al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía su enseñanza. (Cantoral, 2013, pág. 1575)

En los últimos años se han analizado importantes cambios, y en particular las influencias socioculturales, este cambio ha tomado diversas formas, experiencias e intereses de investigación, poniendo en juicio la didáctica de la enseñanza se abre el debate hacia las situaciones didácticas, dicha teoría plantea los recursos, objetos y situaciones de enseñanza, en esta toma como único objeto y situación a la misma sociedad.

La socioepistemología postula que, para atender la complejidad de la naturaleza del saber y su funcionamiento al nivel congénito, didáctico y social en la vida de los seres humanos, debería de problematizar, contextualizar y sobre todo presentar el conocimiento social en el discurso matemático, entendiendo que la construcción de este es diferente.

> Una de las teorías más influyentes en las décadas anteriores, la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau propone el estudio de las condiciones en las cuales se constituyen los conocimientos matemáticos y se considera que el control de esas condiciones permitirá reproducir y optimizar los procesos de adquisición escolar del conocimiento. Se parte de la base que el conocimiento de los fenómenos relativos a la enseñanza de las matemáticas no es un resultado de la simple fusión de conocimientos provenientes de dominios independientes, como son las matemáticas, la Psicología y la Pedagogía, sino que requiere de investigaciones específicas. (Cantoral, 2013, pág. 1576)

Las matemáticas no se crearon para ser enseñadas, y se enseñan por una necesidad funcional, conservar el saber humano, y para potenciar las capacidades de acción ante una gran cantidad de tareas, erróneamente se piensa que se enseña matemáticas para la vida cotidiana o bien, para una vida laboral, claramente son conocimientos y saberes diferentes; ningún conocimiento es erróneo mientras se evidencie y cuestione en su contexto por el cual fue creado.

> De inicio señalamos que la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa busca construir una explicación sistemática de los fenómenos didácticos en el campo de las matemáticas, no sólo discute el asunto de la semiosis o el de la cognición de manera aislada, sino que busca intervenir en el sistema didáctico para transformarlo, al tratar a los fenómenos de producción, adquisición y de difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva múltiple, que incorpore al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía su enseñanza. (Cantoral, 2013, pág. 1577)

Saludar con buenos días a un adulto que está en su banqueta, acción que hace la mayoría de las personas cuando va por la calle, o que los niños salgan a jugar a las calles cuando es tarde, son actividades que se comparten socialmente o ejercidas por una comunidad. La práctica social intrínsecamente es transmitida hasta hacerse "costumbre".

Actividades realizadas por grupos de personas, como jugar, bailar, o saludar, no son prácticas sociales por el simple hecho de pensar que socialmente se realizan, son prácticas compartidas por una comunidad. En apego al programa socioepistemológico, una práctica social sería las normas que tenemos que seguir para poder bailar o jugar. La continuidad de la practica social respecto al seguimiento de normas establecidas, contribuyen en la creación de nociones y procedimientos que conllevan al conocimiento, que a su vez evolucionan hacia formas del saber socialmente establecidos.

> El nombre de la Socioepistemología plantea, en sí mismo, una relación social al saber que la ubica como teoría que modela la construcción social al conocimiento. Ahora bien, dado que el saber matemático se ha constituido socialmente en ámbitos no escolares, su introducción al sistema educativo le obliga a una serie de modificaciones que afectan su estructura y su funcionamiento; de manera que afectan también, las relaciones que se establecen entre estudiantes y profesor.[…] Este proceso permite la formación de consensos sobre qué y cómo enseñar, que se alcanzan a costa de una pérdida en el sentido y el significado original del saber, reduciéndolo a temas aislados, cuidadosamente secuenciados, denominados “contenidos” o “unidades temáticas” de una asignatura. (Cantoral, 2013, pág. 1578)

Como se mencionó anteriormente, además de apoyarse del conocimiento social se poya de la epistemología, por ejemplo, hace años la gravedad se categorizaba en la metafísica, siendo un fenómeno efectuado por otra fuerza sin ser la gravedad por aun no ser estudiada, al paso del tiempo Newton desmiente ese conocimiento y da pie a la física-matemática, ambos conocimientos son saberes sabios, actualmente la sociedad toma a la gravedad como un aprovechamiento de actividades, construir, cargar, transportar, fabricar, pero la escuela se dedica a resolver problemas que no existen o suceden en la sociedad.

En la teoría de la socioepistemelogía toma a la construcción y conocimiento social como el objeto de estudio, su metodología de enseñanza (transposición didáctica) es la contextualización y problematización social, y por último su hipótesis es la construcción de un nuevo conocimiento, ya no social, tampoco escolar, sino un conocimiento que apoya y resuelve problemas sociales y culturales.

El objeto de estudio de nuestra investigación es la construcción del conocimiento geométrico que han adquirido los docentes para enseñar el Teorema de Pitágoras, nos centraremos en ¿cómo los docentes han construido el conocimiento geométrico para poder enseñar el Teorema de Pitágoras?, no me centraré en la construcción social, si no en la construcción escolar,

No nos centraremos en la didáctica escolar, si bien analizaremos la didáctica de los docentes en formación, desde la perspectiva de la construcción del conocimiento, analizar sus conocimientos epistemológicos; ellos diseñarán ciertas actividades que nos harán cuestionarnos ¿cómo aprendieron el tema? ¿qué propuestas didácticas sociales pueden implementar en sus alumnos? ¿Utilizan el conocimiento escolar para enseñar?

2.1.2. LA TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA

Formular el enunciado que la matemática no cambia, es la misma aquí en México, Europa o Asia, analizamos anteriormente que existen diferentes formas de emplear matemáticas que atienden incluso las mismas necesidades, la pregunta podría cambiarse a ¿por qué la matemática que nos enseñan en la escuela no siempre es aplicable en la vida cotidiana? ¿existió una sola matemática que fue transformada a las diferentes de hoy en día? ¿seguirá teniendo transformaciones para enseñar matemáticas?

Para que las demás personas lograran resolver problemáticas matemáticas tuvo que haber existido un aprendizaje previo y no se está mencionando a la escuela, la misma sociedad enseñó la matemática social, la escuela a la matemática escolar, la ciencia y tecnología a la misma y así sucesivamente, el cuestionamiento actual sería, ¿de la matemática escolar a la social o viceversa existe una transición?

Al poner en juicio el algoritmo de la resta enseñado en la escuela y el aplicado en la sociedad es completamente diferente, por ejemplo, en la escuela se enseña a restar a partir de la unidad, decena, centena, etc. Y si el restador es mayor al restado la siguiente cifra le presta una unidad haciéndolo así mayor, incluso el algoritmo escolar exige dibujar una línea debajo de los valores a restar, en la sociedad no pasa así.

La resta que, al final de cuentas es la que se utilizaría día a día no existe, realmente es la suma de un valor faltante, por ejemplo, una persona va a la tienda y compra algo de 17 pesos y paga con un billete de 50, el de la tienda no sacará su libreta y escribirá "50 menos 17", el algoritmo que realizará sería el siguiente, "17 y 3, 20, y 10 30, y uno de 20, 50" en conclusión, el comerciante sumó "3 + 10 + 20 = 33" el cual es el resultado de 50 menos 17, aun mejor, el comerciante no le importaba el valor de la suma del cambio, o la resta de la misma para dar el cambio, simplemente hizo una suma sin saber el valor del cambio, en la lógica matemática realizó una operación tal que ¿cuánto me falta para llegar a 50 si tengo 17? El resultado no me interesa saberlo, moneda a resultado se lo daré al cliente y estará satisfecho con el resultado, su producto y su cambio.

El ejemplo de la suma orilla a entrar en una duda mayor, sabiendo de la existencia de mas de una matemática y, tanto el comprador como el vendedor ambos son matemáticos, ¿en qué momento se transformó esa matemática? ¿existío una sola y se transformó en varias? ¿siempre han existido varias?, es evidente que la matemática fue diseñada antes que la misma escuela, y una escuela necesita ser creada a traves de algo que enseñarse, en este caso la matemática, se puede concluir que la matemática social fue la primera.

Pareciera que existe una incongruencia matemática de la forma en que fue transformada la matemática social a la escolar con el simple dilema de la resta, ¿por qué necesidad cambiarla? Al final de cuentas la social es la que necesitan los jovenes, ¿para qué cambiarla? O bien ¿la matemática escolar se diseño para formular otra matemática como la científica, la aplicada?

> Un contenido de saberes que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar entre los bjetos de enseñanza. El "trabajo" que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado la transposición didáctica. (Chevallard, 1997, pág. 136)

Chevallard menciona la transformación que sufre la matemática sabia a la escolar, pasando por lo social, incluso la transformación a través del currículo, el maestro hasta llegar al alumno, y no es por el hecho de diseñar diferentes matemáticas, es más para adaptar ese saber sabio al saber enseñado.

La matemática escolar no está diseñada para que los educandos lleven consigo los algoritmos escolares a cada una de sus rutinas diarias, está enfocada para demostrar el saber sabio, la matemática social no es la sabia, el saber sabio también sufrió una transformación a lo social, ese saber solucionará problemas científicos.

La matemática escolar no puede ser sabia y viceversa, existen factores externos que no lograrán hacerla una misma, por ejemplo, para el diseño del cálculo Newton y Lewis pasaban horas haciendo cálculos, estudiando y diseñando modelos, de manera autónoma, resolviendo problemáticas sin ningún externo que se las planteara, ellos mismos eran los autores de la didáctica; en la escuela existe un tercer factor que influye en la trasformación del saber sabio y no es el alumno, el maestro o la didáctica.

> Si queremos comprender el funcionamiento de una clase de matemáticas, no basta con observar lo que hacen el profesor y los alumnos; tampoco es suficiente describir las técnicas didácticas que utilizan (los unos para estudiar, el otro para dirigir su estudio) ni el dominio que muestran de las mismas. Para entender los hechos didácticos que pueden observarse en una clase de matemáticas, es preciso interrogarse sobre la estudiabilidad de la cuestión

matemática planteada y sobre las restricciones que emanan del contrato didáctico. (Chevallard, 1997, pág. 140)

El contrato didáctico no lo establece el maestro el primer día de clases, incluso tampoco el alumno, la misma sociedad, ese saber social propone el contrato didáctico, “el maestro es el que sabe”, “el alumno solo llega a aprender”, “la validación de los procedimientos y resultado debe ser por parte del docente” y muchas más ideologías se pueden enunciar, pero incluso el mismo Chevallard en su libro “Estudiar Matemática: El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje” menciona que no solo el contrato didactico es uno de los factores para la transofmración de los saberes.

Una de las características principales que debe poseer una "obra" para formar parte del currículo obligatorio es, además de que la sociedad considere su estudio interesante por sí mismo, la de ayudar a acceder a muchas otras obras de la sociedad. En el caso de las matemáticas, existen dos peligros evidentes:

a) Que las matemáticas enseñadas, en tanto que presuntas vías de acceso a otras obras, sean en sí mismas inaccesibles para muchos jóvenes'
b) Que las matemáticas enseñadas no conduzcan a ninguna parte; es decir, que se pierdan las cuestiones a las que dichas matemáticas responden y que, por tanto, aparezcan como una obra cerrada, muerta. (Chevallard, 1997, pág. 145)

Es necesaria la transformación de un saber sabio a un enseñado y no por la existencia de la diversidad matemática, sino porque los mismos estudiantes no están capacitados para estudiar, analizar y comprender el saber sabio por las dos simples razones que plantea Chevallar, uno, serán inalcanzables para muchos jóvenes sobre todo si su perfil vocacional no es la matemática sabia, y dos, la matemática sabia a la que fue diseñada no atienda las necesidades actuales de la sociedad, por ejemplo, el teorema de Pitágoras.

El Teorema de Pitágoras atendía necesidades de la medición de terrenos, cálculo de medidas de figuras geométricas sacadas de objetos y figuras que rodeaban a cada civilización que aportó, los que empleaban el teorema eran los encordadores, para la actualidad existen dispositivos de medición y conducción sobre grandes superficies, su uso original fue sustituido por la tecnología, ahora la implementación del teorema como uso de la matemática formal atiende necesidades diferentes a las antepasadas.

La escuela no es una simple adecuación de un saber sabio a un saber enseñado, necesita de la misma didáctica para rediseñar ese saber, necesita de una concepción constructivista en la que el alumno rediseñe el saber presentado y lo transforme en su propio saber, el cual solo es posible ante una problemática, tal como fueron surgiendo los demás saberes al atender necesidades.

> La concepción constructivista que lleva la teoría de situaciones a postular que el sujeto produce conocimiento como resultado de la adaptación a un “medio” resistente con el que

interactúa: “El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.” (Brousseau, 1986, pág. 22)

El modelo de Guy Brousseau describe el proceso de producción de conocimientos matemáticos en una clase a partir de dos tipos de interacciones básicas, la interacción del alumno con una problemática que ofrece resistencias y retroacciones que operan sobre los conocimientos matemáticas puesto en juego, y, la interacción del docente con el alumno a propósito de la interacción del alumno con la problemática matemática. A partir de ellos postula la necesidad de un “medio” pensando y sosteniendo con una intencionalidad didáctica.

Las interacciones entre alumno y medio se describen a partir del concepto teórico de situaciones didáctica, que modeliza una actividad de producción de conocimiento por parte del alumno, de manera independiente de la medición docente. El sujeto entra en interacción con una problemática, poniendo en juego sus propios conocimientos, pero también modificándolos, rechazándolos o produciendo otros nuevos, a partir de las interacciones que hace sobre los resultados de sus acciones.

De este modo al entrar en contacto con la problemática el alumno no solo diseña la problemática, rediseña la matemática al crear la propia, esta didáctica llega a evidenciar el alumno único diseñe su propio saber matemático, dando por hecho la existencia de una nueva matemática, es decir, cuando una persona rediseña una problemática a sus necesidades y crea un algoritmo propio que, posteriormente otras personas adopten crea una nueva matemática.

Para que existan diferentes matemáticas es necesaria una transformación de un saber sabio a un saber enseñado pasando por lo social, esos tres saberes se pueden desembocar diferentitos saberes que atenderán a diferentes necesidades y contextos, el saber enseñado necesita de la didáctica para ser enseñado, un enfoque constructivista que genere conflicto en el educando.

2.2. MARCO METODOLÓGICO

La metodología para trabajar en la investigación es la Ingeniería Didáctica, siendo una metodología en la didáctica de la matemática francesa para las realizaciones tecnológicas de los hallazgos de la teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau; 1997) y de la Transposición Didáctica (Chevallard; 1991). Se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental basado en las "realizaciones didácticas" en clase, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza; en comparación con otros tipos de investigación basados en la experimentación en clase, por el registro en el cual se ubica y por las formas de validación a las que está asociada.

La metodología de la ingeniería didáctica realiza un proceso de investigación e implementación por medio de cuatro fases, las primeras dos centradas en la recaudación de información para, posteriormente poner en escena una situación que apoye al rediseño del discurso escolar matemático:

1. Análisis preliminar
2. Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas
3. Experimentación
4. Análisis a posteriori y evaluación.

El término ingeniería didáctica se utiliza en didáctica de las matemáticas con una doble función, como metodología de investigación y como producciones de situaciones de enseñanza y aprendizaje, cuenta con una visión sistémica al considerar a la didáctica de las matemáticas como el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y alumnos.

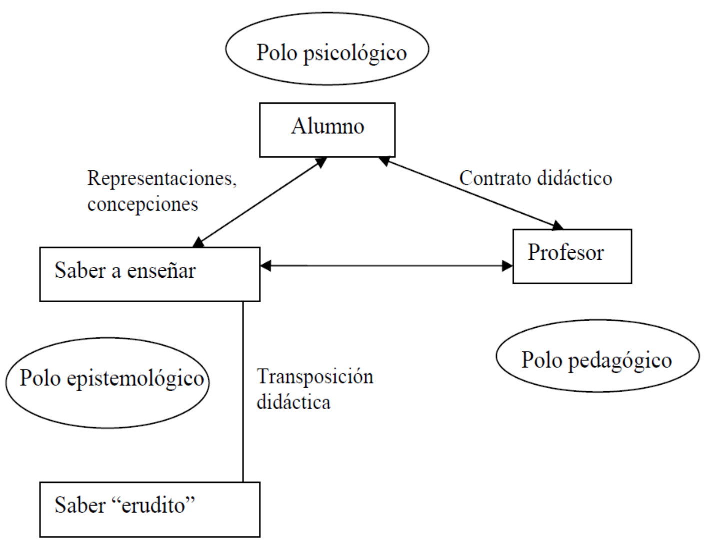


Figura5: Estructura de la ingeniería didáctica (ARTIGUE, 1995)

El análisis preliminar es la fase de concepción, se basa no sólo en un cuadro teórico didáctico general y en los conocimientos didácticos previamente adquiridos, sino también en un determinado número de análisis preliminares. El análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza, el análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos, el análisis didáctico al implementar situaciones didácticas; todo lo anterior se realizará teniendo en cuenta los objetivos específicos de la investigación.

> La investigación aquí presentada se sitúa dentro de una perspectiva de ingeniería didáctica clásica: se considera un punto del sistema didáctico cuyo funcionamiento parece, por razones de diversa naturaleza, poco satisfactorio. Se analiza este punto de funcionamiento y las restricciones que tienden a hacer de él un punto de equilibrio del sistema. Posteriormente, al jugar con estas restricciones, se busca determinar las condiciones de existencia de un punto del funcionamiento más satisfactorio. (Artigue, 1995, Pág. 34)

El análisis de las restricciones se efectúa distinguiendo tres dimensiones, la epistemológica, cognitiva y didáctica, para el caso de nuestra investigación únicamente nos centraremos en las dimensiones epistemológicas, y didáctica como habíamos mencionado anteriormente, nos centraremos en la construcción del conocimiento desde la antigüedad y por consiguiente la dimensión didáctica de cómo se construyó ese conocimiento para el diseño didáctico de los docentes en formación.

Para el caso de la dimensión didáctica nos centraremos en la recaudación de la información y exposición en la forma de cómo fue el desarrollo del Teorema de Pitágoras, cómo fue la transposición a lo largo del tiempo hasta llegar al currículo escolar y las transformaciones que ha sufrido, evidenciando las diversas necesidades que cumplía con lo egipcios, babilonio, y demás, a las necesidades que cubre ahora.

Para realizar un análisis didáctico realizaremos una serie de entrevistas a varios docentes en formación de la ENSCH, ¿Cuáles han sido las propuestas o rediseño de situaciones didácticas que han adquirido durante su formación? ¿de qué forma han analizado el Teorema hacia la enseñanza? ¿Cómo ejemplifican al teorema y su implementación hacia una situación didáctica? Por mencionar solo algunas de las preguntas de investigación.

En análisis didáctico no solo queda en voz de los participantes de nuestra investigación, también analizaremos el currículo escolar de la ENSCH, tomaremos las oportunidades y desventajas que presenta el nuevo modelo educativo 2018 el cual es el que funge en la institución para su análisis de los conocimientos didácticos que poseen los futuros docentes

En la segunda fase, análisis a priori, centrándose en los supuestos de la investigación diseñaremos una secuencia de elementos aplicables a los docentes en formación para conocer su conocimiento geométrico, en este punto es donde nos cuestionaremos una serie de situaciones que van a la par de nuestros objetivos específicos de la investigación

> Si la teoría constructivista sienta el principio de la participación del estudiante en la construcción de sus conocimientos a través de la interacción de un medio determinado, la teoría de las situaciones didácticas que sirve de referencia a la metodología de la ingeniería ha pretendido, desde su origen, constituirse en una teoría de control de las relaciones entre el significado y las situaciones. (Artigue 1998, pág. 44)

Uno de los objetivos de la matemática educativa es cada vez más rediseñar la didáctica de las matemáticas, través del análisis epistemológico diseñamos una secuencia didáctica que ampliará los conocimientos geométricos de los docentes en formación, seguiremos ejecutando la transposición didáctica al realizar esta actividad, a su vez la secuencia didáctica estará enfocada en una socioepistemología

Para la fase tres, la experimentación, Es la fase de la realización y aplicación de la secuencia didáctica con una cierta población de los docentes en formación. En esta etapa iniciamos el contacto directo con el objeto de estudio, el conocimiento geométrico que han adquirido en su formación, los docentes en formación se enfrentarán a una serie de cuestiones que serán el reflejo de los resultados de la investigación.

En la última fase, siendo el análisis a posteriori, se basa en el el análisis y exposición de datos recolectados a lo largo de la experimentación, las observaciones realizadas de las secuencias, al igual que los productos de los docentes. Estos datos son completados con la implementación de metodologías externas: cuestionarios, entrevistas individuales o en pequeños grupos y demás.

> Las hipótesis mismas que se formulan explícitamente en los trabajos de ingeniería son a menudo hipótesis relativamente globales que ponen en juego procesos de aprendizaje a largo plazo. Por esto, la amplitud de la ingeniería no permite necesariamente involucrarse en verdad en un proceso de validación. (Artigue, 1998, p. 49)

En este punto de la investigación pondremos en juicio los supuestos y respuestas de las preguntas de investigación, aterrizaremos el objetivo general teniendo claro que las conclusiones y respuestas de las preguntas no serán la verdad absoluta y tampoco una nueva teoría hacia la enseñanza del Teorema de Pitágoras, aportaremos estrategias y propuestas hacia el rediseño de la didáctica de la matemática.

La ingeniería didáctica además de ser una metodología hacia la investigación de la matemática educativa mantiene el proceso y desarrollo de la construcción del conocimiento científico iniciando por la hipótesis, creando teorías, poniendo en escena los supuestos y analizando los resultados recolectados para así concluir con una nueva hipótesis que dará pie a nuevas preguntas de investigación, de esta forma cada investigación queda abierta.

Cada una de las fases de la ingeniería didáctica serán importantes para nuestra investigación, conforme se vaya avanzando en cada uno de los análisis nos acercaremos al objetivo general, no tomaremos todos los elementos específicos que aporta cada fase, si no los esenciales que nos ayudarán en las dimensiones epistemológicas y didácticas.

Ambas teorías presentadas, la teoría de la socioepistemología y la teoría de la transposición didáctica son el sustento para el diseño de la propuesta didáctica, claro está que primeramente realizaremos el análisis epistemológico y didáctico para aterrizar con la puesta en escena y caminar sobre la ingeniería didáctica.

CAPÍTULO III

TEOREMA DE PITÁGORAS: ANALISIS PRELIMINAR

El Teorema de Pitágoras ha transcendido por 2 mil quinientos años, todas las personas que han cursado al menos las secundarias recordarán el nombre de "Pitágoras" posiblemente no recuerden la esencia del Teorema o alguna representación geométrica, claro una aplicación menos.

El discurso escolar con respecto al Teorema de Pitágoras es la representación de cuadrados colindantes a los lados de un triángulo rectángulo comprobando dicho teorema, en algunas ocasiones se presta el tiempo a representar otras demostraciones, pero incluso ni si quiera se aborda el origen de dichas comprobaciones; no se logra comprender la esencia del Teorema al no ser planteado de la forma primitiva en la que surge.

El Teorema de Pitágoras no depende de un dibujo bien ilustrado, tiende a estar más acercado de ejercicios intelectuales y alejado de lo sensorial. Por ello, el Teorema de Pitágoras tiene un valor simbólico de la Geometría racional la Escuela Pitagórica y por tanto forma básica de la propia naturaleza de la Matemática desde su origen.

Existe evidencia histórica de que Pitágoras o la escuela pitagórica no fue quien descubrió el Teorema que lleva su nombre, incluso casi dos mil años antes los babilónicos trabajaron con los números irracionales, de igual forma Egipto, la India entre otros.

La aplicación del Teorema en la escuela es el cálculo de uno de los lados faltantes, y el conocimiento primitivo a aprender es el nombre de sus lados, catetos e hipotenusa, dicho discurso está fuera del saber sabio del Teorema, dado que su surgimiento no emanó del cálculo de lados sino más bien de los números irracionales.

3.1. ANÁLISIS EPISTEMOLÓGICO

Siendo la ingeniería didáctica nuestra metodología de investigación y, el análisis epistemológico como parte del análisis preliminar de la misma es importante abordar la historia del surgimiento del Teorema de Pitágoras, en otras palabras, la epistemología del Teorema de Pitágoras.

El análisis epistemológico consta en la investigación histórica del surgimiento de cierto conocimiento matemático, esta investigación se apoya de la socioepistemología donde conocemos las necesidades de las civilizaciones que las orillaron conjeturar el saber sabio, si bien, este conocimiento se construyó de las bases básicas de la matemática, en otras palabras, así como lo plantea la teoría de la transposición didáctica, un saber sabio no pudo haberse enseñado, el saber enseñado una vez fue un saber sabio.

Por ello, para lograr aterrizar y analizar la problemática central es necesario comprender como la socioepistemología de la matemática efectuó para la construcción del teorema de Pitágoras y así comparar si los docentes en formación adquirieron de la misma forma este saber matemático o bien se apoyan de la epistemología para la enseñanza.

El análisis de la epistemología, principalmente en nuestra investigación, nos apoyará para comparar si los docentes en formación proponen consignas a sus alumnos similares a las necesidades de las antiguas civilizaciones o ejecutan una transposición didáctica tanto en el saber matemático, el planteamiento de actividades y sobre todo en la resolución de problemas; es clara la necesidad de la transposición didáctica de un saber sabio a un saber enseñado, se crea una problemática cuando un saber enseñado se replica, se le conoce como tradicionalismo.

> El Matemático educativo entonces no solo discute cómo enseñar, sino qué enseñar, a quien enseñar y cuándo enseñar. Un profesor que tome como saber teórico de referencia a la matemática educativa, no en el sentido de contenido curriculares, sino en que ante ciertos contenidos curriculares tome d cisiones sobre argumentos y procedimientos que pondrían en juego sus estudiantes atendiendo sus racionalidades contextualizadas y al relativismo epistemológico correspondiente, podrá estar haciendo un rediseño de la matemática escolar. (Cantoral, 2014, pág. 104)

Poniendo en juicio el desarrollo del saber matemático, todo conocimiento se desarrolla de la misma forma en que nació, ¿Qué queremos decir con esto?, pondremos en juicio a los docentes en formación si desarrollan el conocimiento del Teorema de Pitágoras de la misma forma en que surgió con las mismas bases, planteamientos y necesidades de las antiguas civilizaciones o bien, están replicando un saber enseñado

3.1.1. ANTIGUAS CIVILIZACIONES

Grecia fue la civilización que dio los primeros pasos firmes en intentar explicar los fenómenos que ocurren en la naturaleza y en particular en las matemáticas, se atrevieron en saber sobre la naturaleza de los números y los objetos (geometría) sin recurrir a los antiguos dioses de la vieja mitología griega. Rompieron con la vieja creencia que todos los fenómenos naturales se debían a los dioses y le dieron paso a los métodos científicos y filósofos.

> "Los métodos científicos y filósofos que comenzaron a nacer en Grecia muchas veces estaban errados, pero eso no los detuvo en la sed de saber y la búsqueda de conocimiento hizo de Grecia la primera nación en buscar la verdad en todo. La naturaleza para ellos debía ser explicada racionalmente y no a través de dioses". (Paulo, 2006, pág. 21).

La matemática no nació con los griegos, ella ya existía en Mesopotamia, Egipto e inclusive en China, pero una cosa es cierta fueron los griegos que le iniciaron las demostraciones y deducciones.

A pesar de que en otras civilizaciones ya se conocía el Teorema de Pitágoras, incluso los Babilonicos pudieron dan aportaciones sobre dicho Teorema, justificaciones que las civilizaciones posteriores lograron especificar, y además lo usaban para ciertos trabajos prácticos no se le puede quitar el mérito a Pitágoras ya que fue él quien demostró tal resultado para todos los triángulos rectángulos, y no para casos particulares ya conocidos.

Babilonia

Existen pruebas de que los babilonios estaban inmersos en los números irracionales, dicha numerología estaba representada en una pequeña tablilla perteneciente al Imperio Antiguo babilónico, que forma parte de la colección de la Universidad de Yale.

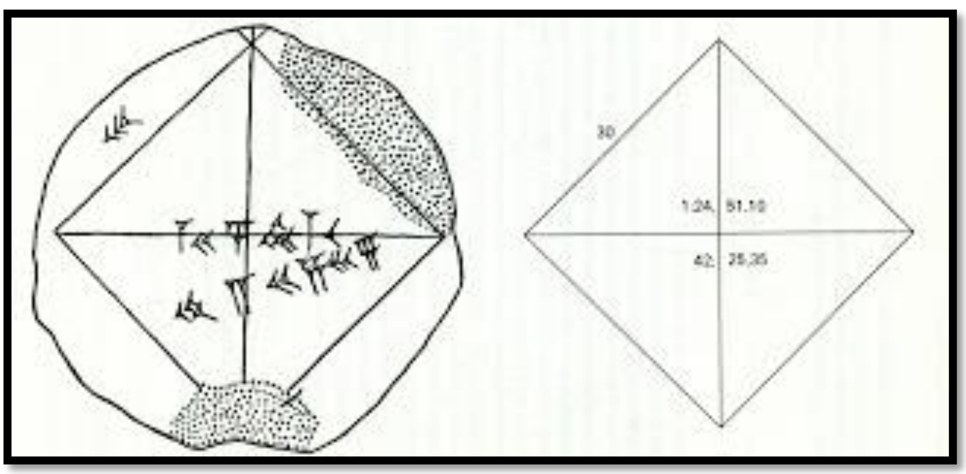


Figura 6: Representación de números racionales por parte de los Babilónicos (González, 2008)

El número 30 indica la longitud del lado del cuadrado. De los otros dos números, el superior teniendo en cuenta la coma sexagesimal (;) ocurre entre 1 y 24 es 1;24,51,10, que en notación decimal sería:

$$1 + 60^{-1}(24) + 60^{-2}(51) + 60^{-3}(10) = 1 + 0.4 + 0.01416667 + 0.0000463$$
$$= 1.41421297$$

Para el mismo número de cifras decimales, la raíz cuadrada de 2 es 1,41421356, de modo que el cálculo babilónico es correcto. Se aprecia fácilmente que el número inferior es el producto de 30, lado del cuadrado y la raíz cuadrada de 2.

La interpretación sería, siendo la diagonal del cuadrado una hipotenusa "c" y empleado el teorema de Pitágoras, se comprueba:

$$c^2 = 30^2 + 30^2$$

$$c = \sqrt[2]{2(30)}$$

$$c = (1; 24{,}51{,}10)(30)$$

$$c = 42{:}\,25{,}35$$

El número debajo de la diagonal es la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado 30.

Un par de miles de años antes de Pitágoras, los babilonios conocían y utilizaban los números irracionales, siendo un cálculo que aún estaría en uso dos mil años después.

Egipto

Los famosos papiros de Rhind y de Moscú, a pesar de su alto valor matemático, no mencionan el Teorema de Pitágoras ni las ternas pitagóricas. No obstante, los egipcios conocían y utilizaban el hecho de que el triángulo de lados 3, 4 y 5, llamando triángulo egipcio, es rectángulo, para trazar una línea perpendicular a otra, tal como una escuadra. Los agrimensores egipcios utilizaban el triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5, a modo de escuadra para trazar líneas perpendiculares. Así nació la profesión de arpedonapta (Palabra griega: tendedor de cuerda).

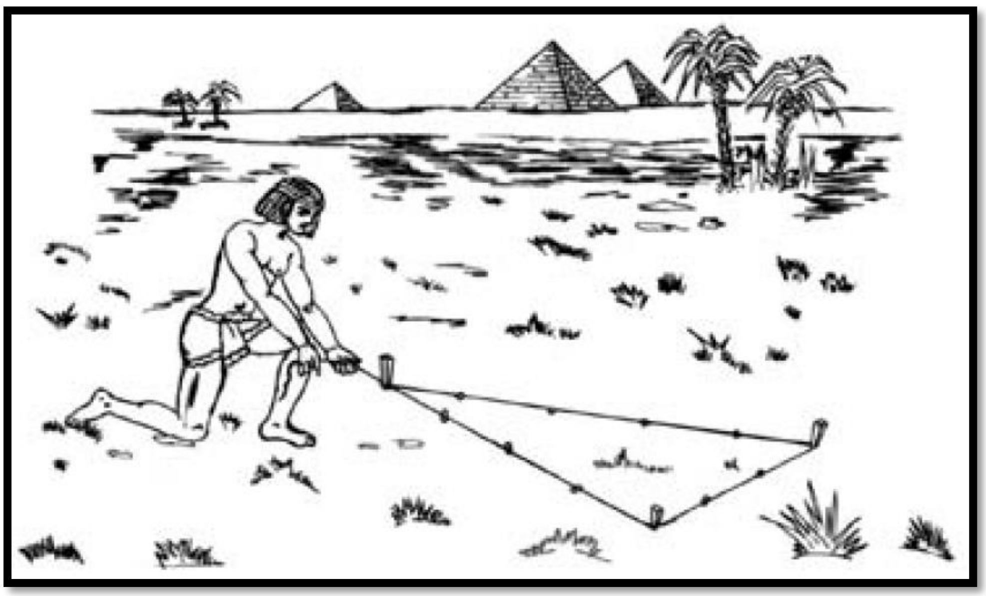


Figura 7: Representación de los tendedores de cuerda del antiguo Egipto (González, 2008)

"Los egipcios se imaginaban el mundo la forma del más bello de los triángulos. Este triángulo, símbolo de la fecundidad, tiene su lado vertical compuesto de tres, la base de cuatro y la hipotenusa de cinco partes. El lado vertical simbolizaba al macho, la base a la hembra, y la hipotenusa a la primogenitura de los dos". (González, 2008, pág. 107)

Todas las pirámides de Egipto, excepto la de Keops, incorporan, de alguna manera, este triángulo rectángulo en su construcción, el cual permite una comprobación visual del Teorema, el hecho de ser el único cuyos lados son enteros consecutivos, teniendo los obtenidos por proporcionalidad los lados en progresión aritmética.

India

Como resultado de la construcción de templos y de altares, entre los siglos octavo y segundo a.C., en la India se desarrollan conocimientos aritmético-geométricos, prácticos y primitivos con el Teorema. Este saber adoptó una doctrina conocida por el nombre de "Sulvasutras" o "Manual de las reglas de la cuerda". Sulva es un término que se refiere a las cuerdas utilizadas para realizar mediciones, así como Egipto a los "tensadores de cuerdas", mientras que el término Sutra hace referencia a un libro de reglas o aforismos relativos a un determinado ritual o a una ciencia.

Así pues, los Sulvasutras hindúes eran una especie de manuales donde se detallaban prescripciones para la construcción ritual de altares de forma y tamaño determinados.

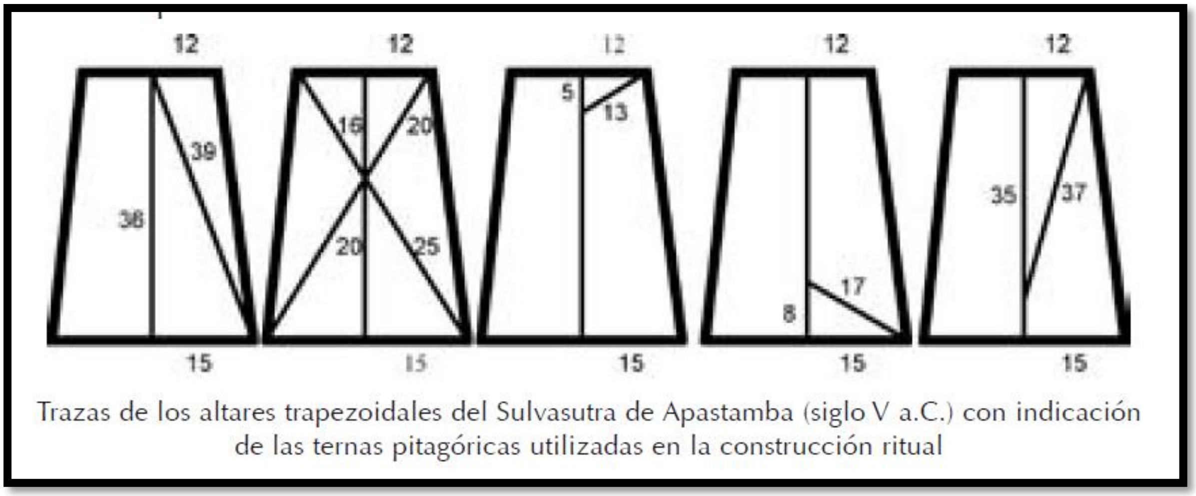


Figura8: Ternas pitagóricas por parte de la antigua civilización de la India (González, 2008)

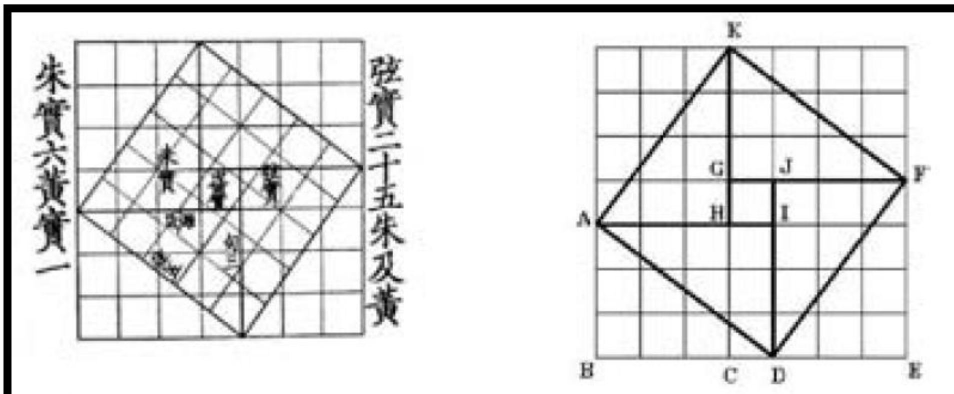
Los Sulvasutras más interesantes son los de Baudhayana y Apastamba. En ellos se describe el uso de la cuerda no sólo para medir, sino también para el trazado de líneas perpendiculares, por medio de ternas de cuerdas cuyas longitudes constituyen ternas pitagóricas tales como 3,4,5; 5,12,13; 8,15,17; 7,24,25. Aunque para este fin se utilizaba sobre todo el triángulo de lados 15, 36 y 39, derivado del triángulo de lados 5, 12 y 13, llamado el Triángulo indio de forma similar al triángulo egipcio.

China

Hay dos tratados clásicos chinos de contenido matemático donde se relacionan aspectos geométricos vinculados al Teorema, son el Chou Pei Suan Ching (300 a.C.) y el Chui Chang Suang Shu 50 años después. Los tratados originales tratan los aspectos primitivos del Teorema, es decir, los resultados numéricos concretos, así como las leyes generales de formación de las ternas pitagóricas.

En el Chou-Pei aparece una figura llamada "Diagrama de la hipotenusa". En la parte inferior del diagrama, el hexágono AHGFEB, se compone de dos cuadrados AHCB y CEFG que tienen por lados, los catetos del triángulo rectángulo. Esta área es equivalente al cuadrado ADFK sobre la hipotenusa del triángulo, de donde resulta el Teorema. Esta es una elegante demostración del Teorema. En el Chou-Pei original con un lenguaje muy retórico se describe la figura diciendo:

"En cada semirectángulo de anchura 3 y longitud 4, la diagonal debe valer 5, y si se resta del cuadrado total de área 49 los cuatro semirectángulos exteriores, que suman área 24, el resto es un cuadrado de área 25".



El Diagrama de la hipotenusa del tratado *Chino Chou-Pei Suan-Ching* (300 a.C.)

Figura 9: Demostración Pitagórica por parte de los chinos

El Chui-Suang contiene 246 problemas de los cuales los 24 se refieren a triángulos rectángulos. Todas las soluciones a los problemas se basan de una u otra forma en el Teorema de Pitágoras. El más famoso es el problema del bambú roto:

"Hay un bambú de diez pies de altura, que se ha roto de tal manera que su extremo superior se apoya en el suelo a una distancia de tres pies de la base. Se pide calcular a qué altura se ha producido la rotura".

Los Griegos

A pesar de que en otras civilizaciones ya conocían el Teorema de Pitágoras y lo empleaban para ciertos trabajos no se le puede quitar el reconocimiento a Pitágoras quien lo demostró para todos los triángulos rectángulos, y no para casos particulares.

Muchos historiadores coinciden que Pitágoras nació entre los años 582 a.C. y 569 a.C. en la Isla de Samos, era costumbre en aquella época llamar a una persona por su nombre y el lugar de nacimiento, por eso también era llamado Pitágoras de Samos.

> "Con Pitágoras aparece la nueva forma de vida de una comunidad cerrada, aglutinada por reglas comunes de vida y por las mismas ideas sobre el alma y la sociedad. Pitágoras fue el primero que aglutinó en torno a sí un círculo cerrado de discípulos que participaban de su vida y su doctrina…". (Greadolph, 1997, pág. 45).

Con los pitagóricos comenzó una nueva época de las matemáticas, su visión mística de los números no les impidió fundar la aritmética como la ciencia numérica. Dichos seguidores realizaron diferentes aportaciones a la aritmética, así como a la geometría que, posteriormente Euclides reformaría, claro sin olvidar su aporte en el mismo teorema.

> Entre otros aportes, demostraron, por ejemplo, que la suma interna de los ángulos internos de un triángulo mide 180°. En el estudio de los números ellos comenzaron por establecer una primera clasificación en dos categorías, los pares y los impares. También, definieron la media aritmética y geométrica. (Bladismir, 2010, pág. 12)

Los Pitagóricos pensaban que toda la naturaleza se podía representar en números, enteros o racionales. Pero cuando el triángulo rectángulo con catetos 1 generó una hipotenusa igual a raíz de 2, fue en este punto donde se creó la confusión, los números dejaron de explicar todo puesto que esta diagonal podía ser trazada pero no podía medirse.

> Se le acredita tal descubrimiento al pitagórico Hipasus de Metapontum (último cuarto del siglo V a.C.), esto produjo una profunda crisis en los fundamentos de la matemática griega y en la escuela pitagórica, pues en su filosofía todo dependía de los números enteros. (Trzaskacz & Harentchechen, 2017, pág. 20).

El Teorema de Pitágoras trajo el descubrimiento de los números irracionales, aunque fue con el paso del tiempo el llamarlos irracionales. En las tierras griegas resolvían las mismas problemáticas de cavilaciones anteriores, lo que marcó la diferencia fue la concretara del teorema por los mismos seguidores.

3.1.2. ANTIGUAS NECESIDADES

Las antiguas civilizaciones construyeron al teorema en diferentes épocas, lugares y necesidades, algunos para la construcción de números racionales y otros para resolver problemas geométricos de la construcción, ninguna de ellas para calcular lados de formas triangulares, al contrario, determinaron a las ternas pitagóricas para poder representar triángulos rectángulos que, aprovecharon su ángulo recto para las diversas necesidades de esa época.

Cómo pudimos analizar a la cultura egipcia, en su civilización no nombraban pitagóricos aquellos que trabajaban con el teorema, se les nombró "encordadores", a través de encordar lazos con 3, 4 y 5 nudos respectivamente a los lados de un triángulo formaban un triángulo rectángulo, que usaban para delimitar los terrenos de tal forma que fuesen cuadriláteros con ángulos rectos.

Actualmente la ingeniería civil se apoya de estaciones totales de topografía, evidentemente los egipcios no contaban con tal equipo, así que usaban la terna pitagórica para formar a lo que escolarmente conocemos como una escuadra, así como escolarmente se podría usar una escuadra para formar un cuadrilátero con ángulos rectos, de la misma forma delimitaban terrenos.

Para el caso de la india, utilizaban las ternas pitagóricas nuevamente para un uso geométrico, siendo más específicos, para la construcción de templos, ellos se enfrentaron a la problemática ¿Cómo delimitamos dos pilares que sostengan una losa? En otras palabras, los indios tenían la necesidad de construir dos rectas paralelas (suelo y losa), necesidad que vemos día a día en las construcciones

Actualmente los albañiles utilizan la técnica de la manguera, al llenarla de agua ambos extremos y se extiende la manguera por donde se desea nivelar, ambos extremos de la manguera están perfectamente nivelados, posterior a ello se puede repetir el proceso para nivel de losa y ambas rectas quedan perfectamente perpendiculares; a diferencia de la india, en aquella época no existían las mangueras, por ende, este método no existía, a lo que ellos llegaron a la necesidad de usar nuevamente una escuadra escolar (terna pitagórica) para construir rectas paralelas.

La única civilización que utilizaba el teorema de Pitágoras para la obtención de algún lado faltante de un triángulo rectángulo eran los chinos, ellos conocían las alturas de los bambús gracias al contar el número de bloques que contenían, pero al romperse uno y uno de sus extremos se apoyaba sobre el suelo a cierta distancia podían remover al bambú siempre y cuando posee una ruptura desea, dicha ruptura se calculaba con el teorema de Pitágoras.

3.1.3. ALGUNAS DEMOSTRACIONES

Está dado por hecho que las antiguas civilizaciones han demostrado el Teorema de Pitágoras, sería innecesario repetir la demostración escolar al tratar de enriquecer la investigación, pero es claro que el Teorema habla de la suma de los cuadrados como un valor de "área" no necesariamente de un cuadrado, tal como las demostraciones del Chou-Pei, es por ello ¿hasta dónde figuras geométricas o no validan al Teorema?, para ello se utilizó un software de geometría dinámica.

Un procesador de geometría dinámica es todo software que permite dibujar figuras en función de sus relaciones geométricas. Sus construcciones son dinámicas, es decir, permite interactuar, mover y modificar con las construcciones realizadas, haciendo que las relaciones geométricas se mantengan o no dependiendo del usuario.

> "La geometría dinámica la entendemos como un ambiente computacional de construcción geométrica, basado en la geometría euclidiana. Este recurso se fundamenta en la tecnología y las herramientas que nos proporciona, ya que a través de ellas podemos movilizar las figuras geométricas para que adquieran dinamismo." (Campistrous & Cabrera, 2007, pág. 13).

GeoGebra es un software gratuito y de acceso abierto con una estética muy accesible y atractiva. El uso de GeoGebra permite generar experiencias de aprendizaje, exploración y sobre todo un laboratorio de geometría. Para las demostraciones del mismo teorema se emplean imágenes del software GeoGebra, demostrando la validez del teorema “la suma del cuadrado (áreas) de las longitudes de los lados que comprenden al ángulo recto es igual al cuadrado (área) del lado mayor”, así como una explicación justificativa.

Escolarmente se ha planteado la demostración del Teorema de Pitágoras con cuadrados en cada uno de sus lados, siendo un polígono regular, pero incluso en las demostraciones del Chui-Suang no son polígonos regulares como tal, entonces.

> “Loomis, matemático estadounidense, plantea una extensión del Teorema de Pitágoras en la que establece que la relación pitagórica se mantiene para cualquier polígono regular construido a partir de triángulos isósceles construidos sobre el triángulo inicial. La propiedad pitagórica no es válida únicamente para los cuadrados de lados los catetos y la hipotenusa, sino para cualquier polígono construido sobre los lados del triángulo rectángulo, siempre que los tres polígonos, así construidos, sean semejantes entre sí.” (Barrantes, 2018, pág. 25)

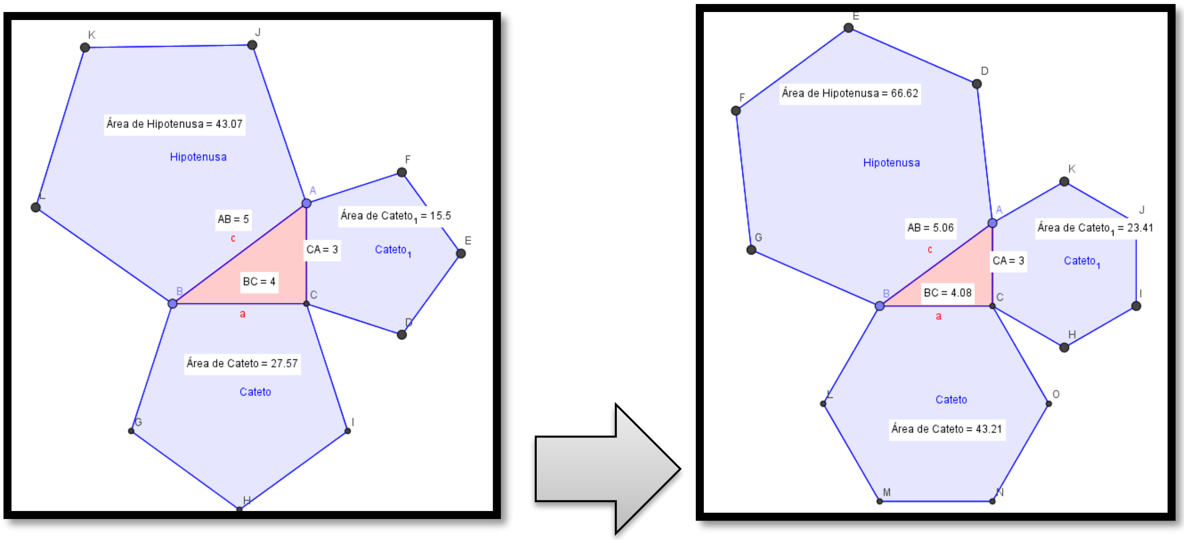


Figura 10: Demostración pitagórica bajo el enunciado “área de los catetos”

Cuando el Teorema de Pitágoras enuncia “el cuadrado de la hipotenusa” no da referencia a un cuadrilátero sino más bien al valor de la longitud elevada a la segunda potencia, viéndolo desde una perspectiva geométrica, al enunciar “cuadrado” hace alusión al área que comprende a dicha longitud, tal como lo hacían los encordadores de Egipto.

Si se está mencionando área ¿se podría representar también con el área de una semicircunferencia teniendo como longitud de los lados como un diámetro? ¿Loomis dejó incompleta su aportación? ¿Es válido el Teorema no siendo un polígono regular una semicircunferencia?

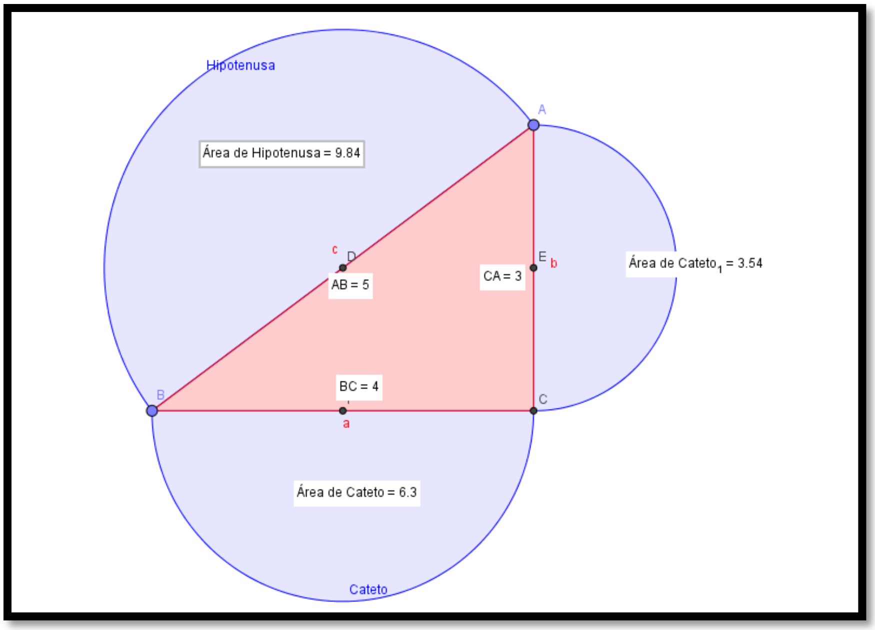


Figura 11: Demostración de las áreas de los catetos e hipotenusa con semicircunferencias

Planteamos el siguiente cuestionamiento:

Teniendo un triángulo rectángulo de catetos “a” y “b con hipotenusa “c” ¿Es valida esta representación para el teorema teniendo semicircunferencias colindantes a sus lados?

$$\frac{\pi c^2}{2} = \frac{\pi a^2}{2} + \frac{\pi b^2}{2}$$

Si a cada término del teorema se le añade un coeficiente que, para este caso es $\frac{\pi}{2}$ se sigue cumpliendo la propiedad, incluso si el coeficiente es cualquier número real o irreal; por ejemplo, tomando en cuenta la primera terna pitagórica y coeficiente -3:

$$-3c^2 = -3a^2 + -3b^2$$

$$-3(5)^2 = -3(3)^2 - \ 3(4)^2$$

$$-3(25) = -3(9) - 3(16)$$

$$-75 = -27 - 48$$

$$-75 = -75$$

¿Qué sucede cuando un polígono es irregular? Se logró analizar a una semicircunferencia no siendo un polígono, al hablar de un polígono irregular es aquella figura que está compuesta por dos o más polígonos regulares, ahora bien, siguiendo con la concepción de la suma de las áreas que generan los catetos es igual al área que forma la hipotenusa.

Es evidente la justificación del teorema respetando la semejanza de los polígonos formados a los lados del triángulo, ¿qué sucede cuando ya ni siquiera es un polígono, simplemente una figura cerrada? Por ejemplo, a cada lado del triángulo se adyade un cuadrado tal y como se justifica el teorema escolar, a continuación, se truncan con arcos de circunferencia dos lados opuestos diferentes del lado adyacente al triangulo, tal y como se muestra a continuación:

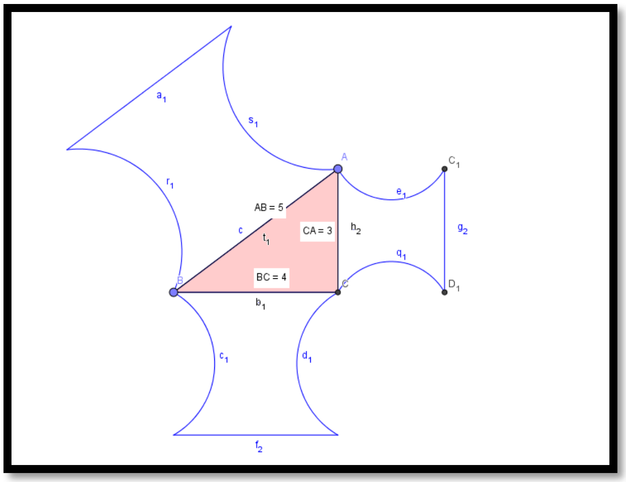


Figura 12: Demostración pitagórica con figuras irregulares

Las figuras adyacentes al triángulo siguen cumpliendo la semejanza entre sí, por ende, el Teorema de Pitágoras sigue vigente y sin contradicciones hasta este punto de la discusión, mientras las figuras o polígonos adyacentes sean semejantes entre si el Teorema es válido.

Estas demostraciones sustentan al enunciado "la suma de las áreas de los catetos es igual al área de la hipotenusa" justificando el énfasis cuadrado, demostrando que el cuadrado de la hipotenusa es lo mismo que decir el área de la hipotenusa.

Ahora bien, demostremos al Teorema de Pitágoras de forma geométrica, esta demostración que observamos es similar a la demostración china, en donde a partir de un cuadrado se puede dibujar un segundo cuadrado inscrito a modo de formar 4 triángulos rectángulos idénticos entre ellos

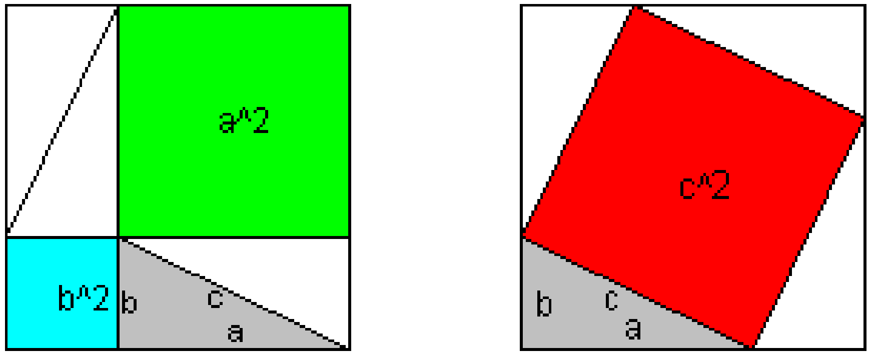


Figura 13: Segunda demostración Pitagórica por los chinos

La premisa seria ¿Cuál es el área del cuadrado rojo sabiendo que cada lado del cuadrado grande? Conocemos que cada lado del cuadrado grande tiene como valor a + b, y a su vez cada triangulo tiene como base a y altura b, por ende, obtendremos el área del cuadrado grande y le restaremos los 4 triángulos

$$c^2 = (a+b)^2 - 4\frac{ab}{2}$$

$$c^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Que de igual forma podemos determinar el área de un cuadrado de lado c sumando los cuadro triángulos rectángulos y el cuadrado central adscrito

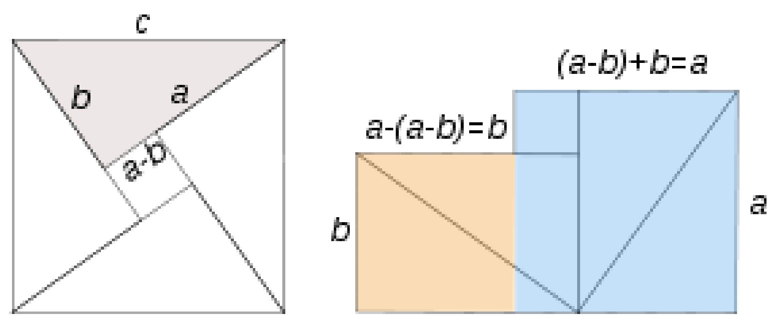


Figura 14: Demostración geométrica del Teorema de Pitágoras

$$c^2 = 4\frac{ab}{2} + (a-b)^2$$

$$c^2 = 2ab + a^2 - 2ab + b^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Ambas demostraciones se basan del Chao-Pei, libro chino matemático en el que nosotros únicamente estamos replicando su demostración, primeramente, se centraron en demostrarlo geométrica y posteriormente analizaron su justificación algebraica.

Demás demostraciones Pitagóricas e incluso escolares se centran en la descomposición de cuadrados (cuadriláteros) de los catetos para completar el área cuadrática (cuadrilátero) de la hipotenusa.

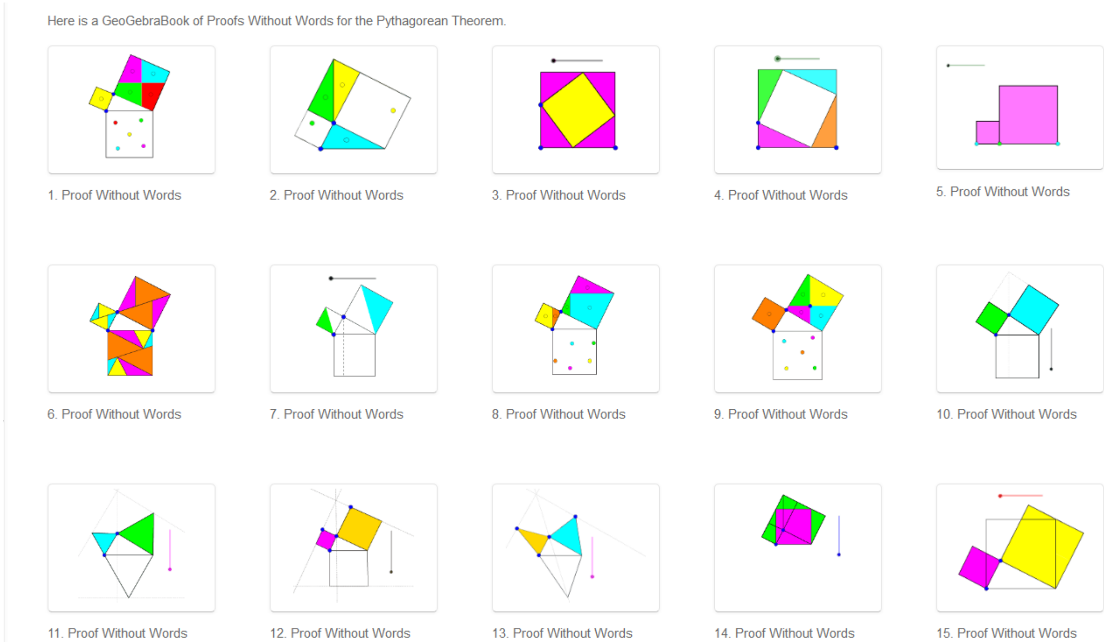


Figura15: Diversas demostraciones del Teorema de Pitágoras

Estas demostraciones aterrizan a la interpretación errónea de "la suma del cuadrado de los catetos" puesto que la transposición didáctica ha distorsionado el concepto de un valor cuadrático, cuando por ejemplo, podemos analizarlo en una función como un exponente, escolarmente nos han arraigado a que la raíz de un valor cuadrático es el producto de dos valores iguales, ciertamente si en un concepto analítico, pero en un concepto geométrico puede ser el área de una figura irregular que es lo que pretendemos demostrar

Los pitagóricos descubrieron que al trazar un triángulo inscrito en una circunferencia teniendo como base el diámetro se forma un triángulo rectángulo, sin importar en qué parte de la circunferencia se encuentre el vértice superior, el ángulo que comprende dicho vértice siempre será de 90°

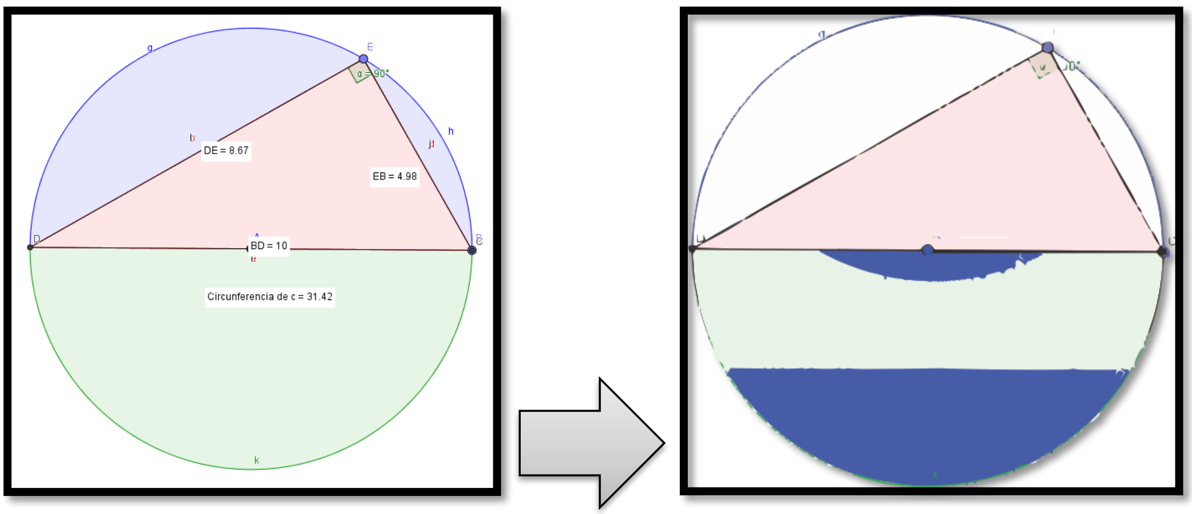


Figura 16: Representación de un triángulo rectángulo Inscrito en una circunferencia

La suma determinada por los arcos comprendidos por los catetos no es igual al área de la semicircunferencia de la hipotenusa, esta construcción geométrica es una propiedad que posee un triángulo rectángulo al ser inscrito en una circunferencia, esta representación solo sirve para la construcción y justificación del ángulo recto, por ende, es llamado Teorema de Pitágoras, no hipótesis y tampoco ley de Pitágoras.

El discurso escolar acerca del Teorema te Pitágoras es la asociación del enunciado “La suma del cuadrado de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa” cuando el discurso epistemológico hace mención también a una propiedad de los triángulos rectángulos, esta demostración es meramente geométrica y un aporte de la comunidad Pitagórica, siendo que los libros escolares pasan por alto esta característica, ¿Los docentes en formación también pasan por alto este conocimiento?

3.2. ANÁLISIS DIDÁCTICO

La Escuela Normal Superior de Chiapas como institución con finalidad de desarrollar la habilidad educativa y pedagógica de los docentes en formación, cuenta actualmente con un plan de estudios 2018 que debe de cursarse en un ciclo escolarizado durante ocho semestres. En las últimas dos décadas solo ha habido dos planes de estudios: Plan 1999 (desde 1999 hasta 2018) y el Plan 2018 (desde 2018 hasta la actualidad 2021).

El trabajo de investigación hacia esta institución y su plan de estudios prevalece en su carencia respecto al tema “Teorema de Pitágoras”, al cual no se le establecen asignaturas que permitan la enseñanza y/o la construcción de conocimiento sobre el contenido antes mencionado y la manera en que deben de adaptarse al trabajo áulico indicado por la Secretaria de Educación, donde se enseña bajo el Plan de estudios 2011.

El plan de estudios que antecede al que se encuentra en ejecución, era el plan 1999, que se caracterizaba por el siguiente lineamiento: El alumno ya posee los conocimientos matemáticos necesarios para cursar la licenciatura, sólo hay que inducirlo a la pedagogía de los contenidos para que pueda ejercer de manera eficiente y eficaz la enseñanza.

En el Plan 1999 se consideran contenidos matemáticos más específicos y amplios que en el plan 2018, en ambos, a los docentes en formación no se les instruye nuevas concepciones matemáticas que permitan comparar las demostraciones que se establecen en los libros de texto, siendo el único acercamiento con el tema, además de que se promueve la realización de material lúdico "para construir el conocimiento" en función de una enseñanza 2011.

La nula propuesta de la ENSCH por promover el aprendizaje de los contenidos se ha reflejado en que el 90% de los estudiantes de licenciatura conocen el Teorema de Pitágoras tal cual lo "aprendieron" en la secundaria porque era un tema que los maestros tienen que abordar.

La malla curricular 2018 incluye materias como: Razonamiento Geométrico en primer semestre, Geometría plana y del espacio en cuarto Semestre, Geometría analítica en quinto Semestre y Modelación para séptimo Semestre, siendo las asignaturas con ligera inclusión al Teorema. De igual forma apreciamos la asignatura de Historia y filosofía de las matemáticas en sexto semestre, asignatura que podría enriquecer conocimientos epistemológicos no solo del Teorema de Pitágoras, si no de los diversos contenidos de la matemática escolar

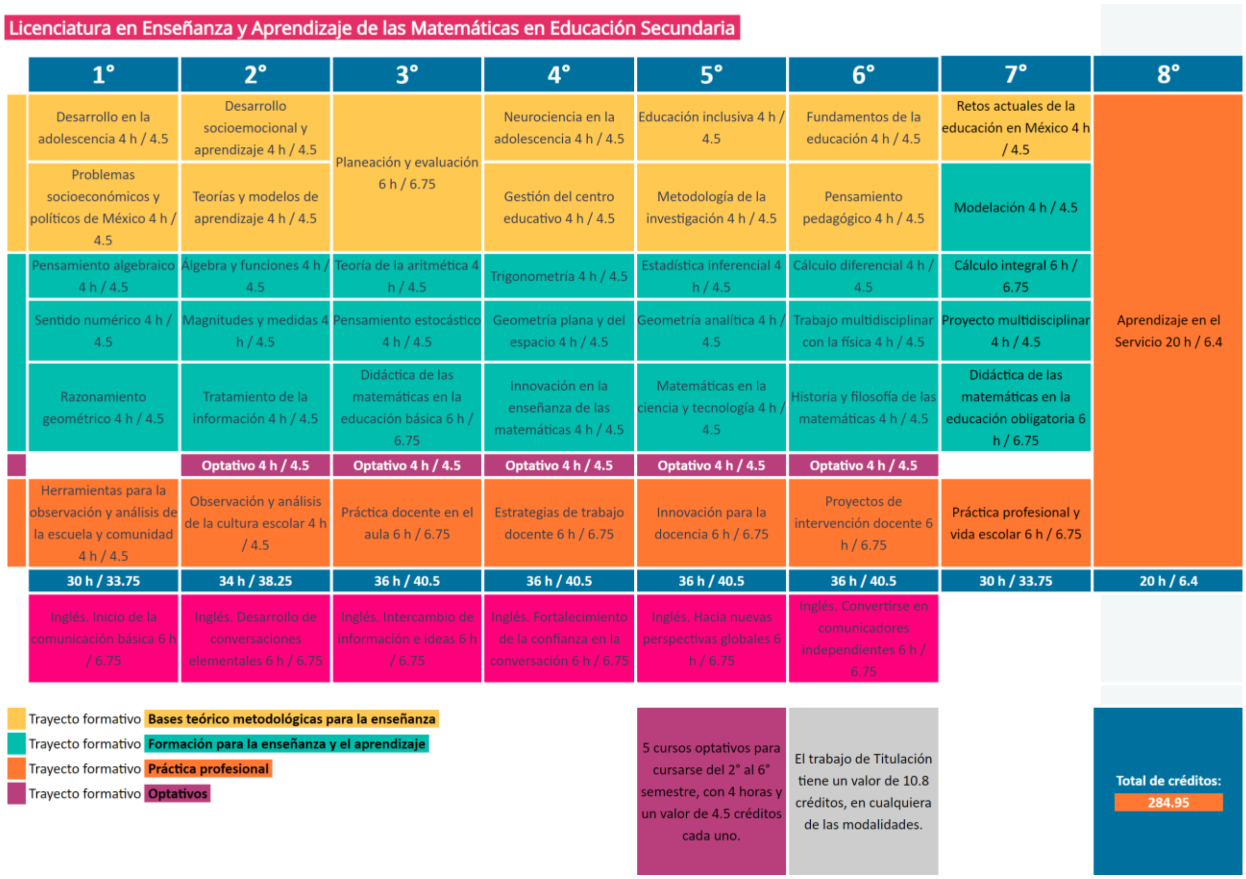


Figura 17: Malla curricular de la ENSCH de la especialidad de matemáticas (ENSCH, 2018)

La ENSCH ofrece diversas asignaturas tanto para la formación general como docente y como didacta de la matemática, es la única institución en el estado de Chiapas que hace homogénea la formación de docentes y matemáticos, es quien da la mejor oferta educativa para los futuros docentes matemáticos.

Por poner un ejemplo, si un joven desea prepararse para comprender y dominar el idioma inglés, tendrá que cursar de 3 a 4 años mínimo en una preparación minuciosa para adentrarse en una socialización exitosa en un contexto de ese idioma, ahora bien, si ese joven desea enseñar el idioma ingles tendrá que llevar una preparación extra.

Es asombroso cómo la ENSCH promete abordar tanto el idioma y lenguaje matemático en los mismos 4 años y a su vez, la formación docente y herramientas didácticas para preparar a los futuros docentes. La malla curricular propuesta por la ENSCH no podría centrarse minuciosamente a analizar y demostrar cada uno de los contenidos de la matemática, la licenciatura llevaría más tiempo del estimado habiendo una asignatura por cada teorema, ley o hipótesis, es por ello que únicamente les dan las herramientas necesarias para el rediseño del discurso escolar.

Existen muchos temas en la matemática por abordar minuciosamente en una licenciatura, y el perfil de egreso de la ENSCH pretende que los docentes en formación poseen las herramientas didácticas necesarias para investigar e innovar a la matemática escolar, a lo que recae en ellos la responsabilidad de demostrar los conocimientos geométricos que poseen acerca del Teorema de Pitágoras.

CAPÍTULO IV

EL TEOREMA DE PITÁGORAS EN LOS DOCENTES EN FORMACIÓN

El Teorema de Pitágoras es un concepto fundamental en matemáticas, establece que, en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa (el lado opuesto al ángulo recto) es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados. Este teorema tiene numerosas aplicaciones en matemáticas, ciencias e ingeniería.

Sin embargo, el Teorema de Pitágoras se enseña de una manera que se somete a una transposición didáctica, lo que da como resultado una versión simplificada y, a veces, distorsionada del concepto original. Un ejemplo común de esto es el énfasis en la memorización de la fórmula, en lugar de una comprensión más profunda del teorema.

El método de enseñanza tradicional del teorema de Pitágoras ha sido eficaz para transmitir la importancia de la prueba lógica y la comprensión de los conceptos matemáticos. Sin embargo, es posible que no sea interesante o relevante para todos los estudiantes, y es posible que los maestros deban complementar el enfoque tradicional con otros métodos de enseñanza para garantizar que todos los estudiantes puedan comprender y aplicar el teorema. Al hacerlo, los maestros pueden ayudar a los estudiantes a obtener una comprensión más profunda del teorema de Pitágoras y sus aplicaciones.

Como mencionamos en el capítulo I de nuestra investigación, nuestro objeto de estudio fueron los docentes en formación que están próximos a egresar de la ENSCH, específicamente de la especialidad de matemáticas, dichos docentes ingresaron a la carrera y egresan con la malla curricular del 2018 perteneciente a la misma institución.

Recordando el objetivo de nuestra investigación que es, conocer las actitudes y conocimientos que poseen los docentes en formación acerca de la enseñanza del Teorema de Pitágoras, empleamos un proceso de investigación de campo, en la cual, constó en realizar ciertas preguntas para conocer esas actitudes y conocimientos. De igual forma, les solicitamos planeaciones y propuestas de clases especificas hacia la enseñanza del Teorema de Pitágoras. Específicamente tuvimos el apoyo de tres docentes en formación quienes fueron, Valentina Vera, Luis Alejandro y Omar Ovalle docentes que, en sus últimas prácticas profesionales trabajaron con tercer grado de secundaria, grado donde se aborda dicho Teorema.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje intervienen dos actores, alumnos (docentes en formación) y maestros (catedráticos de la ENSCH), por lo que también tuvimos un acercamiento con sus catedráticos para conocer la forma en que abordar la formación de los docentes acerca de la enseñanza del Teorema de Pitágoras. Platicamos con el subdirector académico, Mtro. Manuel

Escobar Farrera y la Mtra. Aimeé Madrid Espinosa, catedráticos de la especialidad de matemáticas egresados de esta misma institución con la malla curricular de 1999, quienes nos apoyaron para enriquecer esta investigación.

Las entrevistas y platicar realizadas fueron al inicio de su último año de prácticas profesionales, una vez que les fueron asignadas las secundarias, grados y grupos, los docentes en formación aun no iniciaban sus clases por lo que sus respuestas y aportaciones fueron antes de que impartieran el Teorema de Piágoras

A su vez, durante la investigación, también nos presentamos ante una duda por el diseño de las actividades y planeaciones planteadas tanto por los docentes en formación como por los libros académicos. Los docentes replican lo que los libros actuales poseen por ende llegamos a la consigna, la misma matemática enseñada ha pasado por tantas adecuaciones que el modelo y demostración del Teorema de Pitágoras ya aterrizó en una didáctica para la enseñanza de este.

A su vez dicha conjetura se rompe al hacer el estudio del arte y observar que la enseñanza del Teorema de Pitágoras realmente no ha sufrido cambios, nos da a entender que solo ha existido un cambio, el cambio de la transposición didáctica, desde hace años se ha enseñado en base a la misma demostración y demostración algebraica, sin abordar el tema de forma geométrica.

Por ello mismo pensamos que la enseñanza del Teorema ya ha sido diseñada bajo un solo modelo didáctico para el aprendizaje de los estudiantes, pensando que, si a ellos se les presenta de forma diferente, con otra demostración, inclinándose más a un concepto geométrico los estudiantes presentan dificultades para comprenderlo

Experimentamos en romper este paradigma de la enseñanza del Teorema de Pitágoras al emplear una planeación y actividades completamente diferentes a las propuestas por los docentes en formación y los libros actuales, teniendo en duda si los estudiantes pudiesen comprender el tema trabajando con otra demostración y procedimiento de solución

Nuestra propuesta didáctica fue realizada con un grupo de 20 estudiantes de segundo semestre de bachillerato pertenecientes al a Universidad del Sureste (UDS) campus Comitán bajo los mismos pasos que las civilizaciones descubrieron el Teorema, considerando que los estudiantes podrían presentar dificultades al aprender o no este nuevo saber aprendido.

4.1 DIDÁCTICA DE LOS DOCENTES EN FORMACIÓN

Nuestro primer acercamiento fue con el subdirector académico de la ENSCH, el Mtro. Manuel Escobar Farrera, también docente de la especialidad de matemáticas, colaborador en el rediseño de la malla curricular 2018, con la que los docentes en formación que trabajamos egresan. El Mtro. Manuel también fue estudiante de esta institución, egresado con la malla curricular de 1999, malla curricular antecesora a la actual.

En nuestra plática con el Mtro. Manuel le planteamos la siguiente pregunta: ¿Qué conocimientos matemáticos previos deben de poseer los aspirantes a la especialidad de matemáticas de la ENSCH? A lo que él nos responde, el perfil de ingreso que deben de poseer los docentes en formación es que ellos ya deben de conocer los contenidos matemáticos, tales como algebra, geometría, trigonometría, calculo y demás. Es evidente la respuesta del Mtro. Puesto que la ENSCH es formadora de docentes, no formadora de matemáticos.

Esta respuesta nos orilló a preguntarle ¿Cuál es el nivel y la profundidad del conocimiento matemático y su didáctica que adquieren los futuros profesores de Educación Secundaria al final de su programa de formación? Abordamos la didáctica de los contenidos matemáticos, de cómo los docentes en formación pueden transformar los conocimientos matemáticos que ya poseen en didáctica. Nuevamente aterrizamos en la evidencia del objetivo de la ENSCH, formar docentes, no matemáticos

Así como tuvimos un acercamiento con catedrático de esta institución, tuvimos el acercamiento con tres docentes en formación, el primer docente que nos apoyó para conocer la didáctica de la ENSCH fue el joven Omar Ovalle, quien, en el momento de entrevistarlo acababa de ser asignado a la Técnica 131 de la Colonia Azteca de Tuxtla Gutiérrez, Chiapas con tercer grado de secundaria, grado donde se aborda el Teorema de Pitágoras.

El docente en formación Omar Ovalle nos expuso sobre los conocimientos que poseen para adentrarse a sus prácticas profesionales y cursar su última preparación para ingresar al servicio profesional docente, la pregunta fue la siguiente, ¿Qué conocimientos didácticos necesita un profesor para que la influencia de su práctica en los aprendizajes de los alumnos sea lo más provechosa posible? El uso del material didáctico, de tecnología, de las TIC´s y TAC´s. Si bien nuestra pregunta se centra sobre los conocimientos didácticos, a lo que el joven Omar responde muy similar al Mtro. Manuel haciendo énfasis en que la institución se enfoca en la formación docente, principalmente en la didáctica.

La respuesta del docente Omar se respalda a una nueva respuesta que nos proporcionó el Mtro. Manuel preguntándole, ¿Qué herramientas les ofrecen a los docentes en formación para llevar el Teorema de Pitágoras al aula con sus alumnos? Específicamente para este contenido abordamos las diversas demostraciones y la historia de Pitágoras de Sama, así los docentes lleven diversas propuestas didácticas para el diseño de sus clases

La Mtra. Aimeé menciona que abordan la historia del Teorema de Pitágoras, esta respuesta hace alusión que en la ENSCH podrían contar con alguna asignatura afín a la epistemología matemática. La Mtra. Aimeé, quien una vez fue alumna de esta institución y ahora formadora de docentes responde a la pregunta, ¿Cuentan con alguna asignatura afín a la epistemología matemática? En efecto, la asignatura de 6º semestre, historia y filosofía de las matemáticas, en esa asignatura deberían de abordar, no solo la historia del Teorema de Pitágoras sino de todos los contenidos de la matemática escolar.

Por lo que buscamos más específicamente en la forma cómo abordan el Teorema, y proseguimos con la pregunta ¿De qué forma abordan la epistemología del Teorema de Pitágoras en la malla curricular de la ENSCH? En la licenciatura incentivamos la autonomía de la investigación, mientras que nosotros como maestros los encaminamos con la información obtenida.

Para un nivel universitario, los futuros licenciados deberían de contar con la competencia de trabajo autónomo, incluso ingresan a una carrera especifica siendo la vocación que estará por nacer en su estancia universitaria, por ejemplo, un estudiante que ingresa a la ENSCH y su catedrático le deja una investigación sobre la historia y las demostraciones del Teorema de Pitágoras, es de esperarse que el docente en formación realizará dicha investigación y la presentará en clase para su evaluación

Esta competencia de trabajo autónomo es quien los acompañará a lo largo del servicio profesional docente, donde estarán en constante investigación, cursos y talleres para rediseñar el discurso escolar, por ende, la ENSCH se apoya de esta competencia de autonomía para abordar los contenidos epistemológicos.

Recordando el objetivo de nuestra investigación, conocer las actitudes y conocimientos que poseen los docentes en formación acerca de la enseñanza del Teorema de Pitágoras, nos acercamos a un segundo docente en formación, el joven Luis Alejandro, quien, de igual forma, acaba de ser asignado a tercer grado de secundaria en la secundaria general Joaquín Miguel Gutiérrez del mismo municipio de Tuxtla Gutiérrez Chiapas, nos respondió la siguiente pregunta, ¿Qué contenidos en la formación docente (asignaturas de ENSCH) favorecen los conocimientos a los profesores en formación acerca del Teorema de Pitágoras? No recuerdo bien, pero creo que fue en 4º semestre con el Mtro. Manuel en Geometría plana y del espacio, ahí vimos las diversas demostraciones y los materiales didácticos que podíamos usar para enseñarlo.

La respuesta del docente en formación Luis Alejandro, hace mucho énfasis en las demostraciones, absteniéndose de mencionar la asignatura de historia de las matemáticas, respuesta similar a la de los otros dos docentes en formación, presentándonos que poseen herramientas didácticas, conocen las demostraciones, pero carecen de la epistemología del Teorema. Las respuestas tanto del Mtro. Manuel y de los docentes en formación siguen haciendo énfasis en su formación docente, no formación matemática.

La ENSCH, formadora de docentes se centra en desarrollar competencias de investigación y de didáctica matemática, el objetivo de los docentes en formación es rediseñar la didáctica de la matemática escolar, trabajando en conjunto, los docentes tienen que apoyarse de los planes y programas más actuales para el diseño de sus clases, así como de los libros más actuales.

4.1.1 PLANEACIONES

La línea que existe entre el saber sabio y el saber enseñado es tan grande como delgada según la transposición que realice el docente, ya sea replicando y explicando el saber sabio, como apoyar a los docentes a que desarrollen el conocimiento a través de la epistemología del saber, en cualquiera de las dos premisas, si el conocimiento no aterriza en un saber aprendido el ciclo de la transposición didáctica no se cerrará y el conocimiento tendrá que replicar los dos primeros pasas hasta que se logre romper el paradigma.

Los docentes en formación mencionan la importancia del uso de la tecnología para abordar la enseñanza del Teorema de Pitágoras, principalmente con el Software Geogebra, esta respuesta fue proporcionada al inicio del ciclo escolar, antes de que impartieran el tema, para el momento de diseñar sus planeaciones, no lo emplean.

Mientras que les preguntamos ¿Cuáles fueron las necesidades que cubría el Teorema de Pitágoras cuando fue desarrollado? El docente Omar nos hace mención sobre el cálculo de terrenos y alturas con respecto a la sobra, respuesta similar a la de sus otros dos compañeros. El teorema de Pitágoras no surgió para calcular medidas, más bien para representar números racionales y con las ternas pitagóricas delimitar terrenos perfectamente a 90 grados utilizándola como escuadra. Sus propuestas, aún lejos de la epistemología fueron reflejadas en sus planeaciones.

La tercera docente en formación que nos apoyó para la investigación fue Valentina, de igual forma trabajando con 3er grado de la escuela secundaria Jacob Pimentel Sarmiento, quien al preguntarle ¿Qué cambios ha sufrido el Teorema por el cual fue creado al que se utiliza escolarmente hoy? Responde, “lo han adecuado de forma más sencilla para que los alumnos lo puedan entender” y a su vez la pregunta ¿Por qué creen que en los libros de texto se presenta la última demostración del Teorema por los griegos y no la primera por los babilonios? Contesta, “es más fácil de entender y que los estudiantes aprendan el teorema con la demostración de los libros más actuales”. Respuestas muy parecidas a las de sus demás compañeros.

Cuando el docente en formación se apoya de los planes y programas, está realizando un análisis de los conocimientos previos que deberían de poseer sus estudiantes, tales como reconocimiento de los catetos e hipotenusa, respuesta proporcionada de igual forma por el docente Luis Alejandro, y la evidencia de apoyarse de los planes y programas es para la ejemplificación y planificación para el diseño de clases. Los docentes en formación se apoyan de los libros de texto más actuales, teniendo la concepción de que ellos les proporcionaran las consignas más modernas para abordar el Teorema de Pitágoras, respuesta proporcionada por el docente Omar.

Observando libros de la década pasada nos encontramos con planteamientos epistemológicos, más específicamente, presentando las necesidades del antiguo Egipto y la aplicación del Teorema de Pitágoras; los libros actuales ya no cuentan con esta aportación epistemológica, por lo que los libros y los planes de estudio cada vez más se actualizan en la didáctica y se va alejando de la epistemología.

5. En el antiguo Egipto, cuando ocurrían desbordamientos del cauce del río Nilo, las inundaciones provocaban que se perdieran los límites entre los terrenos (o parcelas), los harpedonaptas (tendedores de cuerdas, agrimentores) tenían la tarea de reproducir gráficamente el área de las propiedades territoriales.

Para trazar perpendiculares sobre un terreno, utilizaban una cuerda dividida en 12 tramos por medio de 13 nudos equidistantes.

Formaban un triángulo cuyos lados fueran 3, 4 y 5 tramos. El triángulo era un triángulo rectángulo y que es llamado ***triángulo egipcio 3-4-5***.

Figura 18: Planteamiento del teorema de libro de 3º de telesecundaria (2006)

Al realizar una comparativa de las actividades y demostraciones que ofrecen los libros acerca del Teorema de Pitágoras de la década pasada a los actuales, cambiando el contexto del problema, y la demostración se acerca al aspecto geométrico, alineándose al correcto concepto cuadrado como exponente y área; por ende los docentes en formación adquieren y enseñan de la misma forma que los docentes del siglo pasado, no por el hecho de arrastrar una enseñanza tradicional, sino porque su institución formadora se centra en darles herramientas didácticas y no epistemológicas.

Actualización con actualización, los libros han tenido cambios hacia el perfil didáctico, y se van alejando de la epistemología, como si la historia no fuese relevante en la resolución de problemas, siendo la base de la construcción del conocimiento matemático. Esta premisa hace que el docente no investigue y esto influye en gran manera en la forma en cómo el docente aborde los temas; una de las tareas más grandes del docente en formación es innovar la enseñanza, la metodología de aprendizaje y sobre todo la didáctica de los temas, aun si los libros se alejan de la epistemología

Observamos que los docentes en formación se apoyan en gran manera de los libros de texto más actuales para el diseño de sus clases, y no es un error, es claro que las clases deben de sustentarse en los planes y programas más actuales, esa es la intención de la educación moderna, el problema surge que, cuando el docente se apoya cien por ciento en un libro actual es sinónimo que sus clases no se acercarán a la epistemología.

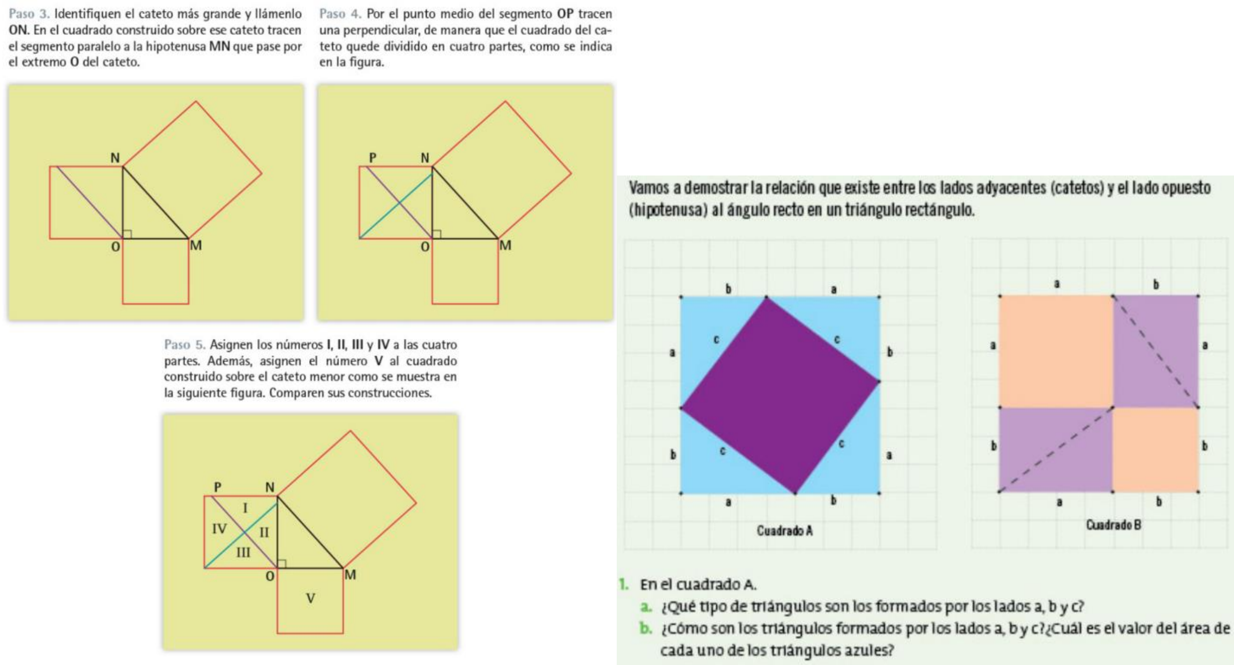


Figura 19: Comparación entre libro de telesecundaria 2006 y 2018

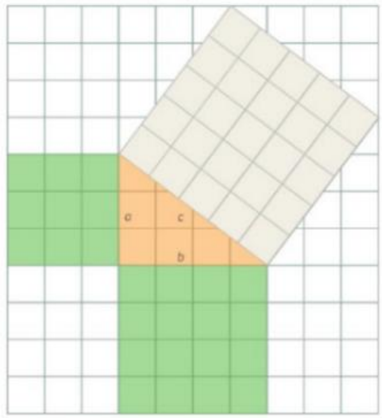
La imagen de la derecha pertenece a un libro de edición 2018, apegado al plan y programa de matemáticas más actual hasta este punto, a pesar de que el libro se aleja de aplicaciones y consignas similares a las antiguas civilizaciones, tal como el caso del libro de telesecundaria del 2006, se rediseña presentando una demostración geométrica tal y como lo hicieron los chinos

A pesar de que los libros de texto se alejan de consignas y planteamientos epistemológicos, retoman las demostraciones que originaron al Teorema. Esta didáctica de los libros de matemáticas es la misma que los docentes en formación replican en sus planeaciones, tal es el caso del docente Omar Ovalle y Valentina Vera.

Análisis Previo

Consigna:

1.- En un parque recreativo se tomó la decisión de trasladar el pasto sintético de dos regiones cuadradas hacia una zona gris más grande. Las piezas de pasto que será recortado y colocado serán cuadradas, tal como se muestra en la representación.



De acuerdo con lo anterior, responde las siguientes preguntas:

a) ¿Cuántos tapetes más será necesario comprar para cubrir por completo la sección gris?

Respuesta: Ninguno, ya que con los tapetes de los dos cuadrados fue suficiente para cubrir la superficie gris.

b) ¿Cuántos cuadros hay sobre el lado a del triángulo?

Respuesta: 3 cuadros

c) ¿Cuál es el área del cuadrado del lado a?

Respuesta: 9 cuadros

d) ¿Cuántos cuadros hay sobre el lado b del triángulo?

Respuesta: 4 cuadros

e) ¿Cuál es el área del cuadrado del lado b?

Respuesta: 16 cuadros

f) ¿Cuántos cuadros hay sobre el lado c del triángulo?

Respuesta: 5 cuadros

g) ¿Cuál es el área del cuadrado del lado c?

Respuesta: 25 cuadros

Figura 20: Fragmento de planeación del docente Omar Ovalle

En sus secuencias de clases observamos que se centran en desarrollar el enunciado "la suma del cuadrado de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa" y es evidente que ese es el objetivo del Teorema, demostrar y ejemplificar para la resolución de diversos problemas; existe una premisa ante esta situación, recordando la epistemología del Teorema, cuando el enunciado menciona "cuadrado" no hace referencia a la forma geométrica de un cuadrado si no al valor cuadrático que se obtiene de un área, siendo este uno de los conocimientos geométricos que carecen los docentes.

Por ende, al diseñar sus planeaciones dejan a un lado el concepto geométrico desde la primera clase yéndose completamente al aspecto algebraico, enseñando la asociación entre el enunciado en lenguaje común, el enunciado en lenguaje algebraico y la representación geométrica con cuadriláteros, que, a su vez, un docente rompe el paradigma en una clase al representar al enunciado correctamente "cuadrado = área", y posteriormente en los problemas que propone no se apoyan en la demostración geométrica que hizo, orillando a los alumnos a resolver las actividades con lo adquirido en la primera clase.

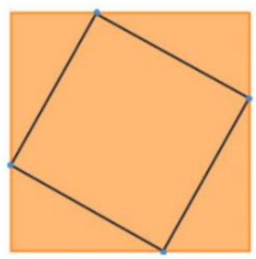
h) Escribe aritméticamente, la relación que existe entre el área del cuadrado del lado c (el más grande) con el área de los cuadrados a y b:

9 + 16 = 25 ó $3^2 + 4^2 = 5^2$

2.- El maestro de Martín le ha dejado de actividad el justificar el teorema de Pitágoras geométricamente, para lo cual le proporcionó una hoja para que recortara los triángulos y cuadrados que se encuentran trazados dentro de un cuadrado, así como un cuadrado extra. Todo esto con la intención de que identifique esta propiedad de la medida de los lados de los del triángulo rectángulo mediante un tipo de rompecabezas.

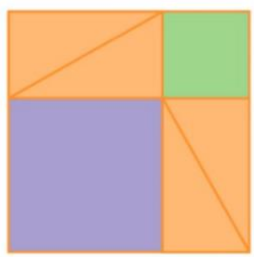
a) ¿Qué sucede si colocamos el cuadrado extra junto con todos los triángulos y los colocamos en forma de cuadrado dentro del molde proporcionado en el material recortable?

Respuesta: Se llena por completo y de manera exacta el cuadrado de referencia.



b) ¿Qué sucede si acomodamos los otros dos cuadrados que se encontraban en el recorte original?

Respuesta: Se llena por completo y de manera exacta el cuadrado de referencia.



c) ¿Qué coincidencias hubo en ambos casos con el rompecabezas?

Respuesta: Que en ambos casos se llenó por completo el cuadrado de referencia, por lo tanto, al sumar las dos áreas de los cuadrados pequeños tenemos que es la misma del cuadrado extra o el de mayor tamaño representado en el primer caso.

Figura 21: Fragmento de planeación de Luis Alejandro

Los docentes en formación replican la didáctica tanto de los docentes que una vez les impartieron clases de matemáticas, como de la didáctica de los libros y de la demás comunidad de docentes de matemáticas en formación, pero esa no es la problemática central, la problemática crece cuando las actitudes del docente en formación se centran en la copia de didácticas y actividades de libros actuales, actitudes de no investigar ni innovar con el sustento epistemológico

4.1.2 DISEÑO DE ACTIVIDADES

El aprendizaje matemático es un tema fascinante que ha desempeñado un papel fundamental en el desarrollo humano durante miles de años. En la antigüedad, varias civilizaciones de todo el mundo sentaron las bases de los principios matemáticos que usamos hoy. A medida que estudiamos estas civilizaciones antiguas, podemos ver que el proceso de aprender matemáticas es muy similar al que atravesaron.

El primer paso para desarrollar habilidades matemáticas es entender los números y sus relaciones. Las civilizaciones antiguas, como los babilonios, los egipcios y los mayas, eran expertas en el uso de números y el reconocimiento de patrones. Desarrollaron sistemas para contar, medir y calcular que les permitieron realizar un seguimiento del tiempo, intercambiar bienes y construir impresionantes proezas arquitectónicas. De la misma manera, los estudiantes de hoy comienzan su viaje matemático aprendiendo los conceptos básicos de conteo, suma, resta, multiplicación y división.

El siguiente paso en el desarrollo de las matemáticas es la introducción de conceptos más complejos como la geometría, el álgebra y el cálculo. Las civilizaciones antiguas, como los griegos, los chinos y los indios, fueron fundamentales en el desarrollo de estos campos de las matemáticas. Exploraron las propiedades de las formas y el espacio, descubrieron nuevas formas de resolver ecuaciones y desarrollaron métodos. De manera similar, a los estudiantes modernos se les presentan estos mismos conceptos a medida que avanzan en su educación matemática.

Otro aspecto crítico del aprendizaje matemático es el uso de habilidades para resolver problemas. Las civilizaciones antiguas enfrentaron numerosos desafíos que requerían soluciones matemáticas. Por ejemplo, los egipcios usaron la geometría para medir la tierra con fines impositivos, mientras que los griegos usaron principios matemáticos para construir estructuras impresionantes como el Partenón. De la misma manera, a los estudiantes modernos se les presentan varios problemas que requieren que usen sus conocimientos matemáticos para encontrar soluciones.

Finalmente, uno de los aspectos más importantes del aprendizaje matemático es la práctica. Las civilizaciones antiguas desarrollaron sus habilidades matemáticas a través de años de práctica, experimentación y refinamiento. Transmitieron su conocimiento a través de registros escritos, lo que permitió a las generaciones futuras construir sobre sus descubrimientos. De manera similar, los estudiantes modernos necesitan practicar sus habilidades matemáticas con regularidad para dominar la materia. Esto incluye completar las tareas asignadas, participar en actividades de clase y buscar ayuda cuando sea necesario.

La esencia del Teorema de Pitágoras es demostrar las características de los lados de un triángulo rectángulo llamados catetos e hipotenusa, analizando la epistemología del teorema, las antiguas civilizaciones no se enfrentaron originalmente a encontrar lados faltantes de triángulos rectángulos, al contrario, se apoyaban de las ternas pitagóricas para formar cuadriláteros rectángulos, esas eran las consignas centrales que resolvían en la antigüedad.

Los estudiantes modernos continúan construyendo sobre sus descubrimientos. Al comprender los pasos que dieron las civilizaciones antiguas para desarrollar su conocimiento matemático, podemos ver que el proceso de aprender matemáticas sigue siendo relevante hoy en día. Los estudiantes deben dominar los conceptos básicos, explorar conceptos complejos, usar habilidades para resolver problemas y practicar regularmente para dominar la materia.

Justamente los libros de texto y los docentes en formación se alejan de la consigna central que originó al teorema, proponiendo consignas de calcular el lado faltante de un triángulo rectángulo en diferentes contextos repitiendo el mismo patrón de los problemas del siglo pasado, alturas, longitudes de hilos, cables, escaleras, sombras proyectadas, distancias en función a la hipotenusa; todas y cada una de las propuestas centrándose en el enunciado “el cuadrado de los catetos” dejando a un lado el verdadero concepto de cuadrado como valor de área.

Este conocimiento lo demostraron los docentes al responder ¿Qué problemas proponen para el diseño de actividades con respecto al Teorema de Pitágoras? Altura de postes, escaleras y de más con el uso de sombras o distancias determinadas, que de igual forma responden a ¿Qué necesidades o planteamientos cubre actualmente el Teorema de Pitágoras? Cálculo de alturas y terrenos, respuestas por parte de los docentes Valentina y Luis Alejandro respectivamente

Para enriquecer la investigación y abordar también la socioepistemología del Teorema de Pitágoras logramos entrevistar al Arq. Fabian Villan, dueño, director y catedrático de la secundaria Gandhi ubicada en la ciudad de Comitán de Domínguez, Chiapas, a su vez el arquitecto se encontraba en diversos proyectos arquitectónicos durante nuestra investigación.

Le preguntamos al arquitecto, ¿Cómo emplean el Teorema de Pitágoras en la arquitectura? Para trazar, colindancias de construcción y principalmente para las escuadras de los muros. Por ejemplo, trazamos el eje en la construcción para las divisiones de una habitación, nos colocamos a cada lado con el hilo de eje o con un lápiz y se traza 60cm y 80cm para así la hipotenusa dar un metro perfectamente, de esta forma ya se podrán levantar los muros, porque si no van a 90° se puede ir abriendo o cerrando los muros en un desastre natural.

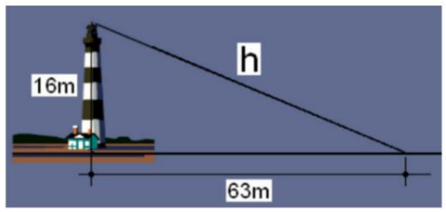
En comparación con los docentes en formación, su respuesta fue más limitada cómo sus propuestas didácticas, ¿Qué utilidad tiene el teorema de Pitágoras fuera del contexto educativo? Para la construcción de casas, edificios, puentes y de más, respuestas similares por parte de los tres docentes.

Prosiguiendo con la entrevista del Arq. Fabian, el responde a ¿Qué consignas como Arquitecto y docente propone para el diseño de una clase? Que los estudiantes si realicen los cálculos del Teorema de Pitágoras, pero no para memorizar el algoritmo, más bien para aprenderse las diversas ternas pitagóricas que hay, y muchas veces con crear proporciones de un triángulo rectángulo se crean nuevas ternas pitagóricas, por ejemplo, de la terna 3 4 y 5, podemos crear otra proporcional a 12 16 y 20, multiplicando por 4 cada lado. Los alumnos pueden comprobar el teorema y así delimitar un terreno de 12m x 16m y sus esquinas perfectamente a 90°, porque sabría que la diagonal del rectángulo vale 20m

Los docentes en formación evidencian que no indagan tanto en la epistemología como en la socioepistemología del teorema, tratando de abordar nuevos contextos para el planteamiento de consignas y ese conocimiento carente lo reflejan en sus propuestas didácticas, limitándose al discurso tradicional de la enseñanza del Teorema, cálculo de alturas, cuando la aplicación sigue siendo la misma de las antiguas civilizaciones, conocer las ternas pitagóricas.

Consigna(s)

1.- Un faro de 16 metros de altura manda su luz a distancia horizontal sobre el mar de 63 metros. ¿Cuál es la longitud en metros del haz de luz?



2.- La cara frontal de una tienda de campaña es un triángulo isósceles cuya base mide 1.6 metros y cada uno de los lados iguales mide 170 centímetros. Calcula la altura en centímetros de esa tienda de campaña:

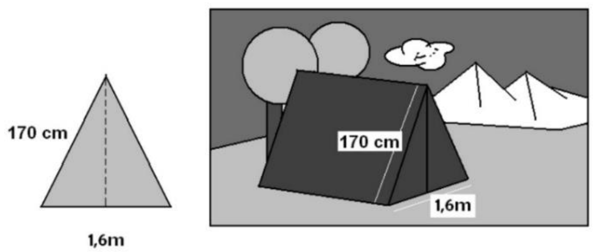


Figura 22: Fragmento de Planeación de Luis Alejandro

Observamos que el Arq. Fabian, a pesar de no poseer la didáctica de las matemáticas y una formación previa como docente, su trabajo lo acerca a nuevos contextos para la aplicación de Teorema de Pitágoras, evidenciando que el Teorema tiene más aplicaciones conociendo las ternas pitagóricas que buscar el lado faltante, tal y como las antiguas civilizaciones lo utilizaron.

A pesar de trabajar cercanamente con tres docentes en formación, presentan la carencia de conocimientos geométricos, epistemológicos y socioepistemológicos así como el uso de tecnologías para el diseño de propuestas didácticas acerca del Teorema. Para abordar estas limitaciones, los maestros pueden incorporar otros métodos de enseñanza, como actividades prácticas o aprendizaje basado en tecnología, para complementar el enfoque de enseñanza tradicional. Por ejemplo, los maestros pueden usar pizarras interactivas, simulaciones en línea o manipulativos para ayudar a los estudiantes a visualizar el teorema de Pitágoras y aplicarlo a problemas del mundo real.

Como mencionamos anteriormente, pretendimos rediseñar el discurso matemático propuesto por los docentes en formación con un grupo de bachillerato de 20 estudiantes, realizando una secuencia didáctica que aborde el tema desde la epistemología, proponiendo problemas geométricos y resolviendo consignas sin el enunciado del Teorema, tal y como las civilizaciones resolvían estos problemas, a su vez, con el apoyo del software Geogebra y con el uso de juego geométrico los estudiantes lograron construir cuadriláteros con ángulos rectos sin el uso de transportador, cumpliendo las característica de las ternas pitagóricas

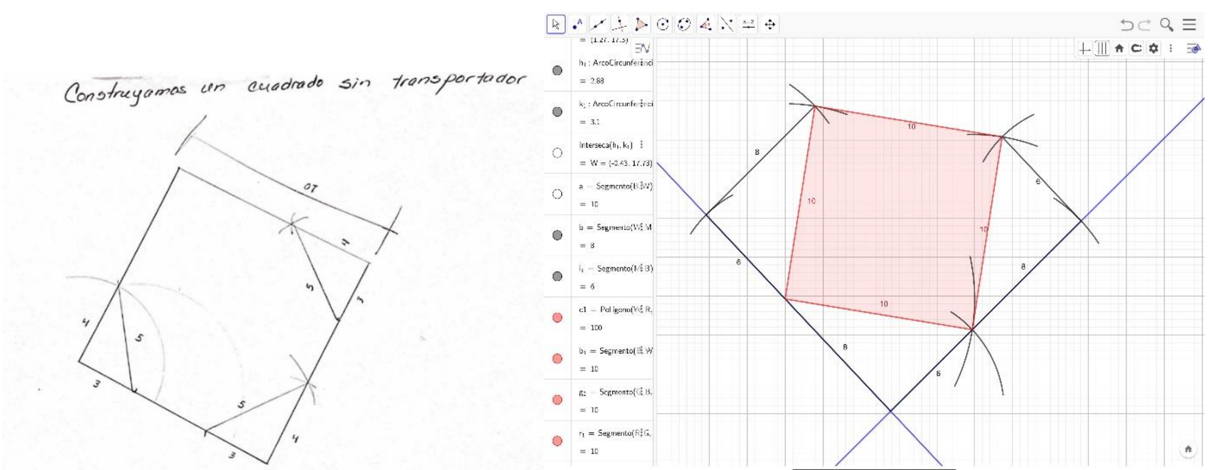


Figura 23: Evidencias de propuesta didáctica con grupo de bachillerato

4.1.3 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

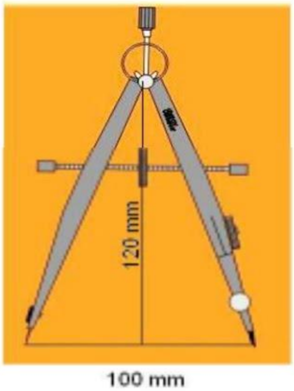
¿Cuáles son los conocimientos previos que se necesitan para enseñar el teorema de Pitágoras? Características de un triángulo rectángulo, números cuadráticos y racionales, fue la respuesta de la docente Valentina, y en efecto, esos son uno de los conocimientos previos necesarios, pero también es primordial comprender que al hacer énfasis de "cuadrado" no siempre es un cuadrilátero, o un exponente de segundo grado, sino también de área.

Los docentes en formación presentan conocimientos limitados para la resolución del teorema de Pitágoras, demostrándolo con la respuesta a, ¿Conoces algún procedimiento para resolver problemas afines al Teorema de Pitágoras sin el uso del Teorema? "Creo que por eso se creó el Teorema de Pitágoras, porque sin él no se podrían resolver esos problemas, eso lo orillo a crearse" respuesta por parte del docente Omar, similar a la de sus demás compañeros.

Los docentes ofrecen un único método de solución para obtener el lado faltante de los triángulos rectángulos que proponen; podemos observar que ofrecen un único juicio para la solución de los problemas y ese juicio es el mismo que ofrecen los libros de texto de la década pasada, dando a entender que las antiguas civilizaciones no pudieron resolver estos problemas hasta la conjetura del teorema.

Consignas:

1.- Un compás tiene separada las puntas de sus patas 100 milímetros, mientras que la vertical desde el eje hasta el papel alcanza una altura de 120 milímetros. ¿Cuál es la medida, en milímetros, de cada una de sus patas?



Procedimiento:
1.- Para poder aplicar el teorema de Pitágoras debemos cerciorarnos de que se forme un triángulo rectángulo en la representación, lo cual, si se da, ya que entre la vertical y la superficie se forma un ángulo de 90°.

2.- Ahora bien, identificamos los datos que nos proporciona el problema:
Hipotenusa (c): ?
Cateto (a): 50 mm, es decir la mitad de la distancia entre las puntas de las patas.
Cateto (b): 120 mm

3.- Consideramos el teorema de Pitágoras:
$a^2 + b^2 = c^2$

4.- Identificamos que necesitamos conocer el valor de la hipotenusa, ya que el cateto a y b los conocemos y serán los datos que permitirán encontrar la medida faltante. Por lo tanto, aplicaremos el teorema de manera directa:
$a^2 + b^2 = c^2$
$c^2 = a^2 + b^2$

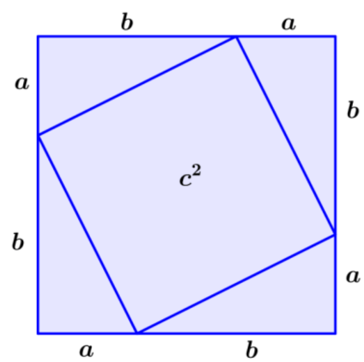
5.- Sustituimos los datos mostrados en el punto 2 dentro del teorema y nos queda:
$c^2 = a^2 + b^2$
$c^2 = (50)^2 + (120)^2$
$c^2 = 2\,500 + 14\,400$
$c^2 = 16\,900$
$c = \sqrt{16\,900}$
$b = 130$

Respuesta: Cada pata del compás mide 130 milímetros.

Figura 24: Fragmento de planeación de Omar Ovalle

A su vez, en nuestra secuencia didáctica propusimos enseñar el teorema con una demostración distinta, teniendo presente que posiblemente los estudiantes pudiesen haber presentado dificultades para comprender tanto la demostración como el mismo teorema que posiblemente esta era una de las razones por las que tanto los libros como los docentes en formación se centran en una sola demostración, aun así, nuestra investigación nos orilló a romper el paradigma.

Nuestra resolución de los problemas propuestos fue basada en la demostración china, apoyándonos del concepto de binomios al cuadrado si bien es un procedimiento más laborioso, pero eso nos ayudó a demostrarle a los alumnos el porqué del teorema se expresa algebraicamente tal y como lo conocemos.



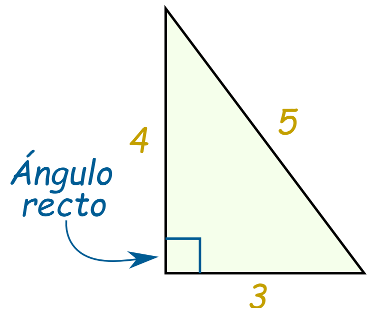
Determinaremos el valor del cuadrado inscrito con área c^2

$$c^2 = (a+b)^2 - 4\frac{ab}{2}$$

$$c^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Creamos diversos planteamientos para la obtención del valor de la hipotenusa de triángulos rectángulos con la primera ecuación, por ejemplo:



$$c^2 = (4+3)^2 - 4\frac{3 * 4}{2}$$

$$c^2 = (7)^2 - 4\frac{12}{2}$$

$$c^2 = 49 - 24$$

$$c^2 = 25$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{25} \Rightarrow c = 5$$

Cada uno de los problemas propuestos y resueltos por los docentes aterrizan en el último procedimiento no obligatorio del teorema, obtener al lado o bien a la literal con exponente uno, en otras palabras, tanto el problema, la resolución y el resultado no debería de terminar en un valor cuadrático según el discurso matemático propuesto por los docentes en formación, a lo que nuevamente nosotros como investigadores rompemos nuevamente el paradigma, presentando un problema que enuncie al verdadero concepto de “cuadrado” como área del Teorema.

Este problema dice así: Se remodelará el área de las butacas de un estadio de fútbol, cada lado de la cancha tiene una forma de semicírculo para las butacas, se sabe que las dimensiones de la cancha son de largo 100 m y su diagonal de 200 m, Determina el área para las butacas que irán a los lados anchos de la cancha tal y como se muestra en la imagen

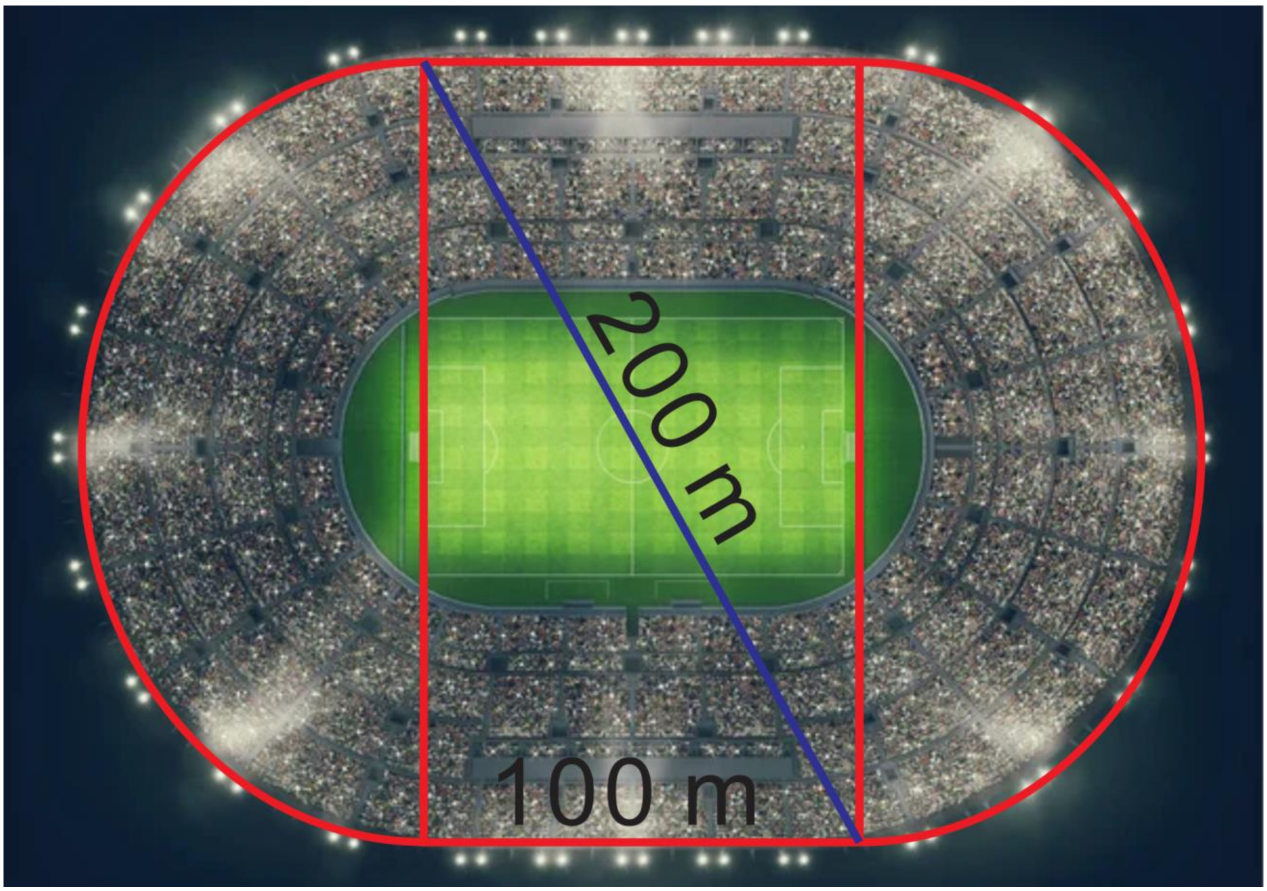


Figura 25: Planteamiento de propuesta didáctica con grupo de bachillerato

Utilizamos la formula del Teorema de Pitágoras y despejamos al cateto

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = c^2 - b^2$$

$$b^2 = 200^2 - 100^2$$

$$b^2 = 40´000 - 10´000$$

$$b^2 = 30´000$$

Observamos que la resolución del problema termina al obtener el cateto en valor cuadrático, sin la necesidad de sacar raíz cuadrada como las propuestas de los docentes, porque esa es la intención del Teorema, comprender que dicho valor hace alusión a área, siendo este otro de los conocimientos geométricos que carecen los docentes en formación.

Es importante que los maestros presenten el Teorema de Pitágoras de una manera que enfatice el concepto subyacente y sus aplicaciones en el mundo real. Esto puede implicar el uso de ayudas visuales, como diagramas o modelos, para ayudar a los estudiantes a visualizar el teorema en acción. Por ejemplo, los maestros pueden usar cuadrados o rectángulos de diferentes tamaños para demostrar cómo se aplica el teorema a diferentes triángulos rectángulos.

Como resultado, es posible que muchos estudiantes no comprendan completamente los principios subyacentes del teorema y tengan dificultades para aplicar sus conocimientos en situaciones nuevas y desconocidas. Esto puede ser particularmente problemático cuando se trata de temas matemáticos más avanzados, donde se requiere una comprensión más profunda del tema para resolver problemas complejos.

Una de las razones por las que los profesores no investigan la epistemología del teorema es que el perfil de ingreso a la ENSCH estipula que *"Los estudiantes deberán de poseer conocimientos de la asignatura de matemáticas y sus aplicaciones, así como conocimientos históricos matemáticos"* (ENSCH, 2018). Los programas de formación docente a menudo se centran más en los aspectos prácticos de la enseñanza, como la planificación de lecciones y la gestión del aula, que en los fundamentos epistemológicos de la materia.

Además, el énfasis en las pruebas estandarizadas en muchas escuelas también puede contribuir a la falta de enfoque en la epistemología de las matemáticas. Los maestros pueden sentir la presión de enseñar para el examen, en lugar de tomarse el tiempo para explorar el tema con mayor profundidad y detalle.

Las matemáticas son un tema que se ha estudiado durante miles de años y el campo ha evolucionado significativamente con el tiempo. Sin embargo, cuando se trata de la forma en que se enseñan las matemáticas en las escuelas, muchos maestros a menudo no investigan la epistemología de las matemáticas y, en cambio, confían en los métodos de enseñanza que les enseñaron cuando eran estudiantes. Esto puede resultar en una falta de profundidad y puede impedir que los estudiantes comprendan completamente el tema.

En resumen, el Teorema de Pitágoras a menudo se enseña de una manera que se somete a una transposición didáctica, lo que da como resultado una versión simplificada y, a veces, distorsionada del concepto original. Para mitigar los efectos de la transposición didáctica, es importante que los maestros enfaticen el concepto epistemológico y sus aplicaciones en el mundo real, para ayudar a los estudiantes a comprender el teorema de una manera más profunda.

Para abordar este problema, es importante que los profesores adopten un enfoque más matizado en la enseñanza de las matemáticas. Esto puede implicar tomarse el tiempo para investigar la epistemología del tema, explorar el desarrollo histórico de los conceptos matemáticos y alentar a los estudiantes a pensar críticamente sobre el tema.

Los programas de formación de docentes deben poner un mayor énfasis en los fundamentos teóricos de las matemáticas y proporcionar a los docentes las herramientas que necesitan para explorar el tema con mayor profundidad. Al adoptar un enfoque más matizado y reflexivo para la enseñanza de las matemáticas, podemos asegurarnos de que los estudiantes desarrollen una comprensión más profunda de la materia y estén mejor equipados para aplicar sus conocimientos en el mundo real.

4.2 LIMITACIONES Y FORTALEZAS

A lo largo de los años, las metodologías de enseñanza han sufrido cambios significativos como resultado de los avances tecnológicos, la investigación en educación y la evolución de las teorías pedagógicas. Sin embargo, aún existen limitaciones a las que se enfrentan los docentes cuando intentan replicar las metodologías de enseñanza de años atrás.

Explorando algunas de las limitaciones que enfrentan los maestros cuando intentan utilizar métodos de enseñanza obsoletos nos encontramos que, en primer lugar, las necesidades cambiantes de los alumnos son una limitación significativa para los profesores que intentan replicar metodologías de enseñanza obsoletas. Los estudiantes de hoy tienen diferentes necesidades y estilos de aprendizaje que los estudiantes del pasado. Por ejemplo, muchos estudiantes hoy en día son aprendices visuales y responden mejor a los materiales didácticos basados en multimedia, como videos y animaciones. Tratar de enseñar utilizando métodos tradicionales, como conferencias y libros de texto, puede no ser efectivo para estos alumnos.

En segundo lugar, los avances tecnológicos han cambiado la forma en que los estudiantes aprenden, y esta es otra limitación importante para los docentes que intentan replicar metodologías de enseñanza obsoletas. En el pasado, los maestros tenían recursos y herramientas limitados a su disposición, como pizarrones y libros de texto. Sin embargo, los docentes de la ENSCH tienen acceso a una amplia gama de herramientas tecnológicas, como pizarras interactivas, plataformas de aprendizaje en línea y aplicaciones educativas. No utilizar estos recursos puede poner a los profesores en desventaja y limitar la eficacia de su enseñanza.

En tercer lugar, muchas metodologías de enseñanza obsoletas se basaban en un enfoque educativo de "talla única", que ya no es eficaz. Este enfoque asume que todos los estudiantes aprenden de la misma manera y al mismo ritmo. Sin embargo, ahora sabemos que los estudiantes tienen diferentes estilos de aprendizaje, habilidades e intereses. Los maestros ahora deben usar la instrucción diferenciada para satisfacer las diversas necesidades de aprendizaje de sus estudiantes, lo cual es difícil de hacer usando metodologías de enseñanza obsoletas.

Si bien es importante comprender y apreciar la historia de las metodologías de enseñanza, es esencial que los docentes reconozcan las limitaciones de replicar métodos de enseñanza obsoletos. Al adoptar nuevos métodos de enseñanza y adaptarse a las necesidades cambiantes de los estudiantes, los maestros pueden crear un entorno de aprendizaje más efectivo e inclusivo que promueva el éxito de los estudiantes. Los maestros deben usar tecnología e instrucción diferenciada para satisfacer las diversas necesidades de sus alumnos y crear una experiencia de aprendizaje que sea atractiva, relevante y significativa.

El teorema de Pitágoras es un concepto fundamental en matemáticas y es una parte clave de muchos planes de estudios en todo el mundo. Sin embargo, a pesar de su importancia, muchos estudiantes luchan por comprender y aplicar el teorema. Aquí es donde los docentes en formación pueden usar sus puntos fuertes para innovar la didáctica del teorema de Pitágoras y ayudar a los estudiantes a aprender de maneras nuevas y emocionantes. En este ensayo exploraremos algunas de las fortalezas que tienen los docentes a la hora de innovar la didáctica del teorema de Pitágoras.

A los docentes en formación se les proporcionan la creatividad a la hora de enseñar el teorema de Pitágoras. Al desarrollar métodos de enseñanza innovadores, los maestros pueden ayudar a los estudiantes a involucrarse con el concepto de maneras nuevas y emocionantes. Por ejemplo, los maestros utilizan herramientas o juegos interactivos en línea para ayudar a los estudiantes a visualizar el teorema y aplicarlo en diferentes contextos. Mediante el uso de la creatividad, los profesores pueden ayudar a los estudiantes a ver el teorema de Pitágoras como algo más que una fórmula, sino como una herramienta para la resolución de problemas y la exploración.

Los docentes en formación tienen muchas fortalezas a la hora de innovar la didáctica del teorema de Pitágoras. Usando su creatividad, personalizando su enseñanza, aprovechando su experiencia y conocimientos, y colaborando con otros educadores, los maestros pueden desarrollar estrategias efectivas y atractivas para enseñar este importante concepto. Con el enfoque correcto, los maestros pueden ayudar a los estudiantes a ver el teorema de Pitágoras como algo más que una fórmula, sino como una poderosa herramienta para la resolución de problemas y la exploración.

Ser docente de matemáticas no solo implica dominar el contenido a enseñar, o ser el que mejor labia tenga ante una audiencia de estudiantes, y mucho menos aquella persona que cuenta con una gran imaginación para producir materiales didácticos que parezcan atrayentes. El ser docente implica en un porcentaje extremadamente alto, tener la pertinencia para generar propuestas didácticas, porque cualquier maestro puede y en efecto dar una propuesta didáctica, el reto se hace exitoso cuando los estudiantes construyen el conocimiento matemático de forma natural, esa naturalidad se forma con apoyo de la epistemología matemática.

Existe un famoso paradigma de los monos y los plátanos en la escalera, en donde un grupo de monos se encontraba rodeando a una escalera, y en la punta de la escalera se encontraba un racimo de plátanos, si un mono intentaba ir por el racimo se soltaba una regadera con agua fría que mojaba a los demás monos, posteriormente, otro mono lo intentó, y la respuesta fue la misma a lo que los monos optaron por pegarle al mono que intentara subir.

Los monos ya tenían la idea plena que si un mono subía se iban a mojar, entonces en tan solo el intento de uno de ellos, iba a terminar golpeado. Un día cambian a un mono por otro, el nuevo miembro intentó subir por el racimo, pero la sorpresa que se llevó es que sus nuevos compañeros lo golpearon, pasaron otro par de días e intercambiaron a otro mono, la historia del nuevo miembro se repitió, y así sucesivamente hasta crear a un nuevo grupo de primates. Ellos que nunca fueron mojados se crearon la idea plena de que si uno de los miembros intentaba subir los demás debían de golpearlo.

Nos apoyaremos de esta analogía para interpretamos a los monos como los docentes, los libros de texto, planes y programas de estudio, el racimo de plátanos como el rediseño del discurso escolar, a la escalera como las diversas herramientas didácticas que podrían implementar.

En una comunidad de docentes en servicio ya podría estar establecido un estándar de didáctica que ellos mismo innovaron en su tiempo, que su único resultado que sus estudiantes aprendían es la evidencia de un examen meramente arrojando procedimientos mecanizados en problemas similares al libro de texto, similar a la primera generación de los monos del paradigma, toda la comunidad docente siguiendo un lineamiento, no subir por el racimo de plátanos, el discurso matemático.

Año con año nuevos docentes ingresan al servicio profesional docente, para nuestra investigación, específicamente hablamos de los docentes en formación pertenecientes a la ENSCH con la especialidad en Matemáticas, quienes durante su formación intentarán alcanzar el racimo de plátanos, rediseñar el discurso matemático escolar, durante ese proceso de alcanzarlo, su formación docente, se ven enfrentados en sus practicas profesionales con docentes pertenecientes a una generación de años atrás.

Los docentes en formación realizan su mayor esfuerzo por rediseñar la didáctica de la matemática, a lo que, al intentar subir la escalera para alcanzar ese rediseño, se enfrentan con los demás docentes que, no en el aspecto literal los golpearán y exigirán actuar bajo su didáctica, sino que ellos siendo su ejemplo de rediseño analizarán que el mejor aliado, serán los libros de texto, planes y programa más actuales con la confianza que ello les dará las mejores herramientas para su didáctica.

Este camino que recorren durante su estancia en la ENSCH les ayuda a practicar con diversos recursos didácticos, analizar sus clases y así poder mejorarlas, su alma mater les garantiza darles las mejores herramientas para, año con año rediseñar el discurso matemático, la única herramienta que no les ofrece es el acercamiento a la epistemología de los temas, dando por hecho que ellos ya deberían de poseer esos conocimientos como otros más.

Observamos que año con año los libros actualizan la didáctica y también se alejan de la epistemología, para nuestra investigación, de la epistemología del Teorema de Pitágoras, los docentes en servicio se apoyan de esos libros para el diseño de sus clases con diversas generaciones de estudiantes, que, esos estudiantes crecieron para formarse en la nueva generación de docentes para impartir una nueva didáctica de la matemática.

El docente en formación, que una vez fue estudiante de un docente en formación, no recibió la epistemología del Teorema de Pitágoras, cuando es su turno de rediseñar el discurso matemático, no cuenta con esos conocimientos, su alma mater no le proporcionó esos conocimientos epistemológicos, por ende, al llegar al aula se apoya del libro de texto más actual, que tampoco posee esos conocimientos, a lo que el docente replica la didáctica del libro, de la ENSCH y de sus maestros.

En otras palabras, el docente en formación intenta subir la escalera de las diversas didácticas que posee, para alcanzar el racimo del rediseño del discurso escolar, en su intento, los libros de texto, planes y programas que lo rodean lo obstaculizan, por el hecho de que sus propuestas de clases replican la didáctica, y se hace uno con la generación anterior y, al llegar el nuevo docente en formación, se verá en la obligación de repetir este ciclo.

La repetición de cualquier metodología de enseñanza en cualquier tema y específicamente en el Teorema de Pitágoras, en cada ciclo escolar puede transformarse en un método tradicional. En esta investigación con docentes en formación se comprueba que el 100% de la población de estudio recurre a esta práctica: “A como yo lo aprendí, yo lo enseñaré”.

Considerando que el aprendizaje adquirido del docente en formación respecto, al Teorema de Pitágoras, contiene las habilidades para resolver de manera eficaz un planteamiento, ya sea a manera de enunciado que “obligue” a diseñar un triángulo rectángulo a partir de medidas y ángulos o, una imagen con todos los datos (medidas de los catetos, hipotenusa y ángulos), es la réplica exacta bajo las mismas condiciones la que invisibiliza el origen del Teorema, provocando que el conocer de la epistemología sea innecesaria de adquirir.

La intención de una clase didáctica es producir nuevas formas de enseñanza, tratando de que el alumno razone y analice; a los alumnos se les puede llenar de ejercicios y formularios, pero al momento de resolver un ejercicio solo aquellos que dominen el formulario (memoricen), podrán resolver problemas cotidianos, que terminarán olvidando por la memorización

La modernización en la educación a través de la tecnología ayuda a los docentes mediante dispositivos y aplicaciones ejecutar nuevas formas de enseñanza, sin embargo, las actividades realizadas con una computadora y GeoGebra siguen encaminadas a una enseñanza tradicional y repetitiva tal como fue adquirida.

La ENSCH cómo institución responsable de los docentes en formación, carece de la distribución total o parcial de material que permita a sus maestros generar la investigación epistemológica del Teorema de Pitágoras, razón principal por la que, conocer el origen radica en la autonomía, curiosidad o interés particular del docente en formación.

Los docentes en formación ofrecen diversos materiales didácticos, modelos de clases, metodologías de enseñanza que a primera vista ofrecen una nueva didáctica matemática adecua a esta década, pero una propuesta didáctica no es aquella que cuenta con grandes juegos y sus propuestas tiene un común denominador, se alejan de la epistemología del Teorema de Pitágoras; conocemos la frase "quien no conoce la historia está obligado a repetirla", la rediseñamos en la didáctica de la matemática a, "quien no conoce la epistemología está obligado a repetir la didáctica".

CONCLUSIONES

Para que las demás personas lograran resolver problemáticas matemáticas tuvo que haber existido un aprendizaje previo y no se está mencionando a la escuela, la misma sociedad enseño la matemática social, la escuela a la matemática escolar, la científica a la misma y así sucesivamente, el cuestionamiento actual sería, de la matemática escolar a la social o viceversa existe una transición

Al poner en juicio el algoritmo del Teorema de Pitágoras enseñado en la escuela y la aplicación, por ejemplo, en la arquitectura por parte de los albañiles, es diferente, los albañiles no conjeturan el enunciado “la suma del cuadrado de los catetos” simplemente conocen las características de la terna pitagórica, es decir, las características de una escuadra para delimitar ángulos rectos o rectas paralelas entre muros y losas.

Los docentes en formación diseñan una secuencia de clases en el que su objetivo es replicar al enunciado del Teorema y realizar diversos ejercicios algebraicos dentro de un contenido geométrico para calcular el lado faltante de un triángulo rectángulo, siendo que ni en la sociedad ni en la epistemología y mucho menos las necesidades primitivas se asemejan a estas consignas.

Para que exista una congruencia matemática en la didáctica del Teorema de Pitágoras, los docentes deben de realizar una transposición didáctica, indagar en la epistemología del Teorema, de esta forma crear y diseñar clases que se centren en la construcción natural primitiva de este conocimiento, de no ser así, el docente replica un saber enseñado.

Chevallard menciona la transformación que sufre la matemática sabia a la escolar, pasando por lo social, incluso la transformación a través del currículo, el maestro hasta llegar al alumno, y no es por el hecho de diseñar diferentes matemáticas, es más para adaptar ese saber sabio al saber enseñado.

La matemática escolar no está diseñada para que los educandos lleven consigo los algoritmos escolares a cada una de sus rutinas diarias, está enfocada para demostrar el saber sabio, la matemática social no es la sabia, el saber sabio también sufrió una transformación a lo social, ese saber solucionará problemas científicos.

La matemática escolar no puede ser sabia y viceversa, existen factores externos que no lograrán hacerla una misma, por ejemplo, para el diseño del teorema de pitágoras, las antiguas civilizaciones y toda la comunidad pitagórica pasaron años conjeturando al Teorema, resolviendo diversas necesidades geométricas, no algebraicas, ellos mismos eran los autores de la didáctica; en la escuela existe un tercer factor que influye en la transformación del saber sabio y no es el alumno, es el maestro y su didáctica.

El Teorema de Pitágoras atendía necesidades de la medición de terrenos, cálculo de medidas de figuras geométricas sacadas de objetos y figuras que rodeaban a cada civilización que aportó, los que empleaban el teorema eran los encordados, para la actualidad existen dispositivos que miden terrenos y carreras que cercan terrenos, su uso original se exigió, ahora atiende necesidades diferentes.

La escuela no es una simple adecuación de un saber sabio a un saber enseñado, necesita de la misma didáctica para rediseñar ese saber, necesita de una concepción constructivista en la que el alumno rediseñe el saber presentado y lo transforme en su propio saber, el cual solo es posible ante una problemática, tal como fueron surgiendo los demás saberes al atender necesidades.

Las interacciones entre docentes y medio se describen a partir del concepto teórico de situaciones didácticas, que modeliza una actividad de producción de conocimiento por parte del alumno, de manera independiente de la medición docente. El sujeto entra en interacción con una problemática, poniendo en juego sus propios conocimientos, pero también modificándose, rechazando o produciendo otros nuevos, a partir de las interacciones que hace sobre los resultados de sus acciones.

De este modo al entrar en contacto con la problemática el docente no solo diseña la problemática, rediseña la matemática al crear la propia, esta didáctica llega a evidenciar el alumno único diseñe su propio saber matemático, dando por hecho la existencia de una nueva matemática, es decir, cuando una persona rediseña una problemática a sus necesidades y crea un algoritmo propio que, posteriormente otras personas adopten crea una nueva matemática.

Los docentes de matemáticas en formación de la ENSCH meramente replican la didáctica de sus maestros, si bien, se apoya de los libros de texto, planes y programas más actuales, pero ambas se alejan del sustento epistemológico, por lo que no crean consignas que se asemejen a la construcción natural del Teorema de Pitágoras.

Los docentes en formación caen en un tradicionalismo matemático y didáctico, la problemática continuará cuando sus estudiantes se ven en la necesidad de memorizar el conocimiento y si uno de ellos se adentra a la formación docente y no rompe este paradigma, habrá realizado una didáctica del Teorema idéntica a la del siglo pasado

REFERENCIAS

ARTIGUE, M. (1995). *Ingeniería didáctica en Educación Matemática.* Bogotá: Grupo Editorial Iberoamericana.

Barrantes, M. (Diciembre de 2018). El Teorema de Pitágoras, un problema abierto. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*(54), 92 - 112.

Bladismir, L. (2010). Teorema de Pitágoras. Mérida: Escuela venezolana para la enseñanza de la matemática. Universidad de Los Andes.

Bodarenko, N. (Julio - Diciembre de 2009). El concepto de teoría: de las teorías intradisciplinarias a las transdisciplinarias. *Revista de Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales, 15*, 461 - 477.

Brousseau, G. (1986). *Fundamento y métodos de la didáctica de la matemática.* Cordoba: Universidad de Córdoba.

Campistrous, L., & Cabrera, C. (2007). Geometría dinámica en la escuela, ¿Mito o realidad? *Revista de Didáctica de las Matemáticas, 1*, 61 - 79.

Cantoral, R. (2014). *Socioepistemología, Matemáticas y Realidad.* España el Caribe: Revista Latinoamericana de Etnomatemática.

Chaverri, J., Hernández-Arce, K., Castillo-Céspedes, M. J., Vallejos-Meléndez, D., & Picado-Alfaro, M. (Enero-Junio de 2020). ¿Qué modos de uso propone el profesorado de matemáticas en formación inicial para la enseñanza del teorema de Pitágoras en educación secundaria? (U. N. Rica, Ed.) *UNICIENCIA, 34*(1), 88-110.

Chevallard, Y. (1997). *Estudiar Matemática: El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje.* Barcelona: Ice - Horsori.

ENSCH. (2018). *Plan de estudios 2018.* Tuxtla Gutierrez, Chiapas, México: ENSCH.

ENSCH. (2018). *Plan y Programa de estudios para la Escuela Normal Superior de Chiapas.* Tuxtla Gutierrez Chiapas: SEP.

Garciadiego, A. R. (Noviembre de 2002). EL TEOREMA DE PITÁGORAS COMO PARADIGMA DE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA PLANA: SIMPLIFICIAR NO SIEMPRE SIMPLIFICIA. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemáticas Educativa, 5*(3), 251-270.

González, P. (2008). El Teorema llamado de Pitágoras. Barcelona: Sigma.

González, P. (2008). *EL TEOREMA LLAMADO DE PITÁGORAS. Una história geométrica.* Barcelona, España: SIGMA.

Greadolph, T. (1997). *Biografía de Pitágoras y los Pitagóricos.* Obtenido de http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Biografias/12-1-b-pitagoras.html

Paulo, M. (2006). Matemáticas una Breve História. Francia: Livraria da Física.

Pizarro, N., Nuñez, G., Arancibia, G., & Cruces, T. (2019). *Análisis sobre situaciones de enseñanza del Teorema de Pitágoras entre universidad y escuela.* Medallín, Colombia: XV CIAEM-IACME.

Torres, M. (2017). *El Teorema de Pitágoras en la formación inicial del profesor de Educación Secundaria.* Granada, España: Universidad de Granada.

Torress, M. (2017). *El Teorema de Pitágoras en la formación inicial del profesor de Educación Secundaria.* Granada, España: Universidad de Granada.

Trzaskacz, A., & Harentchechen. (2017). Revista Espacios. *38*(60), 2. Obtenido de http://www.revistaespacios.com/a17v38n60/17386002.html

A N E X O S