UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS

Facultad de Ingeniería
Campus I
Coordinación de Investigación y Posgrado

"EL PODER FORMATIVO DE LAS GRÁFICAS: PROPUESTA DE ANÁLISIS A TRAVÉS DE UNA RED CONCEPTUAL"

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICA EDUCATIVA

PRESENTA:

EVER ODINEY JIMÉNEZ SANTIAGO G100101

DIRECTORA DE TESIS:

DRA. GABRIELA BUENDÍA ÁBALOS.

TUXTLA GUTIÉRREZ, CHIAPAS; SEPTIEMBRE DE 2022.

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.
27de septiembre de 2022
Oficio No. F.I.01.1662.2022

C. EVER ODINEY JIMÉNEZ SANTIAGO
ALUMNO DE LA MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ESPECIALIDAD EN MATEMÁTICA EDUCATIVA
PRESENTE.

Con base en el Reglamento de Evaluación Profesional para los egresados de la Universidad Autónoma de Chiapas, y habiéndose cumplido con las disposiciones en cuanto a la aprobación por parte de los integrantes del jurado en el contenido de su Tesis Titulada:

"EL PODER FORMATIVO DE LAS GRÁFICAS: PROPUESTA DE ANÁLISIS A TRAVÉS DE UNA RED CONCEPTUAL".

CERTIFICO el **VOTO APROBATORIO** emitido por este y autorizo la impresión de dicho trabajo para que sea sustentado en su Examen Profesional para obtener el diploma de Especialista en Didáctica de las Matemáticas.

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

ATENTAMENTE
"POR LA CONCIENCIA DE LA NECESIDAD DE SERVIR"

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS
UNACH

DR. JOSÉ ALONSO FIGUEROA GALLEGOS
ENCARGADO DE DIRECCIÓN

DIRECCIÓN DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA

C.c.p. Dra. Daisy Escobar Castillejos. Coordinadora de Investigación y Posgrado. Facultad de Ingeniería.
C.c.p. Archivo/minutario
JAFG/DEC/aclr*

Código: FO-113-05-05
Revisión: 0

CARTA DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DE LA TESIS DE TÍTULO Y/O GRADO.

El (la) suscrito (a) Ever Odiney Jiménez Santiago, Autor (a) de la tesis bajo el título de "El Poder formativo de las gráficas: Propuesta de análisis a través de una red conceptual",

presentada y aprobada en el año 2022 como requisito para obtener el título o grado de Maestro en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa autorizo a la Dirección del Sistema de Bibliotecas Universidad Autónoma de Chiapas (SIBI-UNACH), a que realice la difusión de la creación intelectual mencionada, con fines académicos para que contribuya a la divulgación del conocimiento científico, tecnológico y de innovación que se produce en la Universidad, mediante la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Consulta del trabajo de título o de grado a través de la Biblioteca Digital de Tesis (BIDITE) del Sistema de Bibliotecas de la Universidad Autónoma de Chiapas (SIBI-UNACH) que incluye tesis de pregrado de todos los programas educativos de la Universidad, así como de los posgrados no registrados ni reconocidos en el Programa Nacional de Posgrados de Calidad del CONACYT.

- En el caso de tratarse de tesis de maestría y/o doctorado de programas educativos que sí se encuentren registrados y reconocidos en el Programa Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC) del Consejo Nacional del Ciencia y Tecnología (CONACYT), podrán consultarse en el Repositorio Institucional de la Universidad Autónoma de Chiapas (RIUNACH).

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas; a los 27 días del mes de Septiembre del año 2022.

Ever Odiney Jiménez Santiago
Nombre y firma del Tesista o Tesistas

AGRADECIMIENTOS

A mi directora de tesis, Dra. Gabriela Buendía Ábalos por su gran apoyo y entusiasmo durante la realización de este proyecto.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

La globalización y los avances tecnológicos han permitido que las gráficas ya no se vean solo en libros de texto, sino que es posible encontrarse con ellas en diversos escenarios

A la gráfica siempre se le ha reconocido por su carácter interpretativo. Sin embargo, se ha evidenciado a través de diversas investigaciones que su visualización va más allá de la interpretación de lo aparentemente visible. Es por ello por lo que esta investigación se desarrolló con la idea de evidenciar que, si se consideran todos los aspectos puestos en juego durante la visualización gráfica, se podría obtener algo sustancioso y poderoso. Esto permitiría reconocer además de su carácter interpretativo también aquel que llamamos *formativo.*

Para dar sustento a la idea del poder formativo de las gráficas, esta investigación se centró en la selección -y posterior articulación- de elementos conceptuales de diversos marcos teóricos. La articulación de dichos elementos permitió una red conceptual que funciona como una red de análisis para rescatar todos los elementos puestos en juego durante la visualización gráfica y uso de gráficas.

Los marcos teóricos seleccionados son:

- Semiótica
- Educación para la Matemática Crítica (EMC)
- Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME)

Para lograr lo anterior, esta investigación se ha desarrollado en cinco capítulos. El primero capítulo nos introduce a la definición de gráfica y el papel de la visualización ante los objetos visuales. Además, se introduce a la idea del poder formativo de una gráfica. A esta revisión se le suma un breve recorrido sobre los marcos teóricos a utilizar y sus aportaciones al tratamiento de las gráficas. Ante estas consideraciones se plantea el problema y objetivo de la investigación.

El segundo capítulo describe el proceso metodológico que se ha realizado para la investigación. Este proceso consistió en una revisión bibliográfica de los marcos teóricos a utilizar, así como los focos y alcances de cada uno de ellos.

En el tercer capítulo se desarrolló un marco conceptual amplio con la consideración de la teoría Socioepistemológica, Semiótica y Educación para la Matemática Crítica. Cada marco contiene elementos del marco y su tratamiento gráfico.

En el cuarto capítulo se articulan los elementos seleccionados de cada marco. Esta articulación permite evidenciar que una gráfica posibilita un saber gráfico reflexivo y por ello se habla del poder formativo de la gráfica.

Finalmente, en el capítulo cinco realizamos ilustraciones sobre el uso del funcionamiento de la red conceptual. Para ello se seleccionó una actividad diseñada desde la Matemática Educativa, una tarea escolar extraída de un libro de texto y finalmente un reactivo de la prueba PLANEA. Este capítulo se ha realizado con la intención de mostrar que la red conceptual sirve como una unidad de análisis ante cualquier insumo que utiliza gráficas y, por lo tanto, evidencia su poder formativo.

CAPÍTULO I
PROBLEMÁTICA Y OBJETIVO

1.1 ¿Qué es una gráfica?

El desarrollo de la humanidad y los avances tecnológicos han favorecido que la información que quiera ser comunicada se represente a través de elementos visuales como una estrategia comunicativa para poder almacenar y comunicar la información en un solo objeto. Las gráficas representan un claro ejemplo de ello. Actualmente las gráficas son usadas en diversos medios: televisión, revistas, redes sociales y los libros textos de distintas áreas; de ahí el fin de la gráfica: comunicar información de manera visual.

Según Pérez-Montoro (2022) una gráfica es un instrumento para visualizar información cuantitativa que presenta una serie de características. Por un lado, los valores cuantitativos se codifican como elementos u objetos gráficos. Por otro, esos valores se representan dentro de un área delimitada por uno o más ejes que nos ayudan a ubicar localizaciones espaciales en un plano bidimensional. Y, por último, los ejes proporcionan escalas (cuantitativas y cualitativas) que se utilizan para asignar valores y etiquetas a esos elementos gráficos. Cabe destacar que es el individuo quien interpretará y se encargará de desarrollar la visualización cuando entra en contacto directo con el objeto.

Las matemáticas consideran a este instrumento como una estrategia para el desarrollo del conocimiento matemático. Esto porque una imagen definida como gráfica contiene elementos matemáticos como variables, la ubicación de punto-coordenada, funciones etc.

Ante esto, Hitt (1998) señala que desde 1985, aproximadamente, se le ha dado mayor importancia al proceso de generación de imágenes mentales adecuadas para el desarrollo de la visualización matemática, en la resolución de problemas y para el aprendizaje de la matemática en general. Esto ha impulsado, por un lado, el estudio del papel de las representaciones de los objetos matemáticos y, por el otro, el desarrollo de una matemática que considere el contexto como una fuente de visualización (Planchart, 2002). Es por esto por lo que el tratamiento de las gráficas se ha considerado desde los estándares curriculares de nivel básico dado que al ser considerada una herramienta útil, básica e indispensable para el individuo.

Pero las gráficas no son de uso único y exclusivo dentro de las aulas. La sociedad en general puede encontrarse con gráficas en la vida diaria, y lo cierto es que pueden utilizar diversas herramientas al momento del uso gráfico. Estos elementos para utilizar pueden ser naturaleza matemática o interpretaciones que muestran la noción matemática. El intérprete que es aquel sujeto que entra en contacto con el objeto, es el responsable de procesar la información. Es por esto por lo que se le atribuye a una gráfica el poder de comunicar, narrar, informar, criticar y transmitir la información deseada.

1.1.1 El papel de la visualización

Planchart (2002) menciona que las que gráficas, signos y objetos pictóricos, imágenes impresas o computadorizadas están presentes en todas las áreas de la sociedad actual; en el medio educativo los estudiantes y profesores no puede estar alejado de su tratamiento y es necesario enriquecer la aprehensión de los conocimientos a través de la relación visual. Sin embargo, no se ha explicitado o detallado el empleo de la visualización dentro de la educación formal y mucho menos se ha mencionado el tratamiento, la forma y la evaluación de la visualización de los estudiantes dentro de los contextos escolares.

La visualización matemática trata con el funcionamiento de las estructuras cognitivas que se emplean para enfrentar una tarea o resolver un problema; en particular son aquellas relacionadas con lo visual. Tiene que ver con las relaciones abstractas que formulamos entre las diferentes representaciones de un objeto matemático y obtener un resultado o producto de esa actividad. La cultura aporta significados y significantes a los elementos involucrados en la visualización (Carrasco, 2006).

Así, la visualización matemática puede ser entendida como el medio para ir entre la mente del aprendiz y una representación externa; es el producto que se logra en esa interacción. Su importancia radica en que, al involucrar íconos, dibujos, gráficas entre otros, se ha constituido en una herramienta de construcción y significación de ideas matemáticas. Este aporte a la didáctica de la matemática puede ser minimizado desde la matemática formal si sólo se considera que ésta debiera ser deductiva, desde una verdad deducir otra, considerar sólo premisas básicas (axiomas, postulados); en ello, las imágenes, diagramas y dibujos suele ser desestimados como herramientas principalmente por la desconfianza que se la atribuye a los sentidos como medios para observar la realidad.

Si bien se reconoce la importancia de desarrollar una competencia grafica especialmente en el nivel básico, el tipo de tareas que la escuela suele favorecer son del tipo graficar o interpretar la gráfica de una función y ahí termina el papel de la gráfica. Si cuestionamos cómo la visualización puede enriquecer el papel de las gráficas en la escuela, esa habilidad cognitiva será un proceso de interacción, entre la persona y la propia gráfica, de tal manera que no se restringe ni a la mente de la persona ni al logro sobre el objeto (dibujar la gráfica, interpretarla) sino que es considerada más como un medio interactivo para viajar entre ellos (Nemirovsky y Noble, 1997). En esta visualización, el alumno construye y reconstruye significados a través de cómo usa la gráfica: qué intervalos visualiza, cómo, porqué; posteriormente, cómo le funcionan, cómo irá usando las nuevas características que vaya identificando.

En síntesis, en la enseñanza de las matemáticas lo visual juega un papel importante pues no sólo están presentes las representaciones visuales para representar algún concepto, sino que cada vez con mayor frecuencia son parte de las argumentaciones y explicaciones. A pesar de este desarrollo, el uso de la visualización en las clases de matemáticas no ha sido incorporado de manera sistemática ni generalizada; tampoco es constante la evaluación de sus ventajas y desventajas. (Planchart, 2002)

Entonces, en esta investigación se considera que, entre la visualización como competencia matemática y la gráfica como objeto matemático, debe existir una relación indisociable para que la gráfica cobre sentido y sea de significancia para quien haga uso de ella.

1.1.2 Gráficas en el cotidiano

Cattaneo, Lagreca, González y Buschiazzo (2012) argumentan que los estudiantes se encuentran intensamente bombardeados por técnicas de comunicación muy poderosas y atrayentes. Por ello es necesario que lo tengamos en cuenta constantemente que nuestro sistema educativo trate de aprovecharlo a fondo. En lo que respecta al Sistema Educativo Nacional en México, los currículos incorporan el contenido referido a las gráficas desde el nivel básico. En la primaria se realizan ciertos tratamientos temáticos sobre gráficas, mientras que en la secundaria las gráficas son abordadas desde el concepto de función (Cordero, 2007).

El planteamiento anterior muestra que la escuela se preocupa por el proceso de enseñanza y aprendizaje de las gráficas como una forma de preparación ante diversos escenarios, incluso los no escolares. Estos escenarios pueden ser el video, la televisión, la radio, el periódico, el comic, la viñeta, la participación directa, etc.

A continuación, se presentan algunos ejemplos de gráficas presentes en la vida diaria.

a) Redes sociales

La mayoría de las personas cuentan con por lo menos una red social, en la cual suelen aparecer gráficas. Muchas personas usan las redes sociales para la venta de productos.

Dentro de cada red social se pueden encontrar diversos gráficos con información distinta. En la figura 1 podemos ver un ejemplo de ello. Aquí se muestra una figura donde se muestran la estadística de la interacción que tiene un producto en venta. Esta gráfica señala el género con la que se tiene mayor interacción, incluso la edad de las personas con la que el producto tiene mayor interacción.

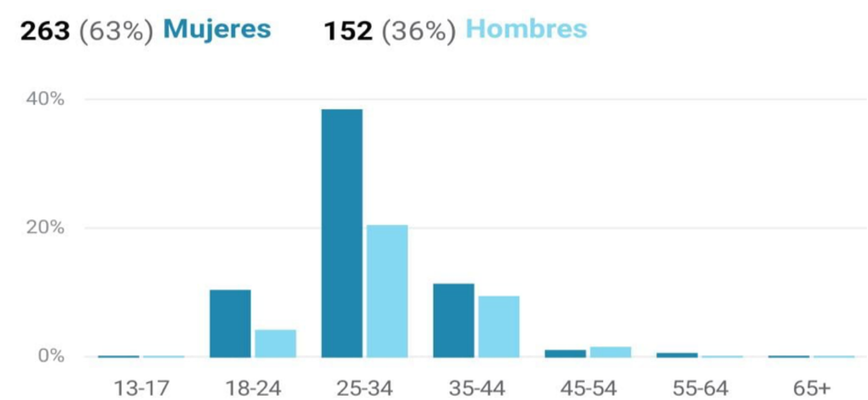


Figura 1: Alcance de publicación según género

b) Diarios en su versión en línea

El diario *El Economista* en su versión en línea publicó el 24 de noviembre de 2021 una gráfica sobre los índices de inflación en México que va desde 2001 hasta noviembre 2021. Estos datos son útiles para cualquier persona ya que la inflación, entendida como la variación de los precios, afecta directamente a la sociedad en su vida cotidiana y su acceso diferentes bienes y servicios. Dada la fecha de la emisión de estas gráficas, esto podría ayudar a una persona a cuidar su dinero con miras hacia 2022.

La mayoría de los diarios enriquecen su portada con una serie de gráficos. Basta con ver la portada del mismo diario en su edición del 29 de noviembre de 2021 en la que se colocaron cinco gráficas para comunicar información en materia económica.


EL ECONOMISTA

Covid se reaviva bajo una nueva identidad: ahora es Ómicron

Mercados, con síntomas

Figura 2: Portada diario en el Economista (2021)

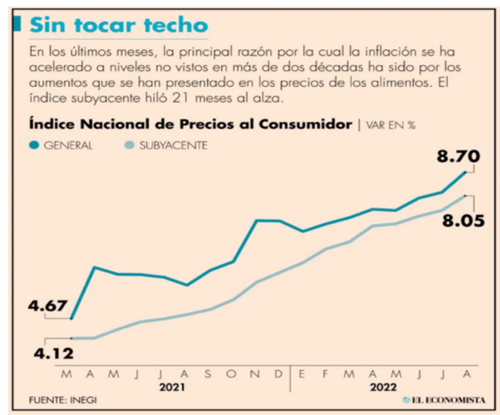


Figura 3: Inflación en México en El Economista (2022)

c) Periódicos

La era digital ha permitido el acceso a diversos diarios de forma electrónica. Sin embargo, la impresión de los periódicos no se ha descontinuado y aún se puede encontrar a personas leyendo los diarios en diferentes espacios.

La figura 4 muestra la cobertura de vacunación por entidad federativa. Esta información es útil para todos porque la cobertura total de la población es algo que concierne a todos porque esto reactivaría las diversas actividades comerciales, regreso a clases entre otros.

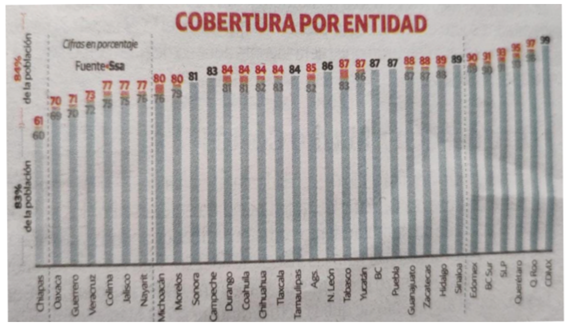


Figura 4: Cobertura de vacunación contra COVID-19 en Veloz, Y. (2021)

d) Dispositivos móviles

Los celulares que usamos a diario nos muestran un reporte sobre el tiempo que pasamos en la pantalla (ver figura 5). También nos presentan los datos de almacenamiento que se tienen sobre el mismo. Estas herramientas son de utilidad para determinar organización de tiempo y almacenamiento de nuestros dispositivos.

Figura 5: Tiempo promedio que uso del dispositivo móvil

Ante los usos de las gráficas en la vida cotidiana, Jiménez y Buendía (2017) realizaron un trabajo sobre la noción de la pendiente en ciudadanos que han cursado la educación básica. Analizaron los usos de las gráficas lineales y de la noción de la pendiente al abordar un problema aparecido en un periódico en línea con la finalidad de dar elementos hacia una matemática funcional para todos. Para ello retomaron una gráfica publicada el 27 de febrero de 2016 en el diario el PAÍS que presentaba información gráfica de la llegada de turistas (en millones de personas) a México, el Caribe, América Central y América del Sur (ver figura 6).

El objetivo era demostrar que usar las gráficas ayudaba a la toma de decisiones y para ello analizaron la forma en que una comerciante de un mercado usaba la gráfica para tomar decisiones dentro de sus actividades. El resultado fue que la comerciante determinó que el incremento de turistas provocaba un incremento en sus ventas y de la misma manera que un decremento de la llegada de turistas provocaba que bajaran las ventas de sus productos. Esto resulta coherente debido a que la comerciante tiene su puesto de ventas dentro de una zona turística.

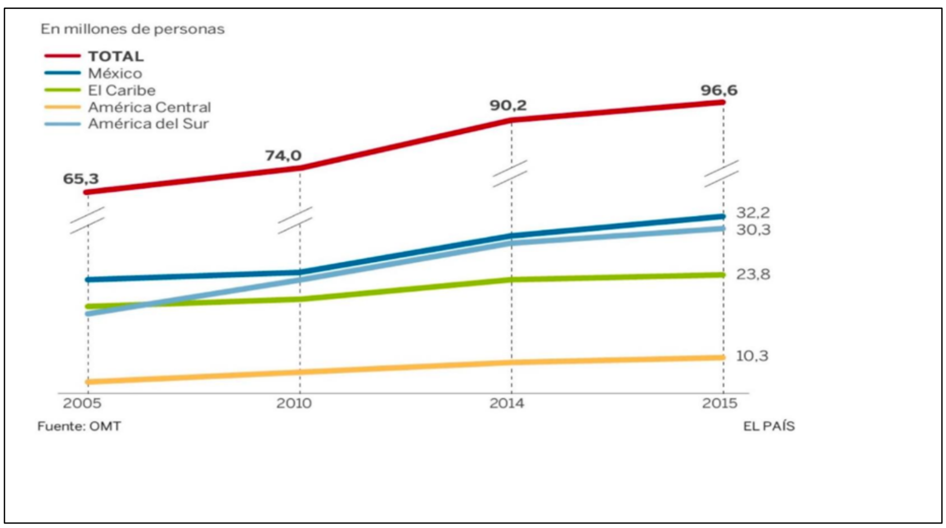


Figura 6: Llegada de turistas. Citado en Jiménez y Buendía (2017)

Con estos antecedentes se ha evidenciado el grado de exposición gráfica con la que se encuentra la sociedad en diversos momentos de la vida diaria. Por ello se le reconoce a la gráfica como una herramienta básica, necesaria e indispensable para el individuo en el momento de su incorporación a la sociedad.

1.1.3 El poder formativo de las gráficas

Las matemáticas pueden verse como un lenguaje poderoso que permite producir nuevas invenciones de la realidad; las matemáticas ofrecen nuevas percepciones de ella y también la colonizan y reorganizan. Por esto podríamos decir que las matemáticas le dan forma a nuestra sociedad. Tal idea se puede formular en *la tesis del poder formativo de las matemáticas*. Si bien las matemáticas no son el único agente del cambio social, sí cumplen una función central en la sociedad actual dada su asociación con la tecnología de la información (Skovsmose, 1999).

Así como las matemáticas tienen este poder formativo por estar presentes en la vida diaria de las personas, lo mismo ocurre con las gráficas. Esto porque con base en lo visualizado se pueden obtener nuevas percepciones de la realidad, organizarla y reorganizarla.

La presencia de las gráficas es evidente en diferentes escenarios fuera de los contextos escolares. Sin embargo, para reconocer su poder formativo es necesario reconocer todos los elementos puestos en juego cuando se entra en contacto con objetos visuales. Es cierto que una gráfica requiere de diferentes habilidades matemáticas para producir y reproducir pensamientos matemáticos, teoremas, demostraciones, realizar algoritmos e incluso descubrir nuevas matemáticas. Empero esta algoritmia matemática sirve tan solo como punto de partida para un análisis más profundo sobre las gráficas. Y es que, ante una cultura gráfica, los elementos visuales ya no solo son considerados como objetos de interpretación, sino como instrumentos de formación por su capacidad de proporcionar una educación o formación intelectual y moral a alguien.

Son todas las características, funcionamiento y operación intelectual que requiere demanda una gráfica, la posiciona como un objeto con cierto nivel de abstracción. Nos referimos con abstracción como aquello que tiene un carácter esquemático y que no tiene una interpretación definida o particular, sino todo lo contrario, es abstracto por su capacidad de tener múltiples interpretaciones dependiendo de la persona que usa la gráfica. Esto lleva a cuestionarnos, ¿de qué manera un objeto abstracto puede tener un poder formativo?

Según Skovsmose (19999) podemos distinguir dos tipos diferentes de abstracciones, a saber, las *abstracciones mentales* y las *abstracciones materializadas.*

- Las abstracciones mentales se usan para facilitar el razonamiento. Los conceptos y el modelaje matemáticos son ejemplos de este tipo de abstracciones.
- Las abstracciones materializadas tienen un *status* ontológico. Son abstracciones que se toman como un hecho y se convierten en reificaciones de modos de pensamiento.

Ante esto, Skovsmose (1999) ejemplifica las abstracciones a manera de ejemplo con el cálculo de los impuestos. Estos cálculos son modelos mentales y a la vez materiales porque tienen una influencia real en nuestras vidas.

Bajo esta mirada podemos reconocer las abstracciones en una gráfica:

- Las abstracciones mentales son aquello elementos matemáticos que emergen al momento de la visualización. Por ejemplo, la noción de pendiente, la interrelación de variables, la ubicación punto-coordenada, etc.
- Las abstracciones materializadas son aquellas interpretaciones y reflexiones realizadas a partir de lo visualizado porque considerarlas como un hecho confieren en nuestra toma decisiones.

En este sentido reconocemos que una gráfica por sí sola es una abstracción mental y material.

En síntesis, la algoritmia matemática proporcionada por el contexto escolar, las acciones producidas y las argumentaciones y reflexiones realizadas por el individuo son aspectos que podría apuntalar al reconocimiento del papel de las gráficas.

Se habla entonces de poder formativo porque se permite dotar de conciencia y sensatez al individuo que echa mano de diversos elementos para usar una gráfica y actuar sobre su realidad.

1.2 Problemática

La graficación es considerada en la escuela como una habilidad que le permite al estudiante visualizar algunos de los aspectos que presentan de cierto contenido matemático (Suárez y Cordero, 2008). De hecho, las gráficas en general pueden categorizarse de diferentes maneras, entre ellas, como un lenguaje universal debido a su utilidad para comunicar una vasta información concentrada en un solo objeto.

Las investigaciones de las gráficas en Matemática Educativa tradicionalmente han tenido un tratamiento privilegiado como representación del concepto de función. Tal vez porque el modelo teórico que subyace en dichas investigaciones arroja resultados acerca de generar habilidades cognitivas para mejorar los entendimientos de los conceptos matemáticos y conlleva centrar a los conceptos en las reconstrucciones o reorganizaciones matemáticas y anclarlos en el dominio matemático. Asimismo, este modelo teórico genera un discurso Matemático Escolar [1] (dME) que privilegia a los conceptos matemáticos como lo más importante del conocimiento matemático (Cordero, 2007).

[1] [1] El dME se refiere según Montiel (2005 en Castañeda, 2012) a la manera en cómo se interpreta, usa y se comparte en situación escolar aquella matemática que la definimos como escolar. Resulta de una composición extensa de elementos que intervienen al momento de la construcción del conocimiento matemático. Como componentes del dME, Buendía (2013) dice que podemos identificar claramente los libros de texto, la oralidad del profesor, las argumentaciones del alumno y otros elementos entendidos como una manifestación del conocimiento matemático, normada por creencias del profesor y los estudiantes sobre lo que es la enseñanza y lo que es la matemática, por lo que dicta el currículo y por las necesidades e intereses de todos los actores de la noosfera.

Esta investigación parte de reconocer que la graficación posibilita el desarrollo de habilidades cognitivas para evidenciar el desarrollo del conocimiento matemático.

Ante las consideraciones anteriores sobre el uso de las gráficas en escenarios cotidianos asumimos que las habilidades cognitivas son tan solo uno de los aspectos a considerar al momento de visualizar gráficas. Por ello, si reconocemos el papel de lo social, cultural y crítico es posible evidenciar y reconocer lo poderoso que resulta una gráfica en la formación de alguien.

De esta manera lograríamos alejarnos de aquellos análisis enciclopedistas que solo recuperan los aspectos de construcción e interpretación de una gráfica, sino que tendríamos una unidad de análisis que permita reconocer los aspectos que permitan evidenciar elementos del conocimiento matemático en uso, la capacidad crítica y los significados producidos por quien usa los objetos visuales.

Para tal fin, esta investigación trabaja bajo la hipótesis de las gráficas y su poder formativo en los ciudadanos asumiendo que lo gráfico posee un poder socialmente fuerte porque afectan directamente nuestras decisiones y acciones ante la realidad. De hecho, las gráficas permitirían afectaciones en esa realidad con base en lo visualizado.

Se plantea entonces problematizar el tratamiento gráfico con la articulación de diversos elementos de diferentes aportes teóricos que permitan reconocer los aspectos socioculturales, cognitivos y sociocríticos puestos en juego en la visualización. Los marcos teóricos para considerar son:

a) La semiótica porque que nos permite problematizar alrededor de la producción de signos y la producción de significados en quien visualiza la gráfica.
b) La Socioepistemología porque ayuda a reconocer las prácticas llevadas a cabo por la actividad humana para lograr un saber matemático referido a las gráficas; y

c) La Educación para la Matemática Crítica que promueve el desarrollo de conciencia para el análisis de las gráficas y poder tomar decisiones con base en un sustento de lo que ha sido analizado a profundidad.

Bajo esta mirada nos proponemos armar una red de elementos conceptuales que nos permita reunir aquellos elementos que cooperen para obtener una unidad de análisis robusta y profunda sobre el tratamiento gráfico. Esto dotaría a la gráfica su reconocimiento como instrumento que favorece el desarrollo del conocimiento y en un intérprete de la realidad social, es decir; su poder formativo.

1.3 Acercamientos teóricos para el estudio de las gráficas

En esta investigación se propone reunir elementos conceptuales que permitan analizar desde una mirada problematizadora amplia el papel de las gráficas en la formación de una persona que visualice una gráfica. Se han considerado estos marcos teóricos porque cada uno desde su campo de estudios trabajo estudian los elementos de la gráfica y las acciones realizas sobre ella.

Para lograrlo, primero se mencionarán los elementos necesarios de cada enfoque para lograr una posterior articulación de estos. Bajo esta mirada se propone tomar diversos elementos de tres marcos teóricos:

- Semiótica
- Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa y;
- Educación para la Matemática Crítica

a) *Elementos semióticos*

La semiótica se enfoca en el proceso de construcción signos. La actividad matemática demanda una constante actividad semiótica relativa a la construcción de signos para llegar al objeto matemático. Bajo esta mirada una gráfica se considera como un objeto matemático que contiene diversos elementos semióticos y que se requiere de diversos signos para llegar a su construcción e interpretación.

Según Buendía (2008), las gráficas son un objeto matemático que es necesario conocer para lograr su construcción, utilización como modelo, o interpretación, así que el papel del profesor de matemáticas es enseñar lo anterior. Importa, entonces, la correcta articulación de los elementos semióticos que componen la gráfica, o interpretar lo que se está viendo en la misma, de manera acorde con el problema contextualizado que dicha gráfica ilustra, o proponer tareas que promuevan lo que Duval (1988) señala como conversiones directas entre registros de representación.

Arteaga, Batanero, Díaz y Contreras (2009) citando a Bertin (1967) definen que un gráfico está constituido por conjuntos de signos que requieren una actividad semiótica por aquellos que lo interpretan. Asumen que la lectura de un gráfico comienza con una identificación externa del tema al que se refiere, a través de la comprensión del significado del título y las etiquetas; luego, una identificación interna de las dimensiones relevante de variaciones en el gráfico, es decir, las variaciones representadas y sus escalas. Y, por último, se produce una percepción de la correspondencia entre los niveles particulares de cada dimensión visual para obtener conclusiones sobre los niveles particulares de cada variable y sus relaciones en la totalidad representada.

Las consideraciones anteriores remarcan la constante producción de signos para llegar a la gráfica; pueden ser de naturaleza matemática o no. De esta manera la semiótica permite reconocer los aspectos cognitivos que se ponen en juego durante la visualización gráfica.

b) *Elementos de la Educación para la Matemática Crítica*

Las matemáticas son consideradas un lenguaje universal porque te permite comunicar e interactuar con el mundo. Además, permite organizar la sociedad y modifica la forma de interrelacionarse; es decir da forma al entorno social. Sin embargo, hablar de matemáticas traspasa aquello que es visible de primera mano, a una ciudadanía crítica debería estar sujeta a una matemática robustas. Según Skovsmose (1999) “la crítica puede definirse como una actividad de pensamiento y de reacción ante una situación de crisis. Esta actividad pone en relación con un sujeto crítico y un objeto de crítica” (p.14). Por lo tanto, se habla de que el sujeto tiene que desarrollar un razonamiento crítico cuando haga matemáticas. Las gráficas tienen cabida dentro de la matemática crítica, siendo la gráfica y sus elementos, el objeto crítico y quien la visualiza ocupa el lugar de sujeto crítico.

Para Gal (2002), una persona culta debería poder leer críticamente las gráficas estadísticas que se encuentran en la prensa, internet, medios de comunicación y trabajos profesionales. A priori, un componente de la cultura estadística son las representaciones gráficas, por lo que se hace necesario desarrollar la habilidad de razonamiento en tipo de representaciones.

En este sentido, para Arteaga (2011), mucha de la información que se encuentra en los medios de comunicación se representa en forma de gráficos estadísticos, que deben ser interpretadas correctamente para desenvolverse en la sociedad de la información; por ello, es importante que los ciudadanos sean capaces de tratar con este tipo de información que encontraran en distintos ámbitos de su vida. Así mismo, las representaciones gráficas pueden ser utilizadas como una ayuda para organizar y resumir información cuantitativa encontrada en diferentes medios de comunicación (Curcio, 1989), lo que implica que son tomadas como un objeto para desarrollar el pensamiento crítico en estudiantes.

Los argumentos anteriores permiten expresar que el proceso de semiosis favorece a las competencias críticas. Así, el reconocimiento de la capacidad crítica de una persona expone los aspectos sociales y críticos en juego para llegar a la argumentaciones y reflexiones ante lo visualizado.

c) Elementos socioepistemológicos

Desde la Socioepistemología se habla según Buendía (2012) del uso de las gráficas como un constructo teórico que busca problematizar al saber matemático llamado *gráfica.*

Bajo esta mirada lo que se busca, según Buendía (2012), es aquello que los ciudadanos hacen, usan y expresan al tratar con las gráficas. Según Cordero (2006a) el ‘‘uso’’ es la función orgánica de la situación que se manifiesta por las ‘‘tareas’’ que componen la situación, y la forma del ‘‘uso’’ será la clase de esas ‘‘tareas’’. Las tareas pueden ser actividades, acciones, ejecuciones y alternancias de dominios. Cuando la alternancia de tareas sucede se genera una nueva función orgánica que debatirá con las formas de los usos. A este acto de ‘‘uso’’ se le llamará resignificación de la gráfica de la función en el marco socioepistemológico del Cálculo, donde la graficación es la modelación de los comportamientos tendenciales de las funciones (Cordero, 2006b).

El objeto de estudio de la Teoría Socioepistemológica es la construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional; se interesa por aquél que la usa y cómo la usa. Zaldívar y Cordero (2015) argumentan que es necesario partir de una postura epistemológica sobre la construcción del conocimiento matemático que le permita al ciudadano “encuentros” con el conocimiento matemático problematizando el saber en juego.

Jiménez y Buendía (2017) evidencian en su trabajo realizado acerca de los significados gráficos de la pendiente que dentro de las gráficas se ponen en juego diversos elementos matemáticos como la pendiente y que quien usa una gráfica pueden hacer uso de ellos sin necesidad de explicitarlos mediante fórmulas como lo expresa el discurso matemático escolar. Por otro lado, afirman que las personas que ven una gráfica que proviene de un contexto cotidiano usan la gráfica para argumentar. Se puede percibir por ejemplo que unos usan algo de acuerdo con quién es uno y a lo que nos es significativo: eso es lo que uno pone en juego al hacer matemáticas y eso es lo que consideran debería enriquecer el hacer matemáticas en la escuela.

Por lo tanto, el hecho de problematizar el saber gráfico va más allá de saber cómo ha sido construida la gráfica o hacer una lectura generalizada sobre la misma. Es por ello por lo que Buendía (2012) propone hacer de las gráficas y su uso un marco epistemológico funcional en el que el cuestionamiento no es hacia cómo enseñar mejor una gráfica, sino cuestionar y considerar todo aquello que se relaciona con lo gráfico: además de los aspectos semióticos de la gráfica, las prácticas, las herramientas y los argumentos involucrados.

1.4 Justificación, pregunta de investigación y objetivo

La gráfica es un objeto matemático que requiere ser estudiado desde distintas perspectivas debido a su complejidad. Esto por la basta información que puede ser obtenida a través de ella y lo que esta pueda lograr en la persona que desarrolle su uso y trastoque sus significados.

Bajo la conciencia de la exposición gráfica en la que se encuentra inmersa la sociedad y la incorporación de estos temas dentro de la escuela, aquí se problematiza el tratamiento gráfico porque se ve más allá de su carácter interpretativo y se busca reconocer también su carácter formativo.

Para atender lo anterior consideramos elementos de tres marcos teóricos: Semiótica, la Educación para la Matemática Crítica y la Teoría Socioepistemología de la Matemática Educativa. Se presupone que elementos de estos marcos, de manera articulada, podrán brindarnos una herramienta más robusta para analizar el tratamiento de una gráfica. Esto porque cada una trata a la gráfica desde su campo de acción y al lograr articulación de dichos elementos podremos obtener una red conceptual que nos permita ver lo sustancioso de una gráfica. Ello permitirá reconocer el poder formativo de una gráfica, lo cual permitiría alejarnos de la matemática tradicional que no resuelve las necesidades de los individuos y mirar hacia una matemática que sea funcional y articulada.

Cantoral (2013) en el desarrollo de su libro *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa* presenta su enfoque con un ejemplo proveniente de la química: decimos que hay emergencia de propiedades nuevas en un compuesto, si al combinar dos elementos simples se obtiene o se crea algo nuevo. Una molécula de agua, por ejemplo (H_20), es un compuesto químico inorgánico formado por dos átomos de hidrógeno (H) y uno de oxígeno (O) que posee propiedades nuevas (emergentes) que no poseían sus componentes. Este resultado es fabuloso si se lo mira con cuidado: el agua resulta esencial para la vida, tiene propiedades impresionantes, pero sus elementos aislados, el oxígeno es flamable y el hidrógeno es explosivo.

Esta investigación pretende lograr algo similar a este ejemplo. Se pretender armar un marco de análisis que permita tener una propuesta compuestos por distintos elementos para obtener algo sustancioso, una red conceptual que sirva como unidad de análisis para evidenciar la capacidad formadora que tiene una gráfica sobre la persona que visualiza la gráfica.

Lo señalado anteriormente, conducen a la siguiente pregunta de investigación:

- *¿Qué elementos conceptuales cooperan en el análisis del papel de las gráficas y su poder formativo?*

Con el propósito de dar argumentos a las preguntas de investigación y obtener argumentos para su respuesta el objetivo de la investigación es el siguiente:

- *Analizar el papel de las gráficas y reconocer su poder formativo a través de una red elementos conceptuales.*

CAPÍTULO II
ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta investigación es de carácter no experimental descriptiva y consta de una basta revisión bibliográfica para poder llegar a los conceptos necesarios para lograr el objetivo de tesis.

Una revisión bibliográfica según Sánchez (2012) es un proceso de búsqueda, localización, lectura y síntesis de literatura especializada. La literatura en la que se basa una revisión bibliográfica puede provenir de diferentes fuentes: libros, revistas científicas, memorias de congresos, tesis de posgrados u otras fuentes. Una revisión bibliográfica debe tener orden y calidad. Hay dos elementos fundamentales que pueden garantizar el orden y la calidad de una revisión bibliográfica:

- Alcance: Definir de manera clara dónde se buscará y de ser necesario establecer límites temporales para la búsqueda.
- Foco: Se refiere a definir claramente que es lo que se está buscando dentro de la literatura que se va a estudiar.

El desarrollo de la revisión bibliográfica se centró en la búsqueda de elementos conceptuales de tres marcos teóricos: Semiótica, Teoría Socioepistemológica (TSME) de la Matemática Educativa y la Teoría de la Educación para la Matemática Crítica. Dicha revisión se ha realizado con intención de rescatar aquellos elementos que permitan una posterior articulación hacia el análisis del papel de las gráficas.

Cabe destacar que estos elementos no plantean una yuxtaposición conceptual. Se ha realizado una selección de aquellos elementos que confieran al logro del objetivo: una red conceptual para evidenciar el poder formativo de las gráficas en aquella persona haga uso de ellas.

2.1 Revisión textos

2. 1.1 Alcance y foco de la Semiótica

La Semiótica es grosso modo la teoría de los signos. Dentro de la teoría existen distintas perspectivas de acuerdo con el campo de acción, algunas retoman elementos para desarrollar nuevas teorías o incluso hay quienes recuperan - aspectos para desarrollar modelos de interpretación.

Dentro de los grandes exponentes se encuentra Ferdinand de Saussure (1857-1913) quien habla acerca de la Semiología la cual según la Real Academia Española se define como el estudio de los signos de la vida social; y por otro lado se encuentra Charles Sanders Peirce (1839-1914) quien habla de Semiótica[2] y se enfoca en la estructura triádica del signo (representamen-objeto-interpretante) y la tradición desarrollada por el psicólogo ruso Lev S. Vygotski (1896-1934) quien se enfoca en el papel que desempeña el signo como una función mediadora entre el individuo y su contexto.

A partir de ellos diversos autores se vieron inspirados y desarrollaron nuevas teorías tales como la Teoría de los Registros de Representación Semiótica por Raymond Duval (2006), el Enfoque Ontosemiotico (EOS) o también conocido como la Teoría de las Funciones Semióticas (TFS) desarrollada por Juan Godino (2007) y de la misma manera se han desprendido diversos analistas de la teoría y hay quienes la usan como base para desarrollas nuevas perspectivas, tales como la como la Aproximación Semiótica Antropológica (ASA) de Luis Radford (2005) o bien el modelo de interpretación y conceptualización propuesto por Sáenz-Ludlow y Zellweger (2012) basado en la teoría del signo triádico de Peirce.

[2] *No existe diferencia significativa entre ambos términos, el uso de la palabra semiología se atribuye a la tradición europea y el termino semiótica a la tradición anglosajona.*

El definir el empleo de una u otra perspectiva depende del objetivo de la investigación porque el camino a seguir es distinto de acuerdo con el interés del investigador. Por ello es necesario establecer el enfoque y el alcance y así recuperar los elementos de interés particular.

Para cumplir con el objetivo de tesis, en primer plano se ha considerado los aportes de Peirce y su teoría del signo triádico. Esta teoría nos permite identificar una relación triádica signo- *objeto-interpretante*, como elementos fundamentales en el proceso de construcción de signos. Además, este modelo permite categorizar el objeto de acuerdo con sus características, usos y formas como resultado de la actividad humana.

La Semiótica se preocupa también por la manera de acceder a los objetos matemáticos. Se conoce como objeto a "algo" a lo que va dirigido una acción. La idea de Blumer (1969) es que un objeto es "cualquier entidad o cosa a la cual nos referimos, o de la cual hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo. Y con esto no se puede obviar que se conoce la naturaleza de los objetos matemáticos, para ello hay que revisar algunos aspectos epistemológicos del objeto.

La noción de objeto permite la aproximación a lo que se conoce como objeto matemático y esto es en palabras de Chevallard (1991) *"un emergente de un sistema de prácticas donde son manipulados objetos materiales que se desglosan en diferentes registros semióticos: registro de lo oral, palabras o expresiones pronunciadas; registro de lo gestual; dominio de la inscripción, lo que se escribe o dibuja (grafismos, formulismos, cálculos, etc.), es decir, registro de lo escrito"* (p.8).

Por ello se ha considerado pertinente retomar los aportes de Duval (1995) relacionados con su Teoría de Signos de Representación Semiótica ya que remarca la construcción de diferentes representaciones semióticas y su articulación para acceder al objeto matemático y promover el desarrollo del conocimiento matemático. La relevancia de esto radica en problematizar la función de las representaciones semióticas como una manera de acceder al objeto matemático.

La teoría del conocimiento ha considerado a la representación como una imagen, una idea, una noción o más ampliamente, un pensamiento expresado, formado al nivel mental y que está presente de modo consciente. En este sentido la representación precisa de aquello que habrá de ser re-presentado – es decir, vuelto a presentar–, requiere por tanto de un objeto con existencia previa cuya captación intelectual reproduzca mentalmente a través de traer al presente las situaciones vividas, o de anticipar eventos por venir que condensen la experiencia adquirida. Bajo ese enfoque, la actividad semiótica no puede crear al objeto, pues solo lo re-presenta, es por ello que algunos autores han señalado críticas a su sustento epistemológico. (Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez – Sierra, 2006).

El objeto matemático necesita ser expresado, pero; ¿de qué manera se expresa? ¿Cómo obtenemos acceso a los objetos matemáticos? ¿Cómo se produce el objeto matemático? ¿Qué relación existe entre el signo y el objeto? Para Radford (2004) citando a Peirce decía que el signo no crea al objeto: aquél es solamente afectado por este. Entonces quien lo produce según Cantoral (2006) es la actividad humana. La producción del objeto a partir de la actividad humana es lo que permite que este puede ser expresado a través de sus representaciones porque no hay un acceso directo al objeto matemático si no es a través de sus representaciones siendo el signo el puente de acceso.

Entonces, se hace necesario considerar las representaciones semióticas en el nivel de la estructura mental y no solamente con respecto al requerimiento epistemológico para tener acceso a los objetos de conocimiento (Duval, 1995) porque según Duval (2004), la utilización de representaciones semióticas es primordial para la actividad matemática y para serle intrínseca.

Lo anterior nos lleva a ubicarnos en la perspectiva semiótica cognitiva adoptada por la Teoría de Registros de Representación Semiótica (TRRS) en la que se plantea abordar los problemas de aprendizaje de las matemáticas a partir de los distintos tipos de signos que se usan en la práctica matemática (atendiendo a su función y naturaleza). Tales signos son entendidos como representaciones materiales o externas, más que como representaciones mentales, considerándose que el modo de acceso a los objetos matemáticos, a diferencia de los objetos de otros campos de conocimiento científico, nunca puede ser directo mediante la percepción, sino haciendo uso necesariamente de las representaciones de tales objetos. Así, en la TRRS son claves las nociones de *semiosis* y *noesis*. Se llama semiosis a la aprehensión o la producción de una representación semiótica y noesis a los actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto, la discriminación de una diferencia o la comprensión de una inferencia (Duval, 1995).

Según Duval (1998), un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiósis:

1) La presencia de una representación identificable
2) El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada.
3) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial...". Es decir, con dos tipos de registros disimiles, con diferentes representaciones

Como ejemplos de tales RRS se tienen, la lengua natural (oral, escrita); representaciones numéricas (entera, fraccionaria, decimal); representaciones figurales o graficas (lineales, planas o espaciales) y representaciones alfanuméricas (algebraicas). Se reconoce la posición dominante del RRS de la lengua natural, en tanto metalenguaje de todos los lenguajes y de el mismo, es decir, como filtro de toda nuestra experiencia con el mundo natural, social y simbólico o cultural.

Finalmente se consideran los elementos de D'Amore (2006) quien recupera las ideas de sentido comprensión desde la visión kantiana. Estas ideas ayudan a reconocer el momento en el que el sujeto le da sentido al objeto matemático y cómo llega a la etapa de comprensión a partir de las presentaciones.

Catena afirma que “los objetos matemáticos eran entidades ideales e innatos”. El debate se vuelve moderno, en todo el sentido de la palabra, cuando, con Kant, se logra hacer la distinción entre los “conceptos del intelecto” (humano) y los “conceptos de objetos”. [Estos] conceptos del intelecto puro no son conceptos de objetos; son más bien esquemas lógicos sin contenido; su función es hacer posible un reagrupamiento o síntesis de las intuiciones. La síntesis es llevada a cabo por aquello que Kant identificó como una de nuestras facultades cognitivas: el entendimiento. (Radford, 2004, p.10)

La siguiente figura presenta las ideas de sentido y de comprensión en el lugar adecuado:

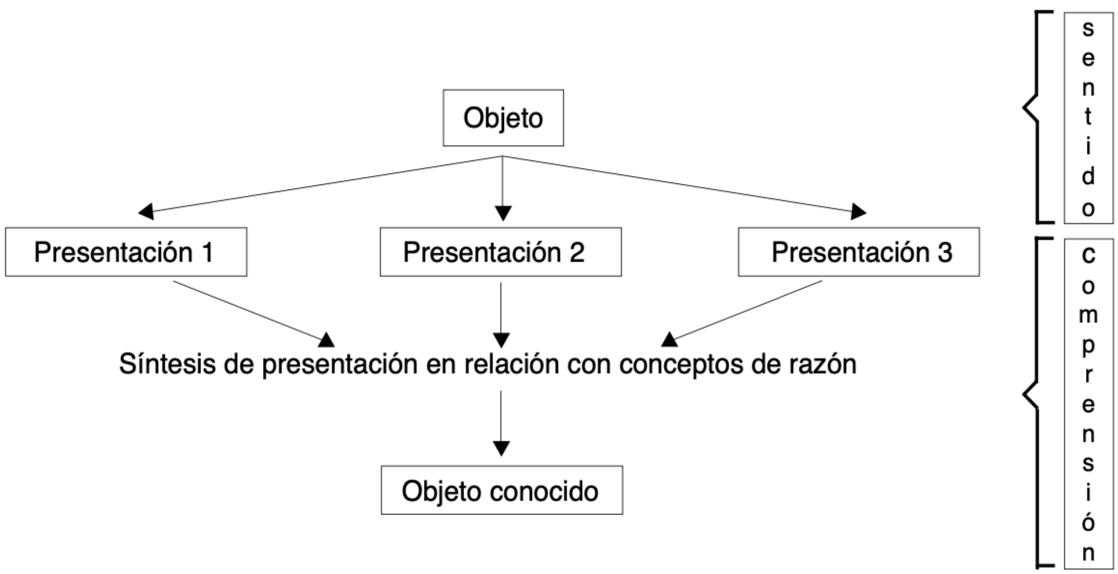


Figura 07: La relación entre los sentidos y la razón en la epistemología kantiana en Radford, L. (2004)

El objeto matemático, por tanto, configura aspectos representacionales que son desarrollados por la actividad del humano que opera dentro de la práctica matemática. Estos objetos matemáticos son complejos y no se reducen a una sola y única presentación, sino que son unidades emergentes que promueven a través de la mediación semiótica los significados personales y el entendimiento del objeto.

Se afirma que el papel que los signos juegan en matemáticas no es ser sustituidos por otros objetos sino por otros signos. Lo que importa no es la representación sino sus transformaciones. Contrariamente a otras áreas del conocimiento científico, los signos y la representación semiótica de las transformaciones son el corazón de la actividad matemática (Duval, 2006).

Para llegar a la determinación de las aportaciones semióticas a considerar dentro de la investigación se realizó una lista de interrogantes, tales como ¿Qué elementos semióticos se ponen juego dentro de la construcción del conocimiento sobre las gráficas? ¿Cuál es el papel de los registros de representación semiótica dentro de la construcción de significados gráficos?

Entonces, el foco de la revisión bibliográfica giró en torno a reunir aquellos elementos necesarios que permitirían reconocer el papel de la semiótica dentro de la construcción de los significados gráficos y la forma en que son tratadas por el sujeto en cuestión.

Ante esto los elementos semióticos a considerar son:

- Signo, signo vehículo, objeto e interpretante
- Registros de representación semiótica
- Ideas de sentido y comprensión

Si bien la noción de configuración ontosemiótica (de prácticas, objetos y procesos) responde a la necesidad de identificar los objetos y procesos implicados en las prácticas matemáticas que se realizan para la resolución de las situaciones-problemas (Godino, 2017) para la presenta investigación hablar de EOS a la par de la teoría Socioepistemológica y Educación para la Matemática Crítica podría supondría una yuxtaposición de elementos conceptuales.

En el capítulo 3 se describirán estos elementos y la manera en que podemos encontrarlos cuando hablamos de gráficas. De esta manera se lograrán reconocer los aspectos cognitivos en acción cuando un sujeto interactúa con una gráfica.

2.1. 2 Alcance y foco de la Educación para la Matemática Crítica

La Educación para la Matemática Crítica (EMC) es una corriente filosófica que estudia de la matemática y la educación matemática, pero desde una perspectiva en la que se destaca su rol en la sociedad, así́ como su relación con la justicia social, la equidad y la democracia (Cárdenas y Muñoz, 2014). Cabe destacar que para efectos de esta investigación el término *democracia* va más allá de la acción de ejercer un voto; este concepto va dirigido hacia propiciar una alfabetización matemática que brinde las condiciones para tener el acceso a la educación de calidad que permita satisfacer las necesidades de todos.

Para la investigación se retoman las ideas de Skovsmose (1999) quien afirma que una educación matemática crítica debe facilitar el desarrollo de una alfabetización matemática[3] que permita a los ciudadanos ejercer una competencia democrática; además, el autor pone en relación con un sujeto y un objeto críticos. Con eso se asume que el individuo debe tener la capacidad de accionar ante una situación de crisis y las acciones que realice deben ser reflexionadas e intencionadas.

Dado que la investigación se centra en las reflexiones que hace o se supone tendría que hacer un individuo cuando visualiza una gráfica y así accionar para la toma de decisiones, la Educación para la Matemática Crítica aportará ya que supone que cuando el individuo interactúa con un objeto matemático, se posibilita el desarrollo del conocer reflexivo. Ese conocimiento suponer argumentos, reflexiones y críticas que colaboran a la toma de decesiones con base en las acciones matemáticas. Sin embargo, para llegar a dicho conocer reflexivo se debe establecer una relación triádica: *Disposición –Intención – Acción.*

[3] Para Skovsmose (1999) el *alfabetismo matemático* está lejos de ser un término bien definido. El concepto se puede relacionar con nociones como empoderamiento, autonomía y aprendizaje para la democracia (cf. Jablonka, 2003). Hablar sobre empoderamiento también nos remite a hablar sobre des empoderamiento, y se podría considerar hasta qué punto el alfabetismo matemático podría connotar, digamos, reglamentación e indoctrinación.

Entonces, los elementos conceptuales a considerar serán:

- Disposición, Intención, Acción
- Conocer reflexivo

El uso de los elementos de la EMC, en los cuales se profundizará más adelante, antepone los aspectos sociocríticos puestos en juego al momento de la visualización de gráficas.

Además, la Educación para la Matemática Crítica nos permite hacer un análisis al con base en la Enseñanza de la Matemática para la Justicia Social (EMpJS). Esta línea de investigación tiene como meta formar docentes que puedan guiar a sus alumnos a ver la matemática no solo como un instrumento necesario para su éxito dentro y fuera de la escuela, sino también como un instrumento para alcanzar una sociedad más justa. A través de la EMpJS los niños verían las matemáticas como una herramienta para comprender y cambiar el mundo entendiendo así́ el poder social de las matemáticas. (López y Guerra, 2017). La EMpJS va más allá de la justicia legal, sino que está encaminada hacia la búsqueda de la justica para que los estudiantes tengo acceso a las matemáticas que le permitan cambiar su realidad; leer y escribir el mundo con matemáticas.

Cuando se habla de leer y escribir el mundo con matemáticas nos referimos como una capacidad para que las personas puedan ser partícipes de la equidad del mundo en el que viven. De esta manera, podemos ver el poder social de las matemáticas.

Es crucial que los niños aprendan las matemáticas como una herramienta para entender y cambiar el mundo (Freire, 1979/2000; Gutstein, 2006). Para que los niños participen en este tipo de experiencia, los maestros necesitan ayuda para reconocer el poder de las matemáticas como una herramienta social, y reconozcan el inherente rol político del maestro (Moisés, 2001; Guerra, Lim y López, 2017).

Es por ello por lo que el papel de la EmpJS dentro de la investigación es exponer la necesidad de reconocer el papel de las gráficas como un instrumento de formación en la vida de las personas. Además, sirve como repunte para concluir el análisis de la red conceptual que enmarca el poder formativo de las gráficas.

2.1.3 Alcance y foco de la Teoría Socioepistemológica

La revisión bibliográfica alrededor de la Teoría Socioepistemológica se basó en las ideas de Cantoral (2013) y diversos autores que utilizan el mismo marco teórico, pero enfocados hacia la gráfica y su problematización tal como lo hicieron Buendía (2012), Buendía y Jiménez (2017), Cordero y Flores (2007), entre otros.

Para que estos textos fueran considerados como herramienta de análisis se necesitaba que plantearan las bases de la teoría, además de que se problematizara las gráficas o particularmente, el uso de las gráficas. Para llegar a la noción de uso, el enfoque socioepistemológico considera que es necesario desarrollar una serie de acciones que posibilitan actividades denominadas *prácticas de referencia.*

Para llegar a ello, se hace uso de los conceptos básicos del enfoque socioepistemológico para reconocer a la graficación como práctica de referencia.

- Contexto, uso, usuario
- Anidación de prácticas: rol de la práctica de referencia
- Saber gráfico

Dado que la problematización de las gráficas se centra en su uso, el enfoque socioepistemológico permitirá llegar a las acciones y actividades que realiza el usuario de la gráfica al momento de visualizarla. Además, permite responder una serie de interrogantes tales como ¿Cómo una persona usa una gráfica? ¿qué posibilita que el usuario use de esa manera la gráfica? ¿Qué tipo de prácticas resultan de la actividad humana? ¿Qué tipo de acciones y usos promueven el desarrollo de significados gráficos?

Es entonces el enfoque socioepistemológico el encargado de proveer aspectos socioculturales de corte epistemológico (basado en prácticas y usos) para lograr reconocimiento del conocimiento gráfico en uso; esto será el *saber gráfico*.

2.2 Focalización en el campo de las gráficas

Hasta aquí se ha señalado el material bibliográfico para desarrollar la investigación. Para que estas aportaciones hayan sido consideradas dentro de la investigación se buscó que cada una de ellas fuera enfocadas a la gráfica como objeto matemático. Ahora que se han señalado los elementos conceptuales a utilizar, estos deben ser aterrizados hacia el estudio de las gráficas y su uso.

Dado que la naturaleza del problema apunta hacia el uso de las gráficas, se considerarán cualquier tipo de gráficas que sean frecuentadas dentro de los libros de textos o aquellas presentes en la vida diaria de las personas o cualquier insumo[4] que provee elementos visuales para el tratamiento gráfico. Cada gráfica utilizada dentro de esta investigación fue localizada dentro de libros de texto, periódicos en su versión física o en línea además cualquier otro medio que permite el acceso a gráficas a todos los ciudadanos y/ o estudiantes.

Aunque el contexto cotidiano podría ser fundamental para el marco metodológico planteado, lo que se pretende con esta herramienta es poder usarla en cualquier tipo de gráfica independientemente del objetivo de la gráfica, por ejemplo, uno escolar. Así es como esta red conceptual no pretender ser una herramienta de análisis única y exclusiva para el análisis de gráficas presentes en libros de texto

[4] Para el caso de la investigación usaremos la palabra *insumo* para referirnos a instrumento que proveen de elementos para la la problematización de gráficas. Estos pueden ser: actividades de los libros de texto, artículos de cualquier medio de comunicación (televisión, periódicos, revistas o redes sociales) e incluso aquellos reactivos que se aplican e pruebas para la evaluación del conocimiento matemático.

sino una herramienta de análisis gráfico general que permita hacer un análisis sustancioso sobre el papel de cualquier gráfica en quien la visualiza considerando también el contexto.

2.3 Articulación de elementos conceptuales

En Matemática Educativa es posible encontrar teorías que coexisten, la diferencia radica en el enfoque de cada una. Para esta investigación no se pretende una yuxtaposición de marcos teóricos sino de la localización de elementos conceptuales de diferentes marcos teóricos que permitan armar una red de conceptos que posibiliten profundizar en la forma de abordar y problematizar a las gráficas y los usos de estas. Además, se busca proponer una mirada diferente sobre del proceso de enseñanza y aprendizaje de las gráficas dentro de los contextos escolares y fuera de ellos bajo una mirada articulada.

Tal como se ha señalado articulamos los tres marcos teóricos porque presuponen un sistema de prácticas como resultado de la actividad humana que a la vez son guiadas por una serie de acciones. La articulación toma como eje fundamental la noción de uso de las gráficas, asumiendo que esta noción permitiría lograr una resignificación de la gráfica misma y a la vez esto nos permitirá accionar y cambiar nuestra realidad a partir de las decisiones tomadas que previamente han sido ya configuradas por un saber reflexivo.

Cabe destacar que para lograr es necesario reconocer el papel de las relaciones triádicas que preexisten dentro de cada marco teórico. Estas relaciones son las que posibilitan acceder a la gráfica, construirla, operarla, tratarla, argumentar con ella, usarla y tomar decisiones con base en lo visualizado.

El siguiente esquema presenta la forma de articular los conceptos que interesa para lograr el objetivo de tesis:

- Por un lado, la semiótica permitirá considerar y analizar los aspectos cognitivos que se ponen en juego cuando se visualiza una gráfica y cómo se da el proceso de construcción de signos gráficos. Para lograrlo se enfocará en la forma de relacionar el signo vehículo, interpretante y objeto presente en el momento de acceder a la gráfica. Con esto se pretende ver el dinamismo que presenta el objeto matemático y el proceso deconstrucción de significados.

- Por otro lado, los elementos de la Educación para la Matemática Crítica pretenden esclarecer los aspectos sociocríticos que se vislumbran en diversos momentos de la visualización gráfica. Y se preocupa por el desarrollo del conocer reflexivo. Esta capacidad de conocimiento se presenta a la relación inseparable de tres elementos: sujeto, su disposición e intención.

- Por último, el enfoque socioepistemológico trabaja sobre los aspectos socioculturales que permiten al usuario de una gráfica desarrollar prácticas intencionadas lo que desemboca en una resignificación de las gráficas, esto considerando el papel del usuario y la forma en que usa las gráficas situadas en un contexto.

Entonces articular los aspectos cognitivos, sociocríticos y socioepistemológicos permitirá desarrollar una red conceptual -objetivo de la tesis- que desemboca en evidenciar el poder formativo de las gráficas al desarrollar en el usuario de una gráfica un saber gráfico reflexivo.

CAPÍTULO III
UN MARCO CONCEPTUAL: HACIA UNA MIRADA INTEGRADORA

Dado que el objetivo de la tesis es proponer elementos conceptuales para tratar a la gráfica desde un sentido más amplio, robusto y profundo, en este capítulo se presenta el resultado de la revisión bibliográfica realizada para lograr el objetivo de la tesis. La intención es que no queden elementos para un análisis gráfico-aislados y que se considere aquello que en realidad debería de importarnos, el uso de las gráficas y cómo este nos permite desarrollar significados y a la vez influir en la formación de un ciudadano con carácter crítico.

Para esto se retoman los elementos conceptuales de tres marcos teóricos cuya elección se presentó en los elementos metodológicos: la Teoría Socioepistemológica, Semiótica y Educación para la Matemática Crítica. Cabe señalar que no se trata de una yuxtaposición de marcos teóricos sino de armar una red conceptual que permitan obtener una herramienta que nos brinde un análisis sustancioso sobre el tratamiento de las gráficas fuera y dentro de los contextos escolares.

3.1. Semiótica y la construcción del signo

Entre todas las teorías y perspectivas de la semiótica el enfoque y la preocupación es distinta, pero todas giran en torno al signo. Para este momento usaremos la definición de la Real Academia Española la cual dice que un signo es un objeto, fenómeno o acción material que, por naturaleza o convención, representa o sustituye a otro.

La semiótica se orienta hacia el sentido de la comunicación a través de los signos y resulta útil para diversas disciplinas, tales como la educación, arquitectura, diseño gráfico, entre muchas otras. ¿Qué papel juega la semiótica dentro de las matemáticas? Toda actividad matemática requiere de procesos cognitivos para lograr el acercamiento a los objetos matemáticos y la forma de llegar a dichos objetos es a través de los signos. Ante esto, Duval (2016) afirma que la situación epistemológico particular de las matemáticas con respecto a los otros campos de conocimiento conduce a conferir a las representaciones semióticas un rol primordial, esto porque constituyen el único medio de acceso a los objetos matemáticos; lo cual plantea el problema cognitivo del paso de la representación de un objeto a otra representación de ese mismo objeto.

Cabe destacar que las representaciones semióticas no deben confundirse con las representaciones mentales es decir con el conjunto de imágenes y concepciones que un individuo puede tener acerca de un objeto, una situación y sobre todo lo asociado al mismo. En matemática las representaciones semióticas son importantes tanto para los fines de comunicación como para el desarrollo de la actividad matemática El tratamiento de los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado. la función de tratamiento solo la pueden llevar a cabo las representaciones semióticas y no las representaciones mentales (Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen y Gorrochategui, 2012)

Entonces dentro de toda actividad matemática hay una constantes producción de signos. Veamos algunas definiciones de signo:

- Según Peirce (1974) un signo o representamen, es algo que, para alguien, representa o se refiere a algo en algún aspecto o carácter. Se dirige a alguien para crear crea en la mente de esa persona un signo equivalente, o, tal vez, un signo aún más desarrollado.
- Para D'Amore (2006), los signos son artefactos, objetos a su vez "lingüísticos" (en sentido amplio), términos que tienen el objetivo de representar para indicar algo.

Así el papel de los signos no es ponerse en lugar de objetos matemáticos, sino de proporcionar la capacidad de sustituir algunos signos por otros.

El “signo” de Peirce denotado como Signo por Sáenz-Ludlow y Zellweger (2012), refiere a la integración inseparable de tres relaciones diádicas en la que se articulan un objeto, una representación y una interpretación. El diagrama de la figura 8 representa la relación triádica alrededor del signo e ilustra la estructura general del Signo como un todo.

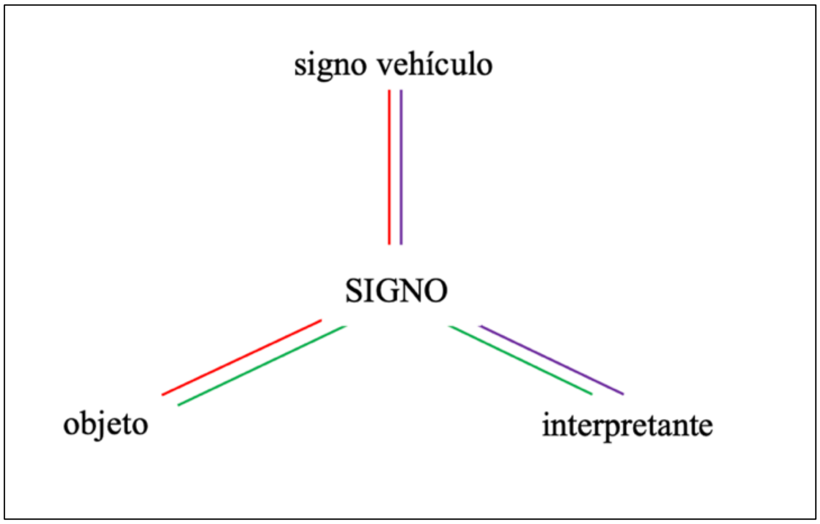


Figura 8. Diagrama de la estructura general del Signo tomado de Perry, Camargo y Samper (2019)

En términos generales un signo es algo que afecta al objeto y es producida en la mente de quien está dentro de una actividad matemática. Así se afirma que los signos constituyen el puente de acceso a esos objetos conceptuales vistos como situados más allá de las peripecias de la acción humana y la cultura (Cantoral, 2006). El signo y la forma en que este es usado (esto es, su sintaxis) –forma necesariamente cultural en tanto que inmersa en Sistemas Semióticos Culturales de significación– son considerados como constitutivos del objeto conceptual: estos objetivan al objeto. (Radford, 2004).

Ahora recordemos que los objetos matemáticos necesitan ser representados dado que no existe manera de acceder directamente a ellos. Alrededor de las gráficas se llama aquello que denominamos *tratamiento,* la cual se refiere a operar sobre el mismo registro de representación semiótica. Esto puede verse en la tabla 1:

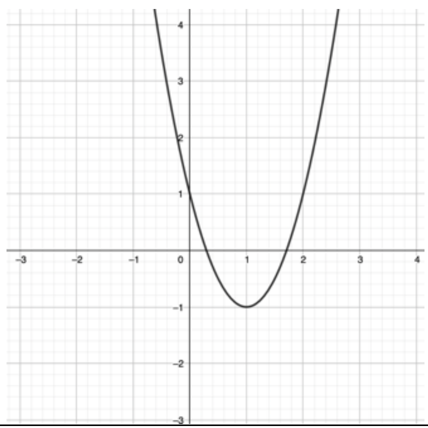
Tratamiento: *Representación semiótica $R^1{}_1$ Sobre Registro Algebraico*	Tratamiento: *Representación semiótica $R^1{}_2$ sobre* registro algebraico
$f(x) = 2x^2 - 4\,x$ (Escritura funcional)	$\{(x,y)/y= 2x^2 - 4\,x\,,\, x \in \mathrm{R}\,\}$(Escritura conjuntista)
Tratamiento: *Representación semiótica $R^1{}_1$ Sobre Registro gráfica*	Tratamiento: *Representación Semiótica $R^1{}_2$ sobre* registro gráfica
	Una parábola que abra hacia arriba, que su ordenada al origen sea (0,1) y extremos (1,-1)

Tabla 1: Diferentes registros de representación sobre un mismo objeto

Otra de las acciones cognitivas a realizar durante la aprehensión conceptual de los objetos matemáticos es la conversión. La cual se refiere a cambiar de representación sobre diferentes registros de representación. Ejemplo de ello se puede ver en la tabla 2.

A partir de una función	A partir de una ecuación
1. Hallar el dominio de una función 2. Completar una tabla 3. Realizar una gráfica 4. Realizar conclusiones	1. Analizar ecuaciones 2. Escribir una expresión algebraica para cada ecuación 3. Construir gráficas 4. Indicar posibles soluciones para la ecuación.

Tabla 2: Conversiones posibles sobre un objeto

Ahora veamos el siguiente ejemplo. En los libros de textos se suele reconocer la necesidad de transitar entre representaciones como una manera de lograr la aprehensión conceptual de un objeto matemático. En la tabla 3 puede observarse el tránsito, iniciando con una función cuadrática, pasando a un registro tabular para posteriormente obtener una gráfica y finalmente una interpretación.

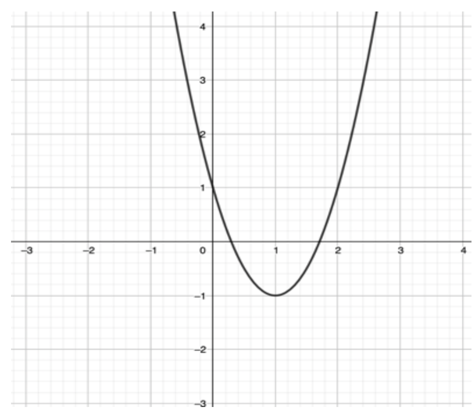
<table>
<tr><td>1. Registro Algebraico</td><td>2. Registro Tabular</td></tr>
<tr><td>$f(x) = 2x^2 - 4\,x + 1$</td><td><table><tr><td>x</td><td>f(x)</td></tr><tr><td>-1</td><td>7</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>3. Registro gráfico
</td><td>4. Registro Lenguaje natural
Una parábola que abra hacia arriba, que su ordenada al origen sea (0,1) y extremos (1,-1).</td></tr>
</table>

Tabla 3: Conversiones posibles de una función cuadrática

De esta manera se ilustra las transformaciones que se realizan para la obtención de una gráfica y eso a lo que se le denomina conversión porque se transita entre distintos registros de representación semiótica. Cabe destacar que dicho transito es posible gracias a la equivalencia entre los elementos de los registros semióticos.

En el enunciado y solución de una tarea matemática pueden intervenir distintas representaciones semióticas pertenecientes a diferentes RRS, las cuales pueden sufrir distintos tratamientos o conversiones.

Basados en la idea de Radford del sentido y comprensión para llegar al objeto conocido según la epistemología kantiana se desarrolló el siguiente esquema como síntesis de presentación de representaciones del objeto conocido, gráfica.

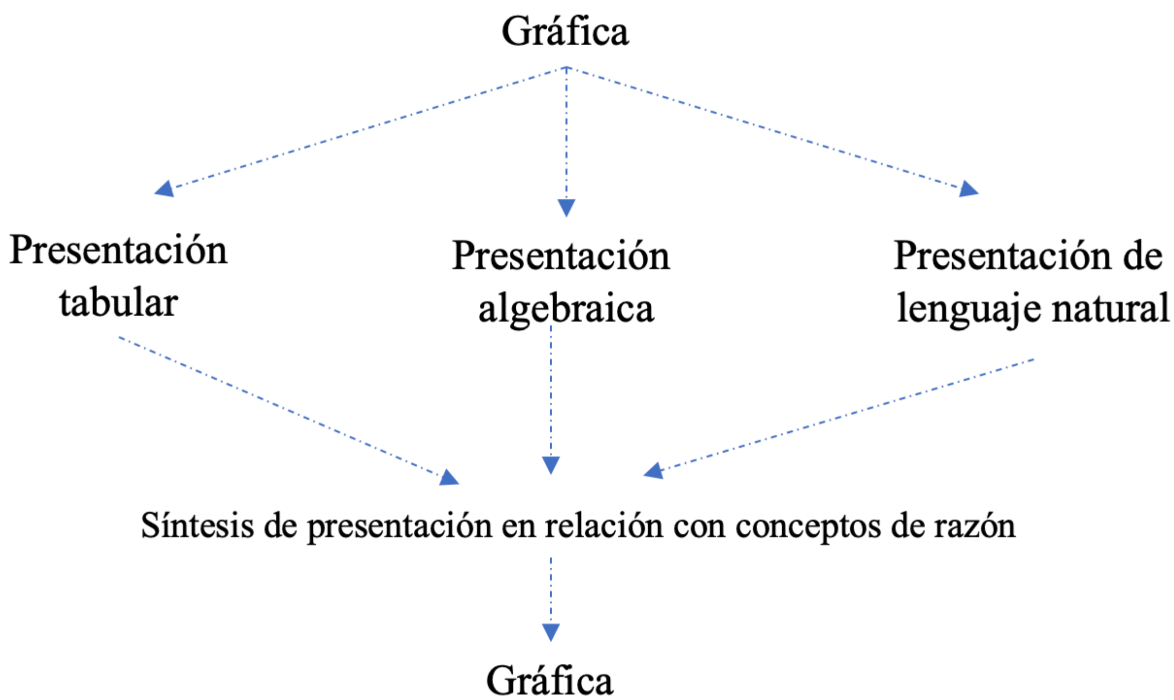


Figura 09: La relación entre los sentidos y la razón aplicado a la gráfica

Hasta aquí se ha mencionado la forma en que el dME señala la forma de obtener una gráfica. Entonces, siendo la gráfica un objeto matemático, ¿se llega al objeto a partir del tránsito entre representaciones? Un sujeto tendrá acceso a un *objeto representado solamente si se cumplen dos condiciones:* 1) que disponga de al menos dos registros diferentes para representar el objeto; y 2) que pueda pasar de manera natural de un registro a otros, aun sin ser consciente de las representaciones que está articulando. Si esto no ocurre, la representación y el objeto representado (notación y contenido) se confunden. (Godino, Wilhelmi, Blanco, Contreras & Giacome, 2016).

Es posible afirmar el papel de la semiótica como la piedra angular de toda actividad matemática porque es posible afirmar que sin semiosis no hay actividad matemática. Dentro de la teoría semiótica se encuentran perspectivas como la de Duval y su teoría de Registros de Representación semiótica en la que se hace primordial el tránsito entre representaciones para reconocer que se conoce el objeto matemático. De hecho, autores como Oviedo, Kanashiro, Bnzaquen y Gorrochategui (2012) afirman que el dominio de las operaciones necesarias para cambiar la forma mediante la cual se representa un conocimiento es primordial, ya que se constituye en una operación cognitiva básica que está muy relacionada con los tratamientos de comprensión y con las dificultades del aprendizaje conceptual. mismo objeto a través de sus representaciones en distintos registros semióticos.

Así la perspectiva de Duval nos permite ver la actividad semiótica necesaria para la acceder al objeto matemático. Sin embargo, existe una multiplicidad de acciones que puede realizar el humano para acceder a este, y las realizadas en el proceso son tan solo uno de los aspectos para poder formalizar el conocimiento matemático en uso.

Ante esto Piaget (1967) argumenta cuando afirma que las representaciones son solamente los resultados superficiales del funcionamiento de estructuras mentales profundas, que no dependen de la conciencia real de los individuos. Subyacente a los dos tipos bien opuestos de representación, existe una organización de estructuras cognitivas que hace a los individuos capaces de realizar los varios tipos de actividad de conocimiento (Duval, 1996). Así, el rasgo característico de la semiótica y las representaciones es determinar el funcionamiento cognitivo que se ve configurado dentro de los procesos matemáticos.

Sfard (2001) afirma que en la comunicación siempre hay construcción de significado, aunque no sea el esperado; la enseñanza debe considerar seriamente la necesidad que el aprendiz tiene de dar significado, pero no pretender protegerlo de la molesta experiencia de una significación insuficiente, ya que las matemáticas aprendidas sin esfuerzo solo pueden ser triviales y carentes de inspiración; no es razonable creer en la posibilidad de un aprendizaje uniformemente significativo en todo momento, especialmente en matemáticas. Aceptar que el significado depende de la actividad del sujeto con el objeto, y esta depende de la interpretación que el sujeto da al objeto puede verse como la fuerza conductora detrás del crecimiento incesante del conocimiento; “la comprensión de un concepto y la habilidad para aplicarlo son como dos piernas que hacen posible moverse hacia adelante gracias al hecho de que nunca están exactamente en el mismo lugar”.

3.2 Socioepistemología y la práctica de referencia

Para armar la red conceptual propuesta se requiere elementos del Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Esta teoría busca construir una explicación sistémica de los fenómenos didácticos en el campo de las matemáticas. No sólo discute el asunto de la semiosis o el de la cognición de manera aislada, sino que busca intervenir en el sistema didáctico para transformarlo, al tratar a los fenómenos de producción, adquisición y de difusión del conocimiento matemático desde una perspectiva múltiple, que incorpore al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión cultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía su enseñanza (Cantoral, Farfán y Martínez-Sierra, 2006).

La teoría de Cantoral (2013) reconoce que las dimensiones para estudiar los fenómenos didácticos relativos al saber[5] son:

- Dimensión epistemológica

[5] “CONOCIMIENTO es la información sin uso; el saber es la acción deliberada para hacer del conocimiento un objeto útil frente a una situación problemática. De donde se deduce que el aprendizaje es una manifestación de la evolución del conocimiento en saber. Por lo que el aprendizaje consiste en dar la respuesta correcta antes de la situación concreta. Con esta imagen tan profunda, se expresaba hace algunos años Ricardo Cantoral a propósito del debate, de un tiempo para acá muy acalorado en todo el mundo, sobre lo que significa en verdad saber”, (D’amore, 2006)

- Dimensión didáctica
- Dimensión cognitiva
- Dimensión social y cultural

La Socioepistemología reconoce la necesidad de incorporar las dimensiones sociales y culturales entre otras debido a que estas posibilitan el uso del conocimiento matemático. Cabe destacar que el conocimiento en uso lo que permite es que el conocimiento sea significativo lo cual permitiría alejarse del conocimiento asilado que no satisface las necesidades de los individuos.

Actualmente la Socioepistemología (Cantoral, 2013), en tanto teoría, postula que para atender la complejidad de la naturaleza del saber y su funcionamiento a nivel cognitivo, didáctico, epistemológico y social en la vida de los seres humanos deberá de problematizar al saber en el más amplio sentido del término, situándole en el entorno de la vida del aprendiz (individual o colectivo) lo que exige del rediseño compartido, orientando y estructurando, al *discurso Matemático Escolar.*

En sus intentos, por difundir los saberes, la Socioepistemología sostiene que se forman discursos que facilitan la representación y la comunicación en matemáticas y que buscan alcanzar consensos entre los actores; les denominamos a estos discursos con el término genérico de discurso Matemático Escolar. Entonces es el paradigma educativo que norma y regula las matemáticas escolares. Es justamente lo que lleva a los docentes a repetir las mismas clases aun con escasos logros en el aprendizaje de sus alumnos (Cantoral 2013).

Para Cantoral (2013) el punto de construcción de saberes es la actividad normada por emergentes de naturaleza social que nominamos *prácticas sociales.* Las funciones de la práctica social son cuatro: normativa, identitaria, pragmática - discursiva. La investigación de corte socioepistemológico identifica como algunas prácticas el *medir, predecir, modelar y convenir.* Sin embargo, para que una actividad llegue a reconocerse como práctica social es necesario pasar por ciertos procesos que requieren de un alto grado problematización y estudio (ver figura 10).

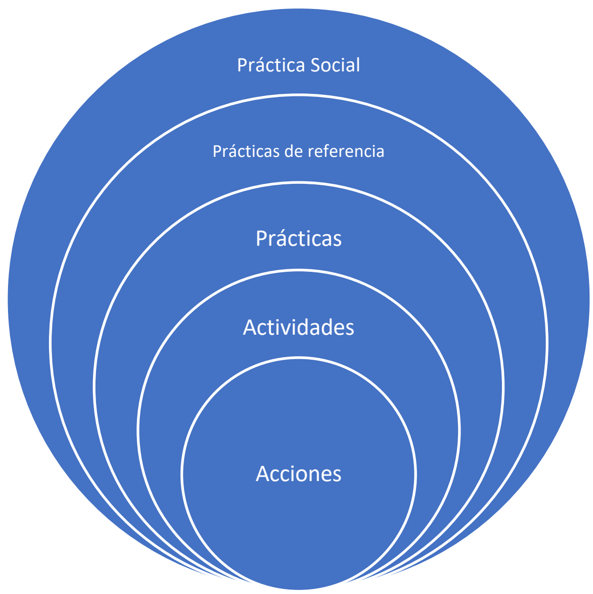
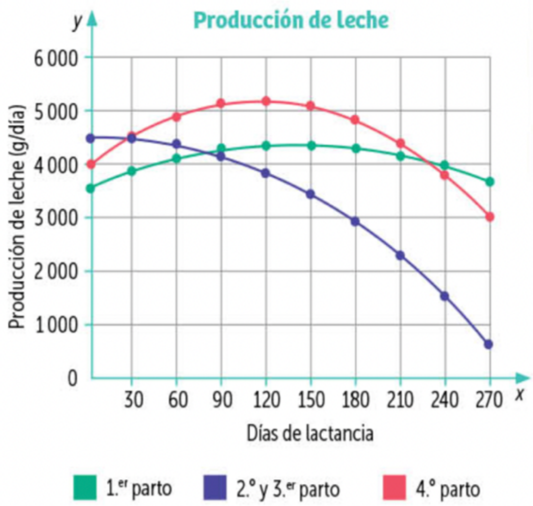


Figura 10: Modelo de prácticas anidadas: P – PR – PS
en Cantoral, R. (2013).

Para efectos de esta investigación nos ubicamos en el desarrollo de la graficación como una práctica de referencia. La noción de práctica de referencia fue introducida por Farfán (1997) para el ámbito de la matematización de la ingeniería entre los siglos XVIII y XIX. Sirvió como base para explicar los mecanismos constructivos situados en escenarios culturales.

Para ejemplificar el proceso de construcción de saberes a nivel de una práctica referencia se presenta una gráfica extraída de una tarea escolar proveniente de un libro de texto de matemáticas. Dicha tarea se encuentra enfocada a la representación gráfica, tabular y algebraica de la variación cuadrática en alumnos de tercer grado de secundaria.

La figura 11 es una gráfica que presenta la información registrada por un grupo de ganaderos donde señalan la cantidad de leche que producen sus vacas. En ella se ha clasificado al ganado, según la cantidad de partos que ha tenido, en tres categorías: a) un parto b) entre dos y cuatro partos, y c)mayor de cuatro partos. Así *x* es la cantidad en días de lactancia del ganado e *y* es la producción de leche.



Días de lactancia	1.er parto	2.° o 3.er parto	4.° parto o más
10			
50			
100			
150			

c) Analicen las gráficas junto con la tabla y respondan.

- ¿Qué tipo de número (positivo o negativo) son los coeficientes del término cuadrático?
- Si el coeficiente tuviera signo opuesto, ¿las gráficas seguirían teniendo un máximo? Expliquen.

Figura 11: Producción de leche en Medel, R., García, R., y Gómez, I. (2021)

En las tareas escolares es común que se les pida a los estudiantes, analizar la gráfica, obtener la forma tabular, la forma algebraica, obtener coeficientes además de máximos y mínimos. Si observamos las acciones posibles a realizar por parte de un estudiante cuando se encuentra con una gráfica como la de la figura 11 estas puden ser clasificadas en diferentes varios niveles:

- Acciones: Son aquellos haceres observables que el estudiante puede decir, hacer o incluso el profesor puede pedir. Con base en la figura 11 un esstudiante puede localizar localizar puntos, o construir la forma tabular o representaciones algebriaca.
- Actividades: Son aquellas que presentan una articulación de las acciones realizadas previamente. En este punto las acciones en conjunto permiten al estudiante ver, por ejemplo el comportamiento de la parábola o la tendencia de una gráfica.
- Prácticas: Son aquellas que articulan el conjunto de actividades y forman parte de un grupo. Por ejemplo el estudiante puede lograr una interpretación con base en el comportamiento observado o trayectoria que sigue la parábola.
- Práctica de referencia: En ella se engloban y articulan todas las acciones, actividades y prácticas realizada. Permiten evidenciar el conocimiento matemático en uso. Por ejemplo la visualización es una práctica de referencia porque cuando el estudiante ve mas allá de lo aprentemente visible le da sentido a la gráfica y a todas las acciones realizadas previamente.

Estos niveles se pueden ver en la figura 12. En ella se muestra el proceso para llegar a la práctica de referencia y así entender el proceso de construcción del conocimiento gráfico en uso. Está práctica de referencia consiste en enfatizar el valor de uso del conocimiento matemático, lo que significa colocar a las *prácticas sobre el objeto formal* (SEP, 2017).

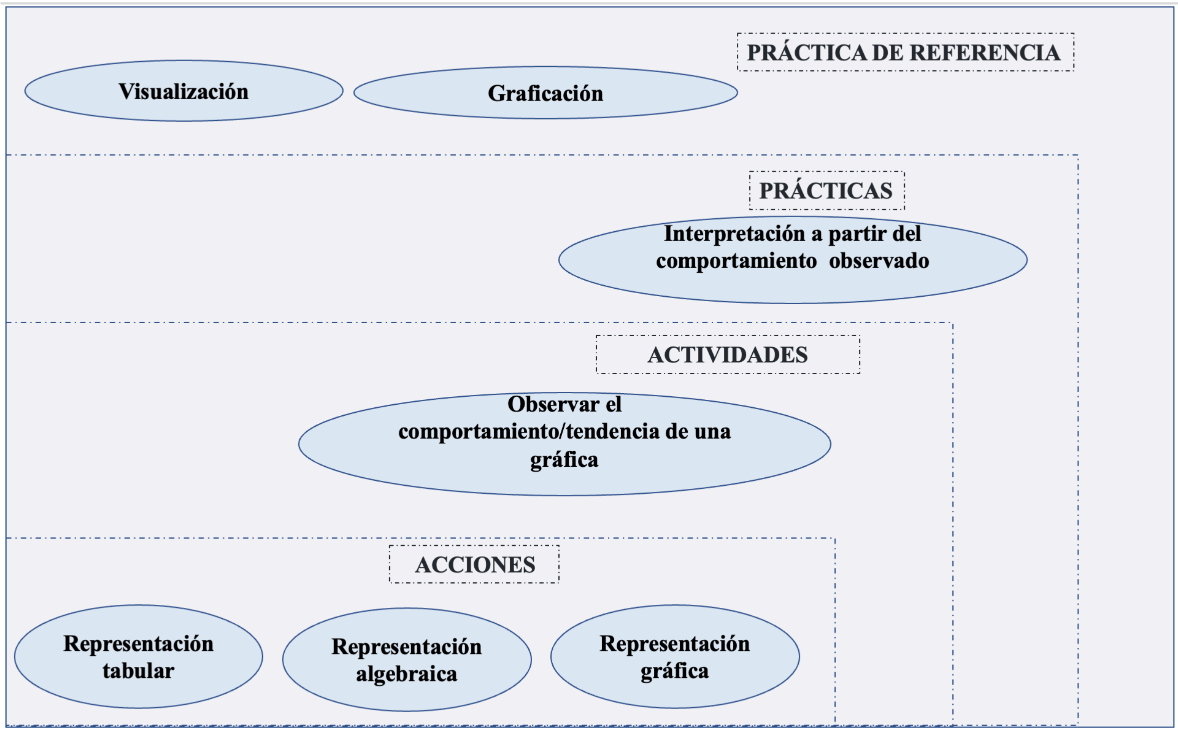


Figura 12: Anidación de práctica referidas al uso de la gráfica

El estudio del uso de las gráficas se ha consolidado como un espacio de reflexión y una manera de actuar hacia un rediseño del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Además, se ha extendido el interés por las prácticas asociadas a las gráficas, su funcionamiento y formas. Hablar entonces de las prácticas desarrolladas a partir de la gráfica como objeto de estudio y el cuestionamiento acerca del cómo desarrollan dichas prácticas y que es lo que hace que se desarrollen tales prácticas es lo que permite que se desarrolle su problematización.

La problematización del saber gráfico gira entonces a ¿Qué pasa cuando se visualiza una gráfica? ¿Qué visualiza un usuario en una gráfica? ¿Qué elementos se ponen en juego? ¿Cómo se usa dicha gráfica? ¿Qué es aquello que les hace actuar de esa manera sobre una gráfica? Está claro que cuando un individuo visualiza una gráfica o incluso la construye; desarrolla una serie de acciones orgánicas sobre la misma que le permitirán hacer uso de la gráfica.

La figura 12 señala los niveles por los que se atraviesa para llegar al reconocimiento de una práctica de referencias. Sin embargo, una práctica de referencia Cantoral (2013), afirma que no existe un uso, sin usuario, y este no es tal sin el contexto donde se acontece el uso: *la tríada uso-usuario-contexto,* es una expresión objetivada de la existencia de una práctica de referencia (ver figura 13).

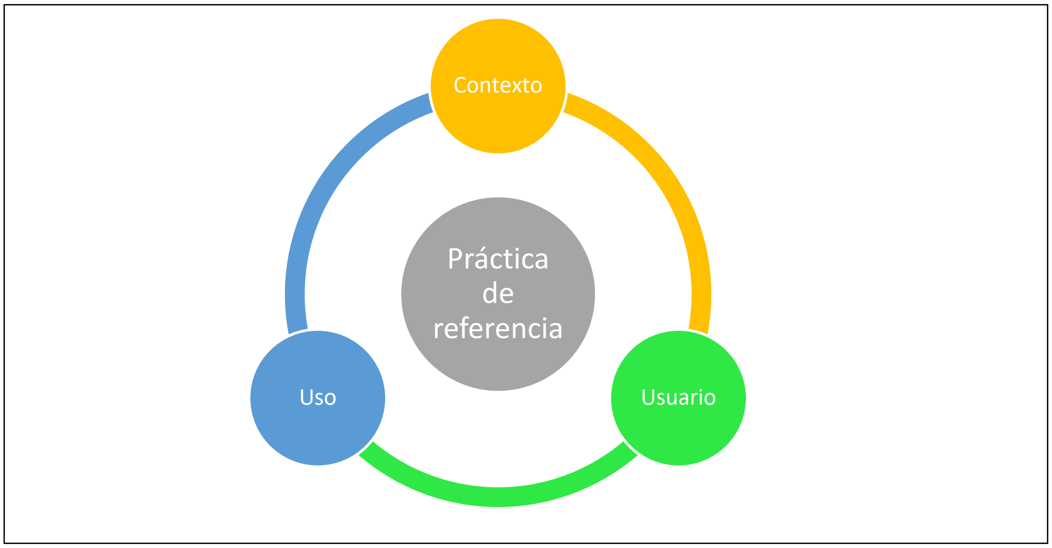


Figura 13: La tríada de la práctica de referencia
en Cantoral, R (2013)

El reconocimiento de la graficación como una práctica de referencia permite el dinamismo de diferentes acciones; tales como la coordinación, tránsito y articulación entre las representaciones. Es decir, el usuario conoce la gráfica, sus presentaciones y las usa, se habla entonces de conocimiento en uso. Dicho uso es posible porque tales acciones han sido situadas en un contexto. Entonces se habla de que la gráfica ha sido objetivada y es objetivable a la vez.

El saber gráfico es entonces una construcción social del conocimiento; en este sentido el saber o los saberes, son procesos deliberados para el uso compartido del conocimiento. Para el análisis del saber, este debe problematizarse.[6] La noción de problematización exige de otra más concreta y puntual que es la noción de uso; ésta es una noción compleja que exige a su vez de referencias a los contextos socioculturales de significación específicos del episodio estudiado. El uso como noción exige una práctica de referencia y acompaña al proceso de formación de concepto. Su localización resulta entonces fundamental para orientar la intervención educativa, para el *rediseño del discurso Matemático Escolar.*

Así Cantoral (2013) afirma que la Socioepistemología tiene un aporte fundamental: modela la *construcción social del conocimiento matemática* conjuntamente con su *difusión institucional*, esto es, modeliza las dinámicas del saber o conocimiento puesto en uso. La investigación en Matemática Educativa con orientación socioepistemológica inicia con este particular tratamiento del *saber.* Se lo *construye, reconstruye, significa y resignifica*, se lo ubica en el tiempo y en el espacio, se lo explora desde la óptica de quien aprende, de quien inventa, de quien lo usa: se posiciona a la opción constructiva en la perspectiva histórica, cultura e institucional para que, en definitiva, se lo rediseñe con fines didácticos. Esto es, el saber se problematiza: *historiza y dialectiza* con intencionalidad.

En conclusión, el enfoque socioepistemológico comparte la tesis de la semiótica cultural, que confiere a la actividad humana la función de producción del objeto, aunque el énfasis socioepistemológico no está puesto ni en el objeto preexistente o construido, ni en su representación producida o innata; sino más bien se interesa por modelar el papel de la práctica social en la producción de conocimiento a fin de diseñar situaciones para la intervención didáctica. Claramente, ello exige de un posicionamiento sobre el sentido que adquiere la expresión práctica social, en este enfoque. (Cantoral, Farfán, Lezama & Martínez-Sierra, 2006).

[6] Problematizar algo requiere de su historización (historia crítica) y su dialectización (reconoce la contradicción).

3.3 Educación para la Matemática Crítica y el conocer reflexivo

En el proceso de desarrollo de conocimiento matemático se ponen en juego la producción de signos y se desarrollan prácticas que se significan a través de los usos. Dentro de toda actividad matemática existen dos elementos ya previamente mencionados: el sujeto y el objeto. Si estos elementos son fortalecidos con la capacidad crítica que el sujeto puede ejercer sobre el objeto, ¿habría cambios significativos sobre cómo se usa el conocimiento? Para responder a esta interrogante aquí se presupone que la Educación Matemática puede servir como marco de referencia que favorecer el reconocimiento de las gráficas como un poder que permite formar a los individuos a través de diversos elementos. Esto tendría como resultado un razonamiento crítico sobre el objeto matemático y promovería los usos contextualizados significativos.

El término Critical Mathematic Education por sus siglas en español (EMC) fue introducida en los años ochenta en Estados Unidos por Marilyn Frankenstein e 1983 y en Europa por Ole Skovsmose en 1985. La Educación Matemática Critica (EMC) es una corriente filosófica dentro de la investigación en didáctica de las matemáticas, que se aboca al estudio de la matemática y la educación matemática, pero desde una perspectiva en la que se destaca su rol en la sociedad, así como su relación con la justicia social, la equidad y la democracia (Cárdenas y Muñoz, 2014).

Skovsmose (1999) señala que crítica puede definirse como una actividad de pensamiento y de reacción ante una situación de *crisis*. Esta actividad pone en relación un *sujeto crítico* y un *objeto de crítica*. Entonces una educación matemática crítica debe facilitar el desarrollo de una alfabetización matemática[7] que permita a los ciudadanos ejercer una competencia democrática.

---

[7] Para Skovsmose (1999) el *alfabetismo matemático* está lejos de ser un término bien definido. El concepto se puede relacionar con nociones como empoderamiento, autonomía y aprendizaje para la democracia (cf. Jablonka, 2003). Hablar sobre empoderamiento también nos remite a hablar sobre desempoderamiento, y se

Podemos preguntarnos ahora: ¿y cuál es en particular la competencia de la educación matemática crítica que se conecta con la competencia democrática[8] en general? Esta competencia particular es el *conocer reflexivo*. Este se refiere a la capacidad necesaria para "tomar una posición justificada en una discusión sobre asuntos tecnológicos" Esta competencia incluye al *conocimiento matemático* que son las habilidades matemáticas para reproducir pensamientos matemáticos, teoremas y demostraciones, para ejecutar algoritmos y realizar cálculos y para inventar y descubrir nuevas matemáticas; al *conocimiento tecnológico* que es la habilidad de aplicar las matemáticas y los métodos formales para el logro de fines tecnológicos; y el *conocimiento reflexivo* en sí que tiene que ver con la evaluación y la discusión general de lo que se puede identificar como un fin tecnológico y con las consecuencias éticas y sociales de lograr tal fin con las herramientas seleccionadas.

El conocer reflexivo[9] permite identificar las nociones y comprensiones previas que se visten con un disfraz de neutralidad en su paso por las distintas *transiciones de lenguaje que* suceden en el modelaje matemático, entre los lenguajes natural, sistémico, matemático y algorítmico. También permite seguirles el rastro a los

---

podría considerar hasta qué punto el alfabetismo matemático podría connotar, digamos, reglamentación e indoctrinación.

[8] Esta se refiere a la capacidad de los ciudadanos para ejercer un control sobre las acciones de sus gobernantes. Ella hace posible que la gente participe en las discusiones y evaluación de las acciones del gobierno. En sociedades complejas la democracia se puede obstruir no sólo por el incumplimiento de sus condiciones formales, materiales y éticas, sino también y sobre todo por la falta de participación de los ciudadanos, ya que la toma de decisiones se basa en supuestos, conocimientos y argumentos que van más allá del alcance del entendimiento de la mayoría de las personas.

[9] En lugar de *crítico*, he hablado de conocimiento "reflexivo" respecto a las matemáticas. Esto se refiere a una competencia al evaluar de qué manera se usan o se podrían usar las matemáticas. Las reflexiones podrían tener que ver con usos simples y complejos de las matemáticas.

cambios en las estructuras de argumentación que cada tipo de lenguaje genera en ese proceso y así evita generar un cierre en las posibilidades de grupos no expertos para entender la resolución de un problema social con base en un modelo matemático.

A manera de ubicar la crítica en el plano de las gráficas y sus usos, ¿qué sucede con el sujeto crítico en el ejercicio de la educación matemática crítica al momento de usar una gráfica?

Skovsmose (1999) afirma La enseñanza–aprendizaje de las matemáticas en la escuela puede verse como una *acción*. Esta acción es un acto deliberado, consciente e intencionado donde la persona puede escoger y donde hay una claridad en el objetivo que se persigue. Esta acción se relaciona con las *intenciones* y las *disposiciones* de la persona. Las intenciones son guías para la acción que provienen de la habilidad de la persona para dirigirse hacia un objeto no presente. La acción tiene por objetivo satisfacer las intenciones de una persona. Por otro lado, las intenciones se relacionan con las disposiciones de la persona que son tanto los *antecedentes* o la red social e histórica en la que la persona se encuentra, y el *porvenir* o las posibilidades que la situación social le ofrece al individuo. Las disposiciones son una fuente de intenciones y, a su vez, un resultado de las acciones de la persona. Así, la tríada *disposición–intención–acción* (Ver figura 14) ofrece un marco para hablar del aprendizaje como acción dentro de la educación matemática crítica. Para el caso particular de esta investigación esta tríada ofrece un marco de referencia para hablar de las gráficas desde una postura crítica y de carácter reflexivo.

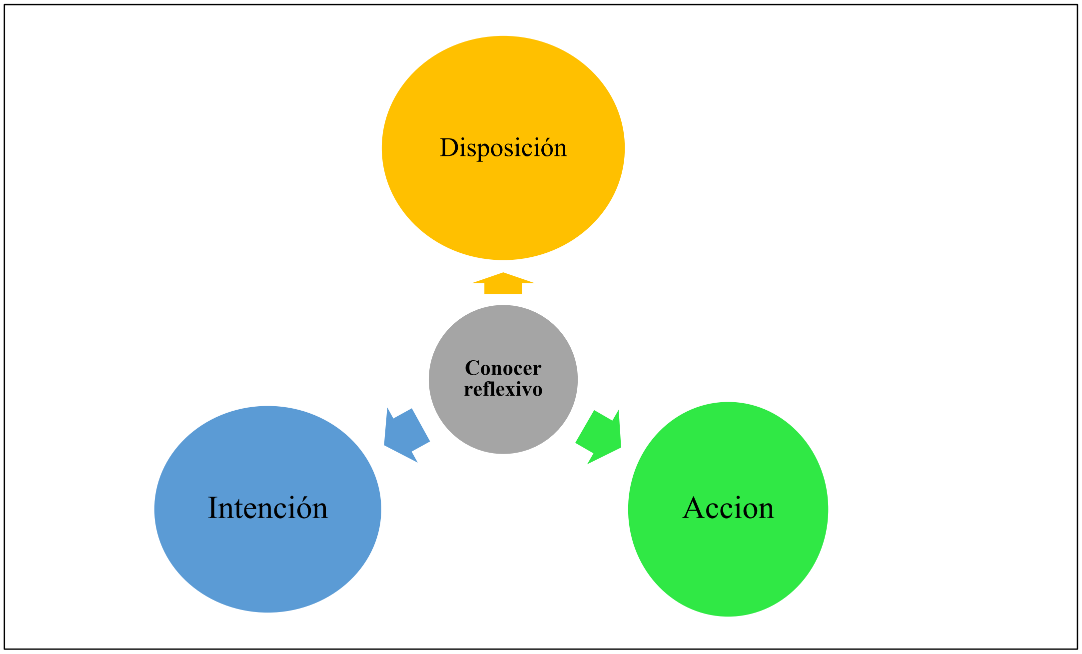


Figura 14: Relación triádica para el conocer reflexivo

La Educación para la Matemática Crítica tiene una línea de investigación que tiene como meta formar docentes que puedan guiar a sus alumnos a ver la matemática no solo como un instrumento necesario para su éxito dentro y fuera de la escuela, sino también como un instrumento para alcanzar una sociedad más justa, La Educación de la Matemática para la Justicia Social (EMpJS) A través de la EMpJS los niños verían las matemáticas como una herramienta para comprender y cambiar el mundo entendiendo así́ el poder social de las matemáticas. (López y Guerra, 2017).

Conectar la matemática con la comunidad e identidad cultural de los estudiantes (Civil y Andrade, 2002; González et al., 2001; Leonard, 2008); enfatizar en la naturaleza cultural de la matemática y los logros matemáticos de las personas a través del mundo y la historia (Joseph, 2010; Powell and Frankenstein, 1997); el poder formativo de la matemática (Skovsmose, 1994b); el rol del currículo matemático en la transmisión de mensajes subyacentes sobre constructos sociales tales como raza (Martin, 2006, 2007; Tate, 1994), género (Harris, 1997), clase

(Walkerdine, 1990), y otros marcadores de diferencia; y el uso de la matemática para desarrollar conciencia crítica y trabajar para cambiar las injusticias en nuestra sociedad (Frankenstein, 1995, 1997; Gutstein, 2006; Skovsmose, 1994b). (Felton-Koestler, 2017, pp. 49-50). Ahora bien, todas estas perspectivas tienen en común la consideración de dos conjuntos de objetivos pedagógicos dialécticamente relacionados: uno relativo a la justicia social y el otro a la matemática (Gutstein, 2006).

Basadas en la obra sobre alfabetización de Freire, las metas sobre justicia social que plantea Gutstein (2006) son:

- Leer el mundo con matemática
- Escribir el mundo con matemática y;
- Desarrollar identidades culturales y sociales positivas

Podemos encontrar en la obra Felton-Koestler (2017) cuatro puntos sobre las diferentes visiones que poseen los futuros docentes en cuanto la relación existente entre la matemática y el mundo real:

1. *Disciplina distinta:* la matemática es una disciplina relativamente autocontenida que tiene poco que ver con el "mundo real", "la vida diaria", o con problemas políticos y sociales más amplios
2. *Mundo real:* La matemática debería estar conectada a temas del "mundo real" que son vistos o posicionados mayoritariamente como de naturaleza "neutrales" o "apolíticos"
3. *Temas sociopolíticos:* La matemática debería estar conectada a temas que son vistos como abiertamente políticos o controversiales en su naturaleza
4. *Injusticia:* La matemática debería estar conectada a temas que son vistos o posicionados como explícitamente enfocados en despertar conciencia sobre, entender los orígenes de, y/o trabajar para cambiar injusticias percibidas.

Felton-Koester (2015) nos plantea que no debemos quedarnos al margen, como profesores de matemática, sobre la visión que le transmitimos a los estudiantes sobre la matemática, pero principalmente sobre la relación entre la matemática y el mundo en el que vivimos. Para esto, también debemos tener en cuenta las posiciones políticas que existen cuando se toma la decisión de dejar un tema fuera del aula en lugar de otros.

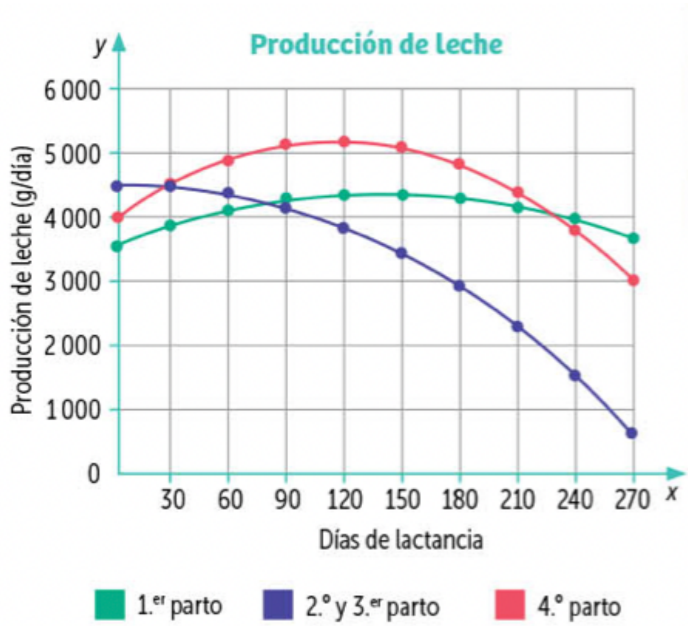


Figura 15: Producción de leche en Medel, R., García, R., y Gómez, I. (2021)

Ahora retomemos el caso de los ganaderos y su registro gráfico sobre la producción de leche de su ganado (ver figura 15) ¿qué hay sobre la justicia social dentro de la gráfica? ¿cómo hace un sujeto para accionar sobre la información presentada? La pregunta detonante es ¿Cuál es la importancia de considerar el número de partos para la producción de leche?

Cuando nos interesamos por la toma decesiones en las vivencias personales nos interesa que esas decisiones sean sensatas y, por ello nuestras decisiones se ponen en la mira de la crítica.

En el ejemplo de la producción de leche se observa que los ganaderos reflexionan con ideas críticas acerca de los elementos a considerar para que su análisis predicción en torno a la producción leche sea lo más certero posible. Para que ello ocurra los ganaderos deben poseer las herramientas necesarias para ser capaces de analizar con enfoque crítico. Así que debieron ser preparados previamente para actuar como ciudadanos críticos y reflexivo. Esto nos lleva a reconocer que la escuela juega un papel primordial en el desarrollo de competencia crítica

Por lo tanto, coincidimos con Parra (2013) en que la formación de los estudiantes como ciudadanos críticos y reflexivos constituye más que nunca un desafío central para la escuela en la medida que tras la formación ciudadana se juega el tipo de democracia.

3. 4 Una mirada integradora

Hasta aquí se ha señalado tres marcos teóricos, Semiótica, Educación para la Matemática Crítica y Socioepistemología. El objetivo de este capítulo ha sido recolectar aquellos elementos que nos interesa y confieren al cumplimiento de nuestro objetivo: formar una red conceptual para enriquecer el análisis alrededor del saber gráfico.

Además, se ha evidenciado el tratamiento de las gráficas desde cada enfoque. Se ha reconocido aquellos elementos que se ponen en juego y el papel que desempeñan durante el ejercicio de visualización gráfica o la graficación misma.

Si ubicamos el análisis de las gráficas sobre un marco teórico en específico, es innegable que se obtiene un análisis con las herramientas para evidenciar el conocimiento gráfico. Incluso nos permite ver aquello que los hace hacer lo que hacen. Sin embargo, si se lo mira con cuidado y nos permitimos hacer un análisis en el que se articule el proceso producción de signos y nos interesamos por el conocer reflexivo y desarrollo de práctica de referencia durante la visualización gráfica, obtenemos como resultado un análisis que ha sido robustecido. Este resultado es fabuloso porque el análisis ya ha sido enriquecido por componentes que no existían antes dentro de un análisis de manera individual.

Esta articulación de elementos conceptuales es posible gracias a que estos marcos confieren a la actividad humana como la responsable de la producción de signos, desarrollo de prácticas de referencia y de posibilitar un conocer reflexivo.

.

CAPÍTULO IV

RED CONCEPTUAL

La investigación ha centrado su interés en desarrollar un marco que promueva un análisis acentuado sobre el tratamiento las gráficas. Este marco plantea considerar los aspectos cognitivos, sociocríticos y socioculturales puestos en juego por cualquier persona que usa una gráfica.

Para lograr lo anterior se ha retomado algunos elementos de tres marcos teóricos:

1. El primer marco considerado es la semiótica, quien centra el tratamiento de las gráficas como objeto matemático y que al momento de intentar acceder a dicho objeto se da un proceso de construcción de múltiples signos. Es precisamente dentro de esa construcción de signos cuando sobresale una relación triádica *signo vehículo-objeto-interpretante.*

2. El segundo marco es el socioepistemológico quién se ocupa de la graficación como una práctica de referencia. Además, sirve como un espacio para reconocer el papel del contexto para el desarrollo de los significados gráficos. De esta manera permite reconocer el conocimiento gráfico en uso como un saber gráfico. Esto posible ante la relación tríadica: *uso-usuario-contexto.*

3. El tercer marco es el de la Educación para la Matemática Crítica quien se encarga de reconocer aquel conocimiento reflexivo posible cuando un sujeto crítico entra en contacto con un objeto crítico. Ese conocer desarrolla en medio de una relación triádica; *disposición-intención-acción.*

4.1 Tríada de la semiótica

La producción de signos permite ver una relación triádica *signo vehículo - objeto – interpretante*. Estos elementos desembocan en un signo que ha sido configurado a partir de la relación triádica.

En la figura 17 se ilustra un ejemplo de interacción en el momento de la producción de signos. Para ello se ha retomado una gráfica que considera la representación de una recta ubicada sobre un plano cartesiano, tal como suele manejarse en los libros de texto.

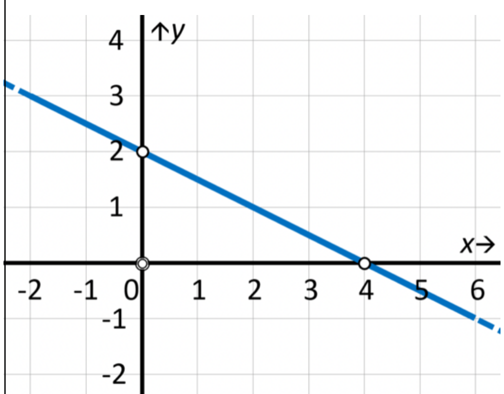


Figura 16. Ejemplo de una recta

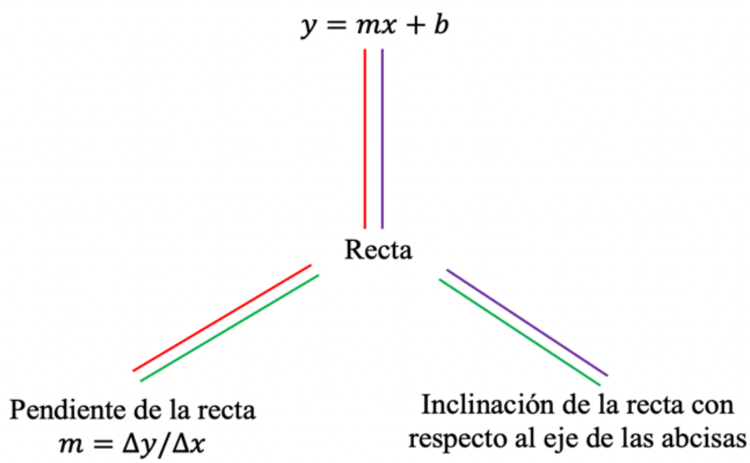


Figura 17. Relación triádica del signo

- La comunicación con otros o con uno mismo se enfoca en un *objeto: pendiente de una recta en una representación gráfica* $m = \Delta y/\Delta x$*.* Por ejemplo, el discurso Matemático Escolar (dME) usual pretende enseñar la noción de pendiente dentro de un gráfico de tipo lineal.

- El *objeto* de interés se representa en un *signo vehículo* (*e.g.*, gesto, palabra, oración, gráfico, notación, imagen interior) con el que se explicita lo que se quiere comunicar. Por ejemplo, un profesor pretende enseñar la noción de pendiente utilizando la ecuación de la recta $y = mx + b$ o a partir de una recta con la ubicación de un par de ejes coordenados (*x e y)*.
- Lo que el signo vehículo produce en la mente de quien lo percibe e interpreta es un *interpretante.* Por ejemplo, el intérprete podría producir conclusiones sobre una gráfica y reconocer la inclinación de la recta con respecto al eje de las abscisas. Y es esta inclinación de la recta le permite observar comportamiento o tendencias del fenómeno observado. Esta será una expresión de lenguaje natural que a su vez es un signo vehículo permite ver que el estudiante lograr establecer una relación entre la inclinación de la recta y la noción de pendiente de una gráfica cuando lo ubicamos en un par de ejes coordenados (*x* e *y*).
- Por lo tanto, el *signo* es la recta al ser la que posibilite la integración inseparable de la pendiente de la recta, la ecuación de la recta y la interpretación de estas.

4.2 Tríada de la Socioepistemología

El enfoque socioepistemológico supone una relación triádica *uso- usuario- contexto.* Estos elementos desembocan en el desarrollo de prácticas de referencia. Siendo una práctica de referencia un conjunto de prácticas anidadas que evidencian el conocimiento matemático en uso.

Para ejemplificar la relación triádica retomamos a manera de ejemplo la gráfica utilizada por Jiménez y Buendía, en donde se muestra el comportamiento de la llegada de turistas. Cabe remarcar que esta gráfica una gráfica fue presentada en un periódico en su versión en línea.

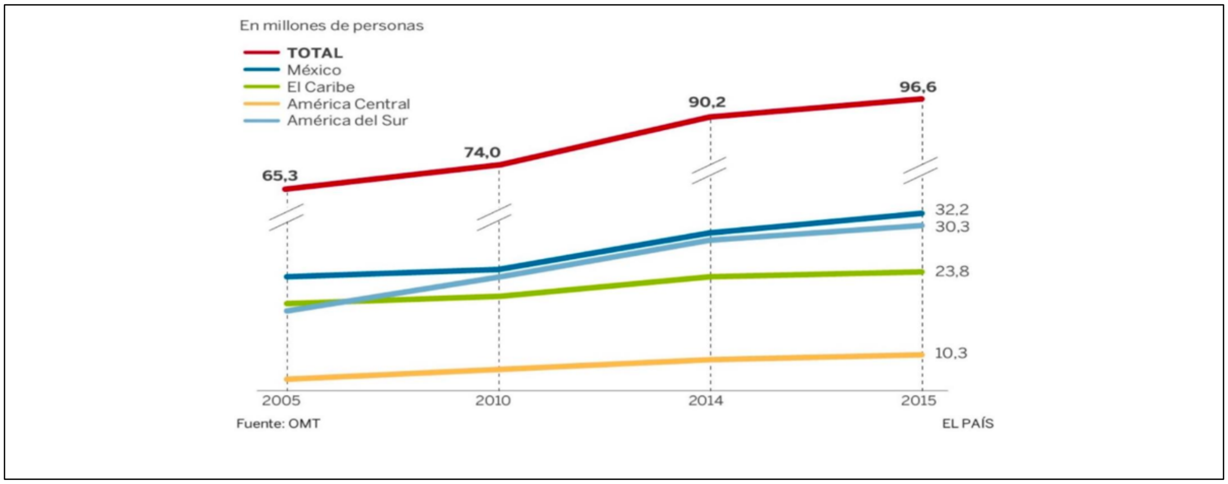


Figura 18 : Llegada de turistas. Citado en Jiménez y Buendía (2017)

- La persona que hace uso de la gráfica sería denominado usuario. Este se encargará de darle un uso para que la gráfica cobre significados. Además, se considera a aquella persona que desea comunicar la información, para el caso del periódico los usuarios son el periódico o periodista y el lector.

- El uso es aquella manera de lo que utiliza una gráfica el usuario. Estos usos pueden ser diversos, tales como reconocer patrones de comportamiento, desplazamientos o tendencias.

- Aquel entorno sobre el que presenta la gráfica se le denomina contexto y este permite articular la información que quiere ser comunicada con la información que el usuario perciba.

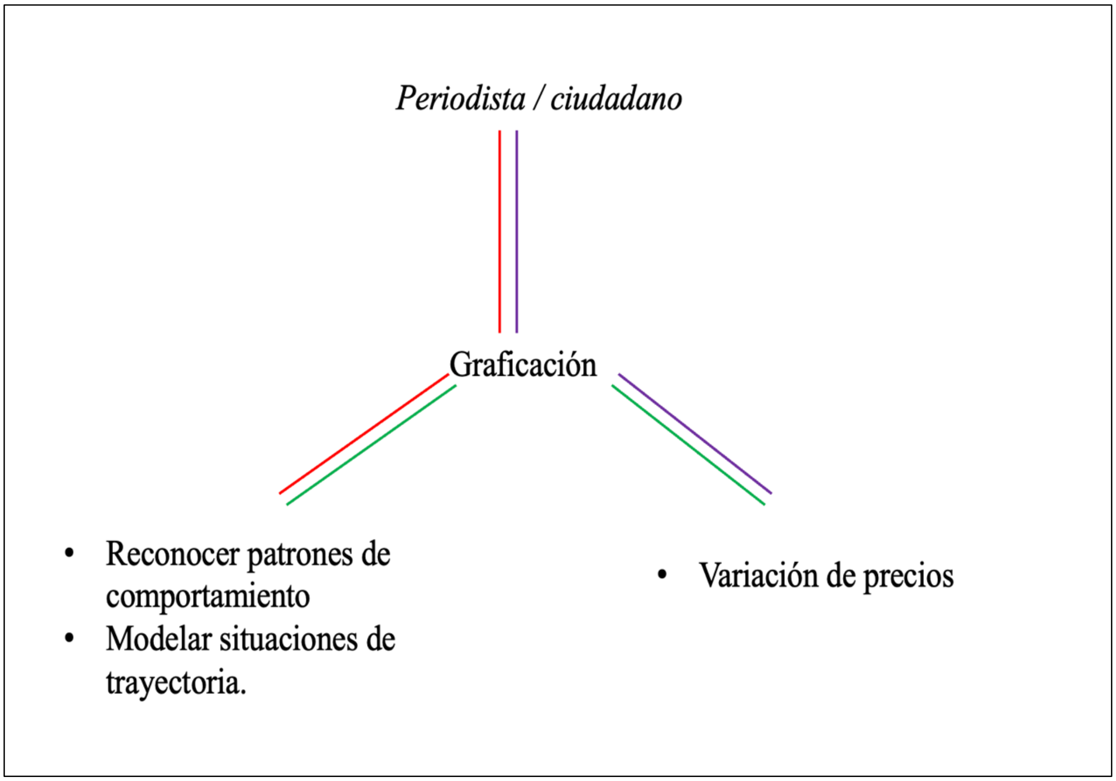


Figura 19: Relación triádica de la práctica de referencia

Cuando una persona realiza un conjunto de acciones posibilita una serie de prácticas que han sido situadas sobre un contexto. Así estos elementos socioculturales que se consideran al momento de usar una gráfica para el caso de la figura 19 permite evidenciar a la graficación como una práctica de referencia de esta manera se habla de conocimiento matemático en uso.

4.3 Tríada de la Educación para la Matemática Crítica

El conocimiento reflexivo va más allá de argumentos con base en lo aparentemente perceptible. Para llegar a dicho conocer el sujeto deberá posicionarse como un sujeto crítico y realizar una serie acciones que implican elementos semióticos que le son útiles al usuario al momento de captar la imagen. Sin embargo, hasta este momento el sujeto no ha desarrollado la capacidad crítica, sino que está usando los instrumentos que posee para poder llegar a ella. Es entonces cuando el sujeto llegue acepción de análisis, evaluación, juicio y valoración, y como a los significados derivados de la idea de *acción cuando podrá hablar crítica.*

Para desarrollar el conocer reflexivo es necesario desarrollar una serie de relaciones entre los elementos *acción – disposición – intención.*

Para ejemplificar lo anterior imaginemos que nos encontramos una gráfica como la de la figura 20 mientras vemos la televisión.

Figura 20: Inflación en México. INEGI (2021) en El Economista (2021)

La gráfica presenta información sobre inflación; esta se refiere al incremento de precios en el país, ¿qué debemos hacer? Aquí es donde encontramos el papel de la actividad crítica. El televidente cuando intente acceder al objeto entrará en un proceso crisis y deberá tener la capacidad captarla, comprenderla y la capacidad de accionar frente a ella. El sujeto podrá llevar a cabo una serie de acciones y para ello tendrán que ser previamente intencionadas. Las acciones que podría llevar a cabo serían:

- Interpretación de un punto-coordenada
- Identificar variables
- Manipular datos
- Argumentar la información
- Comparar datos

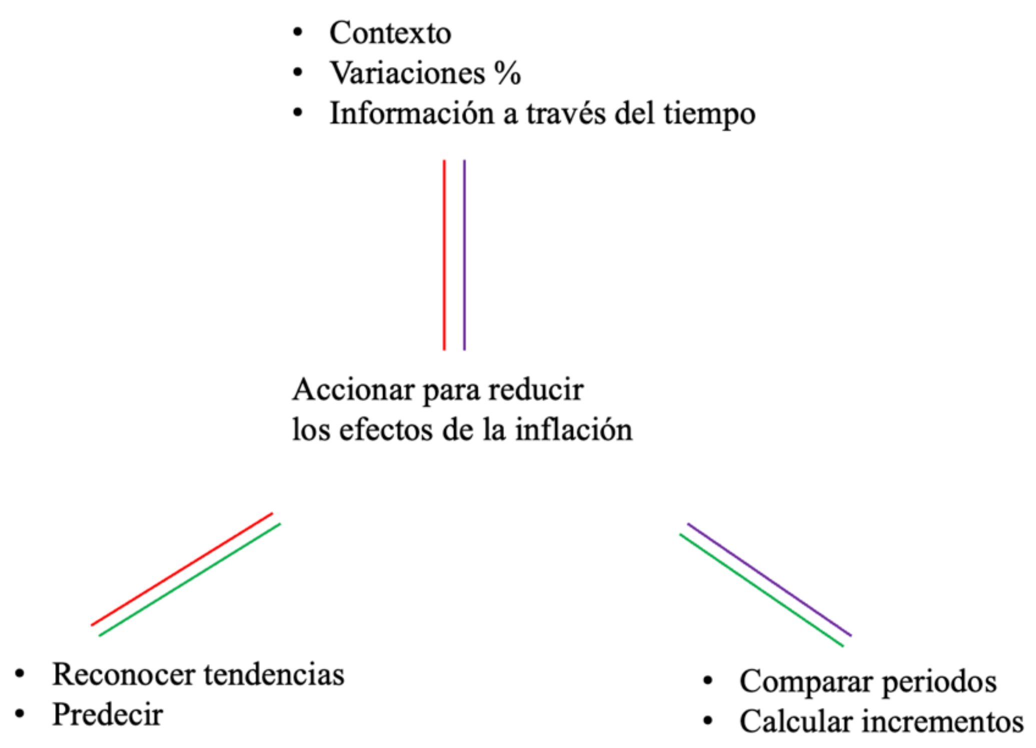


Figura 21: Relación triádica del conocer reflexivo

Para llegar al conocer reflexivo es necesario que el sujeto realiza diversas acciones e intenciones utilizando los elementos de los que dispone. A continuación, se enumeran algunas de estas:

- Acciones: Es un hacer intencional que puede ser de naturaleza matemática o no; dentro de la gráfica de inflación el sujeto puede comparar periodos de tiempo e incluso calcular los incrementos se han dado a través del tiempo.

- Disposiciones: Dado que se refiere a aquello de lo que el alumno realmente dispone al ver la gráfica; aquí el contexto juega un papel fundamental porque es lo que le va a permitir al sujeto usar la información para uso personal. Además, dispone de elementos como las variaciones porcentuales y fechas que posibilitan el análisis a través del tiempo.
- Intencionalidades: Se refiere a porqué o para qué hacer algo, que tenga un sentido para el sujeto y que lo ayude a entender a gráfica.

La relación triádica posibilita que el sujeto crítico pueda tomar decisiones con base en lo visualizado en la gráfica. De esta manera se habla de argumentos críticos. Entonces ser crítico significa enfocarse en una situación crítica y buscar alternativas, tal vez reveladas por la situación misma y además significa tratar de identificar alternativas posibles y cambiar la realidad.

4.4 Articulación de relaciones triádicas

La articulación de estos marcos teóricos tendría como objetivo armar una red conceptual con los elementos presentados que permite formular epistemologías de conocimiento hacia un saber gráfico reflexivo considerando los aspectos cognitivos, sociocríticos y socioepistemológicos que destacan en una persona hace uso de una gráfica (ver figura 22).

Cabe destacar que no se trata de una yuxtaposición de marcos teóricos, sino que cada relación triádica señalada en la figura sirve como una unidad de análisis en la que cada una destacará sobre ciertos aspectos puestos en juego: La tríada del conocer reflexivo destacará aquellos aspectos sociocríticos, la tríada de la práctica de referencia, los aspectos socioculturales y los aspectos cognitivos serán destacadas por la relación triádica del signo. Además, no existe un orden o el privilegio de una relación a otra.

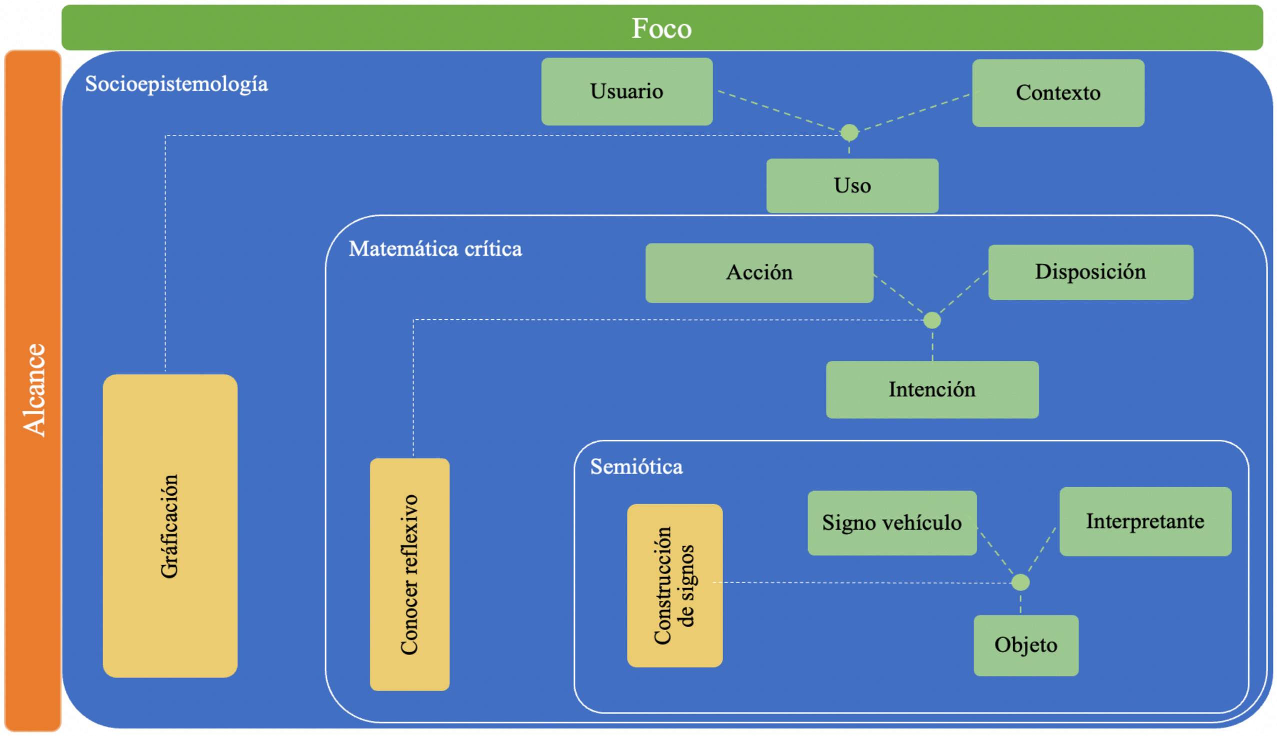


Figura 22: Red de elementos conceptuales

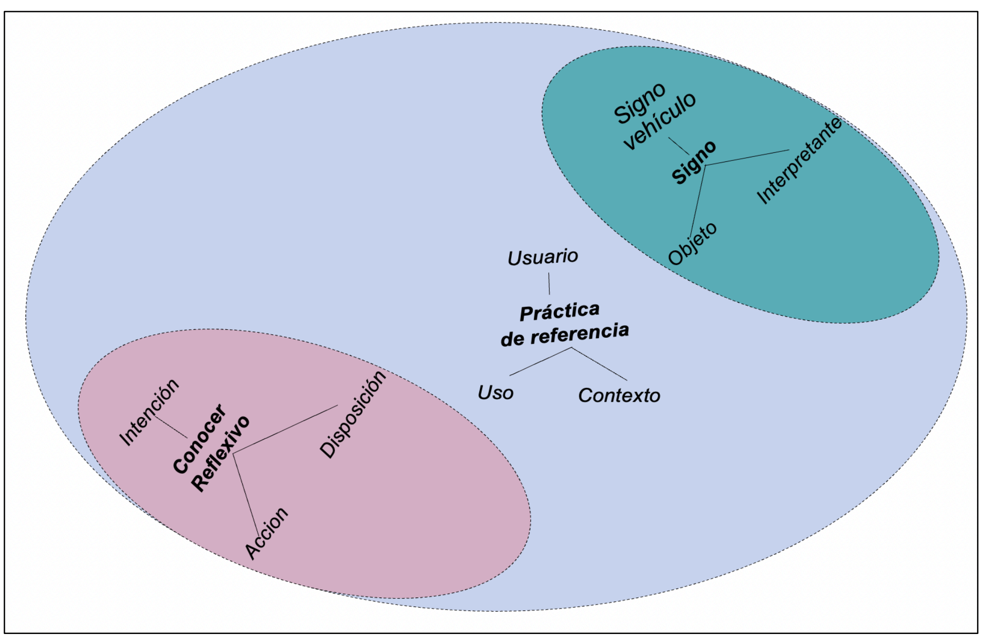


Figura 23: Síntesis de red conceptual

Las tríadas funcionan de manera sincrónica y sistemática, lo que permite obtener un análisis robusto y no individualista.

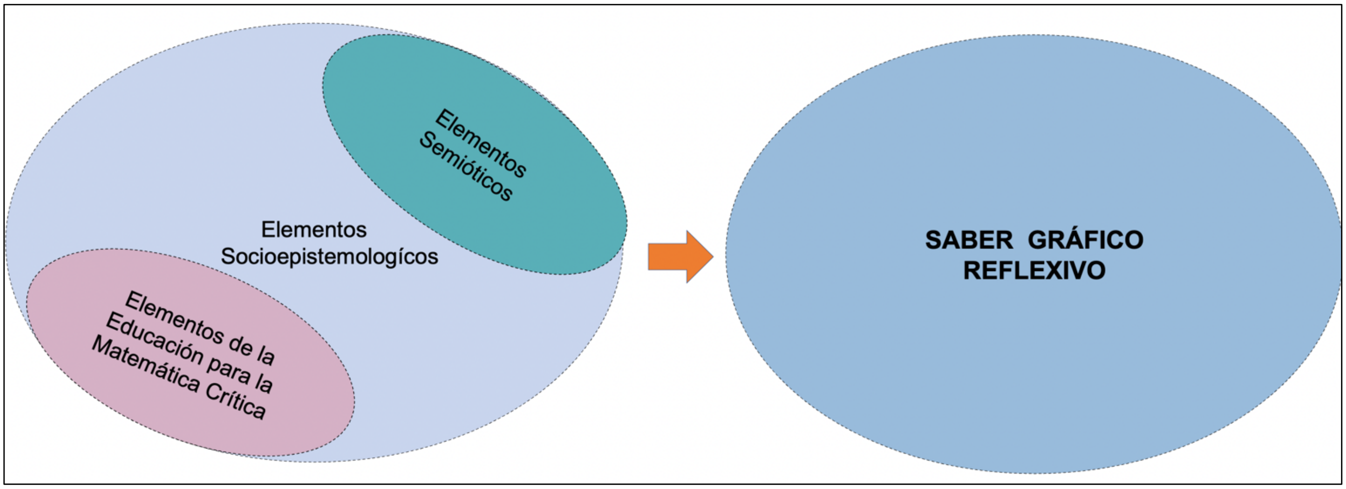


Figura 24: Red conceptual para un saber gráfico reflexivo

Es así como estos elementos se han enmarcado bajo una misma red. Esto permite robustecer el análisis referido al tratamiento de las gráficas. Dicho análisis permite evidenciar el poder formativo que tiene una gráfica sobre cualquier persona que desarrolle un uso sobre las mismas.

De este modo sostenemos que ante la problemática situada alrededor de la gráfica reconocemos que la articulación sistemática de tres aportes teóricos posibilita una red conceptual que apuntala hacia el reconocimiento de un saber gráfico reflexivo.

CAPÍTULO V: ILUSTRACIONES DE LA RED CONCEPTUAL

La red conceptual tiene como objetivo tener una herramienta de análisis del tratamiento gráfico ante cualquier tarea o situación que involucre una gráfica: una tarea escolar, reactivos de diversas pruebas para evaluación de conocimiento o cualquier medio de involucre gráficas.

Para efectos de ilustración del funcionamiento de la red conceptual, esta investigación ha considerado cuatro insumos que se analizarán con la Red conceptual:

- Actividad diseñada desde la Matemática Educativa enfocada al favorecimiento del desarrollo de la visualización (cambio en el gasto semanal)
- Tarea escolar extraída de un libro de texto
- Reactivo de la prueba PLANEA

5.1 Análisis de una actividad

a) Análisis general de la actividad

Buendía y Pérez-Vera (2020) diseñaron desde la Matemática Educativa una actividad enfocada a favorecer el desarrollo de la visualización a través del uso de las gráficas. La actividad original se pone en el Anexo 1 para su referencia. Para ello retomaron una gráfica publicada en el periódico New York Times con feche 11 de abril del 2020 (ver figura 25) que muestra el cambio en los hábitos de consumo de la población como consecuencia de la pandemia.

La actividad tiene como objetivos particulares:

- Reconocer la interrelación de variables en una gráfica
- Comparar la información que brindan los elementos de una gráfica
- Favorecer una toma de decisión con base en una información gráfica

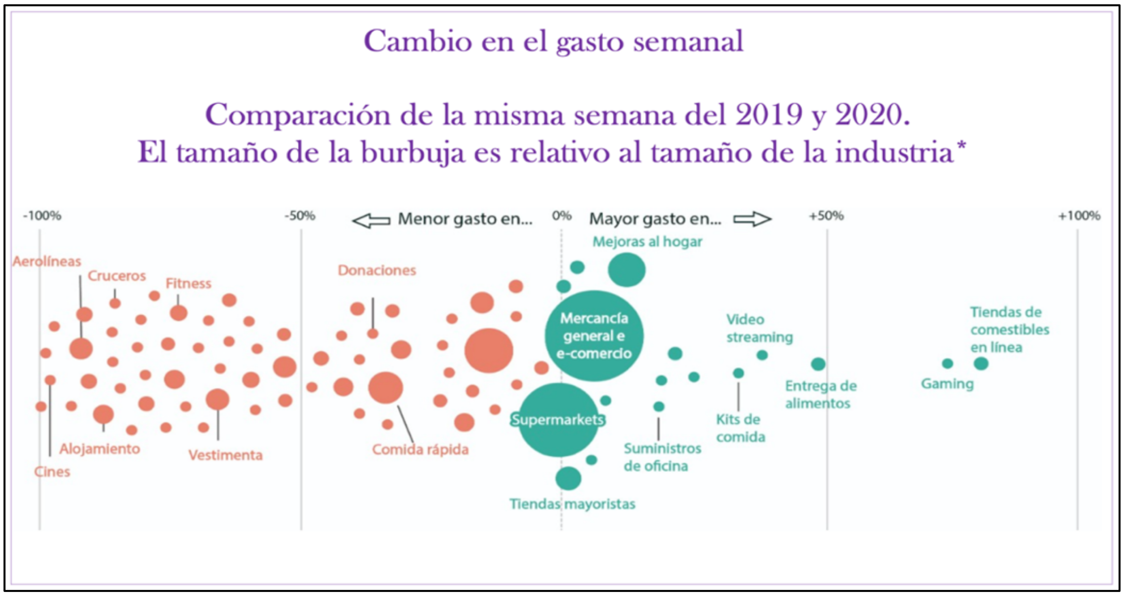


Figura 25: Cambio en el gasto semanal[10] en New York Times (abril, 2020)

En la actividad se divide en cuatro secciones:

- Sección 1: Consta de once ítems basadas en la figura 25.
- Sección 2: Se desarrollan cuatro ítems con base en la representación vertical de la figura original (ver figura 26).

[10] *La gráfica se obtuvo a partir de los datos de compras realizados con tarjetas de débito o crédito por un periodo de 7 días (26 de marzo al 1 de abril) del 2019 y del 2020. El tamaño de la industria se refleja en el tamaño de la burbuja y es un indicador económico relativo a ventas. El mundo estaba en plena pandemia por la COVID-19 y esta refiere a una situación de consumo en Estados Unidos. Sin embargo, en este mundo globalizado la situación es similar a otros países como México

- Sección 3: Se caracteriza por nueve ítems considerando la representación, tabular, la recta numérica y la comparación de dos figuras (ver figura 27, 28 y 29).
- Sección 4 : Se presentan dos ítems para lograr el cierre de la actividad con base en la lograr colocar un encabezado para la nota periodística (ver figura 30).

A continuación, se mostrarán las secciones y se han seleccionado algunas de las preguntas utilizadas dentro de cada sección para su análisis.

Sección 1

Esta sección está enfocada en la gráfica original (figura 25) y se realizan preguntas donde el foco se encuentra en darle sentido a los extremos, posiciones de las. burbujas y color de estas.

Las preguntas realizadas en esta sección se dirigen hacia el contenido general de la gráfica y son flexibles para permites cualquier tipo de análisis , incluso se pueden aterrizar a las vivencias personales. Veamos algunas preguntas:

a) ¿Qué ves? ¿De qué está hablando la gráfica?

Esta pregunta resulta ser bastante ilustrativa debido a su flexibilidad para permitir cualquier tipo de análisis y uso de diversas herramientas para lograr una respuesta.

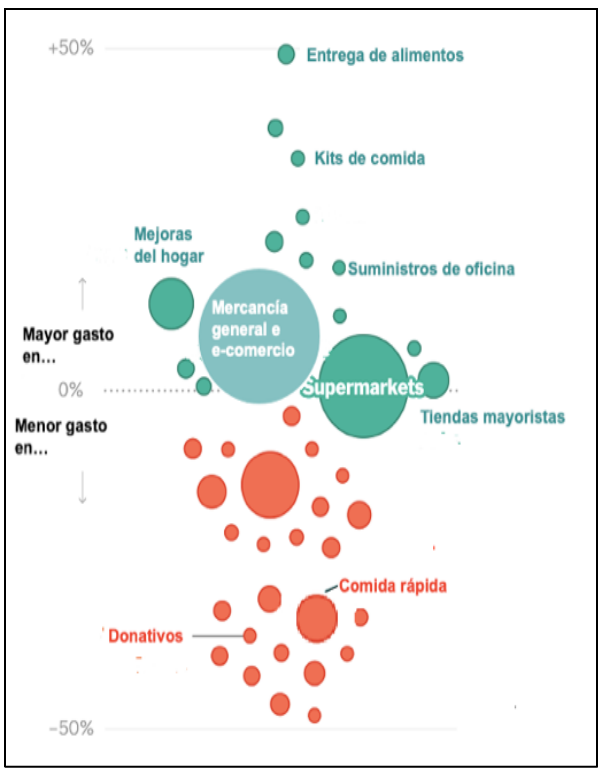
Los elementos de la gráfica a considerar son las fechas, porcentajes, eje de porcentajes, colores (rojo y verde), el eje superior permite la cuantificación, las flechas en el enunciado, el desplazamiento de las burbujas. En este punto las franjas que se observan operan como como auxiliares visuales.

b) El dinero que la gente gastó en Gaming aumentó considerablemente en esa semana del 2020. ¿Cómo se ve eso en la gráfica? ¿Por qué consideras que aumentó tanto durante la semana del 1 abril del 2020?

Esta pregunta tiene la invención de focalizar elementos que conduzcan a un análisis concreto: la burbuja y sus propiedades. Para ello se necesita ubicar la burbuja que describa el comportamiento de la industria del gaming y reconocer cómo el color, su posición y su tamaño influyen en su comportamiento de la industria.

Sección 2

En esta sección se presenta el formato vertical de la gráfica original. A pesar de ser la misma información se pretende ver si el cambio de posición permite ver otros elementos que no sean perceptibles en el formato horizontal.



La gráfica en formato vertical (y centrada en la franja -50, 50) permite ver mejor algunos elementos. Hay que enfatizar que es la misma información, sólo vista de otra manera. Con base en ello se hacen preguntas semejantes a las anteriores ahora con una nueva posición de la gráfica (vertical) y con una menor cantidad de datos.

Figura 26: Gráfica vertical

a)¿Qué ves? ? *b) El tamaño de la burbuja refleja el tamaño de la industria. ¿Por qué consideras que las burbujas más grandes se quedaron alrededor del 0%?* d*) Compara el tamaño de las burbujas y la cantidad de las que se movieron más arriba o más abajo (o derecha-izquierda en la gráfica original). ¿Con base en esa comparación, “a ojo” da tu opinión sobre el panorama general de la situación económica que informa la gráfica?*

El cambio de posición permite encaminar hacia la visualización de la infomación de global y alejarse la la focalización de las burbujas como se planteó en la sección anterior. Así que se incentiva a analizar la actividad económica de las industrias.

Además este cambio de posición permite resaltar aquellos elementos que en en el formato horizontal no eran aparentemente perceptibles. Este será de ayuda se encamina hacia un cierre de actividad que recolecte toda la información visualizada en sus diferentes representaciones.

Sección 3

En esta sección se presentan dos gráficas. Se parte de la idea de que el profesor Iván tomó la gráfica del periódico para trabajar con sus estudiantes y presenta dos gráficas para comparar como cambiaron los hábitos de consumo de un año a otro (ver figura 27).

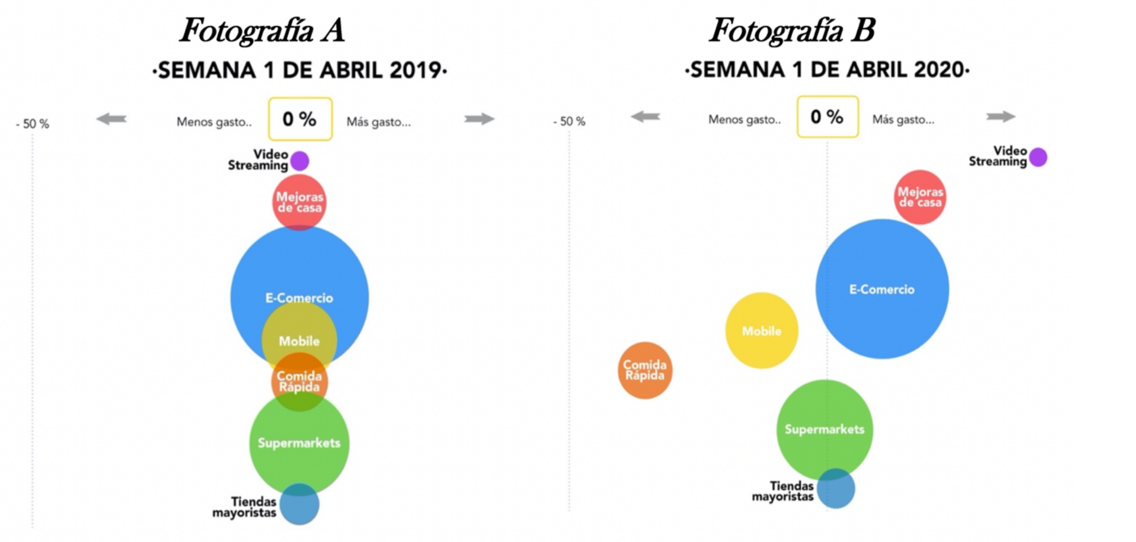


Figura 27: Cambio en gasto semanal (abril 2019-abril 2020

La intención es que puedan detectar qué información brinda cada una de las fotografías. Fotografía A, el estado inicial en la semana de abril de 2019 y Fotografía B, el cambio que hubo durante la semana de abril de 2020, respecto a la semana de abril de 2019. para poder discutir sobre la idea de qué significa estar en el 0% y luego “moverse”.

Cabe destacar que es necesario notar que en 2019 no estaban en 0% en ventas, sino que se considera como el origen para realizar la comparación.

Dentro de la misma sección se pide trasladar la información a una recta numérica. Entonces para este caso la información del cambio en el consumo está dada en una sólo dimensión (cambio de los porcentajes derecha-izquierda). En la recta la información del cambio en el consumo está dada en una sólo dimensión. El cambio de representación de la información sirve analizar cómo se observa la información en distintos gráficos.

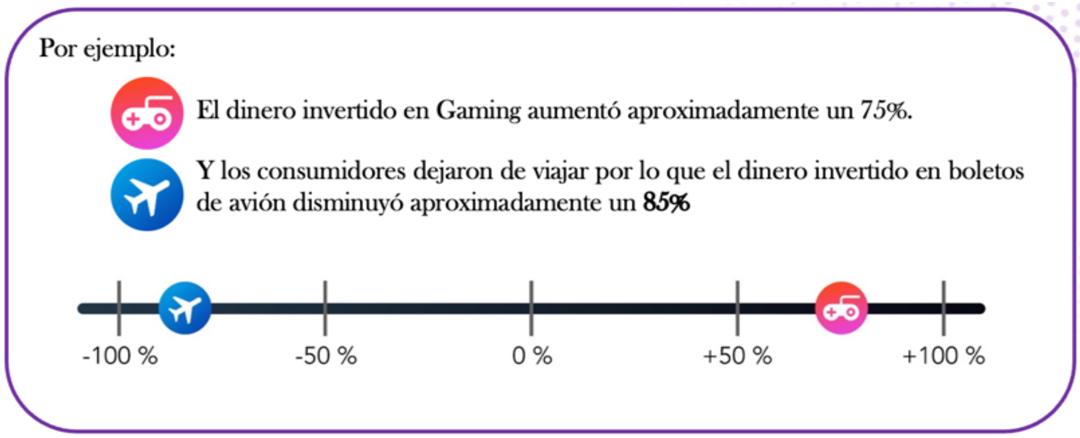


Figura 28: Recta numérica

La intención es trasladar la información que se brinda en el gráfico con burbujas a una recta numérica. El cambio de representación de la información mediante una recta permite ver mas de cerca los porcentajes y su ubicación. Esta acción entre representaciones permite analizar si en el cambio de representaciones de pierde o se gana información.

Industria	Tamaño de la industria	Cambio sufrido en el gasto de los consumidores	Tu análisis de la gráfica
Cines	Pequeña	-90%	Los cines tuvieron que cerrar por la pandemia. En México seguro fue de -100%
	Mediana		
		50%	
Mejoras en el hogar			Incrementó un poco lo que la gente gastó porque aprovecharon estar confinados en casa
			Seguramente hubo muchos despidos
Suministros de oficina			

Figura 29: Registro tabular

Además, se pide completar una tabla con la intención de sintetizar información y comprobar no sólo que la gráfica se ha comprendido sino que el usuario de la gráfica puede decir algo de ello.

Aquí se necesita que el estudiante ubique los porcentajes y realice un análisis con base a ello y al tamaño de la burbuja

a) Sección 4

Esta sección le permite articular toda la información presentada en las secciones anteriores. Se plantea una pregunta para retomar lo que habían comentado que veían al comienzo y, ahora, luego de todo el análisis.

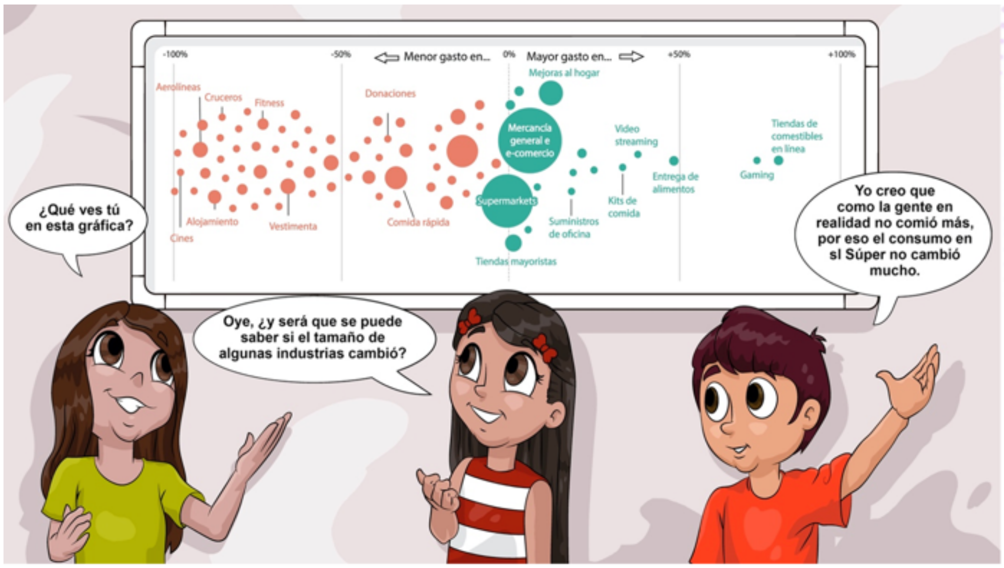


Figura 30: Charla sobre la gráfica

Observa la charla de los niños sobre la gráfica. Tú, finalmente, ¿qué ves? ¿De qué te habla esta gráfica? ¿Qué más te gustaría saber? La gráfica presentaba una noticia. Realiza una propuesta de posibles encabezados o títulos para esa la noticia

El encabezado es un elemento fundamental de las gráficas, por lo cual, un dato que pareciera ser insignificante, que no siempre se observa, ahora es importante y se quiere resaltar desde el comienzo, hasta el cierre. El encabezado puede ser sólo retomar el título de actividad y entenderlo o proponer nuevos elementos llamativos. Sólo cuidar que no se le atribuyan cosas a la gráfica que no dice, por ejemplo “las industrias se enriquecen gracias al COVID”.

a) Ilustración de la red conceptual

Hasta aquí se ha analizado la manera en que la actividad favoreció al desarrollo de múltiples acciones por parte de los usuarios. Estas acciones fueron desencadenadas por un proceso de semiosis intencionado a partir de preguntas conductoras y diferentes registros semióticos. En la siguiente se presentan los registros y representaciones semióticas utilizadas durante el desarrollo de la actividad.

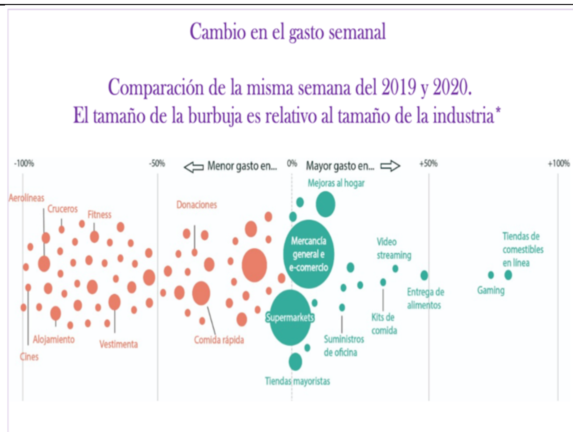
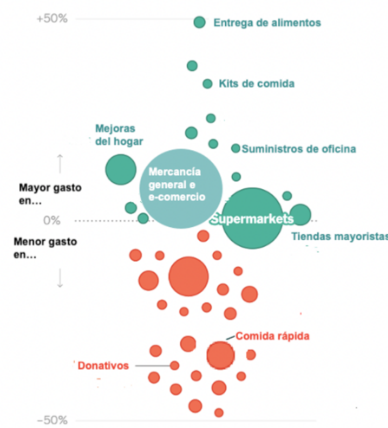
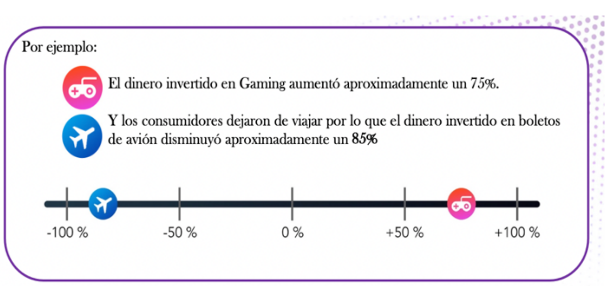
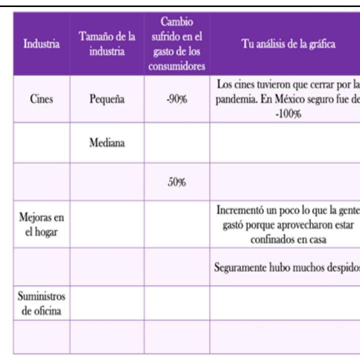
<table>
<tr><td>Registro semiótico^1: lenguaje gráfico
Representación semiótica$^1{}_1$: Gráfica horizontal</td><td>Registro semiótico: lenguaje gráfico
Representación semiótica$^1{}_2$: Gráfica vertical</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Registro semiótico^2: Lenguaje aritmético
Representación semiótica$^2{}_1$: Recta numérica</td><td>Registro semiótico^2: Lenguaje aritmético
Representación semiótica$^2{}_2$: Registro tabular</td></tr>
<tr><td>
</td><td>
<table>
<tr><th>Industria</th><th>Tamaño de la industria</th><th>Cambio sufrido en el gasto de los consumidores</th><th>Tu análisis de la gráfica</th></tr>
<tr><td>Cines</td><td>Pequeña</td><td>-90%</td><td>Los cines tuvieron que cerrar por la pandemia. En México seguro fue de -100%</td></tr>
<tr><td></td><td>Mediana</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>50%</td><td></td></tr>
<tr><td>Mejoras en el hogar</td><td></td><td></td><td>Incrementó un poco lo que la gente gastó porque aprovecharon estar confinados en casa</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>Seguramente hubo muchos despidos</td></tr>
<tr><td>Suministros de oficina</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Registro semiótico^3: Lenguaje común
Representación semiótica$^3{}_1$: Preguntas</td><td>Registro semiótico^3: Lenguaje común
Representación semiótica$^3{}_1$: Respuestas</td></tr>
<tr><td>Cada pregunta planteada dentro de la actividad presenta una forma de representación semiótica sobre el registro semiótico de lenguaje común.</td><td>Cada respuesta dada por a cada usuario ante cada pregunta es una forma de representación semiótica sobre el registro de lenguaje común.</td></tr>
</table>

Tabla 4: Registros semióticos en actividad

El conjunto de estos registros semióticos posibilitó, su tránsito y conversión permite evidenciar si en esos momentos es posible ganar o perder algo de información en comparación con la gráfica original .

Dentro de la configuración semiótica se llevó a cabo una serie de relaciones triádicas para que los usuarios pudieran como tal usar una gráfica. Veamos las relaciones que se establecieron para llevar a cabo la producción de signos para acceder a la información gráfica.

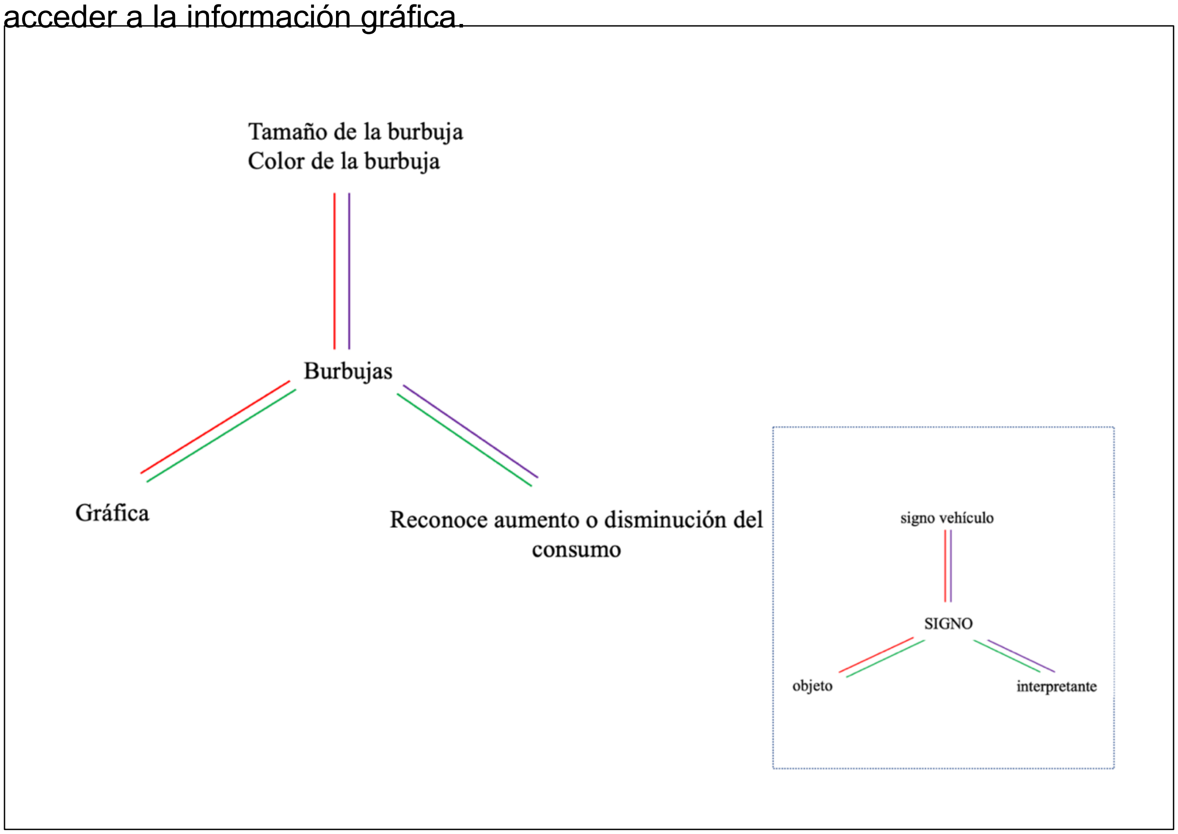


Figura 31: Relación triádica del signo

- La información presentada en el diario quiere ser comunicada a través de de launa gráfica, a la cual se le denomina objeto. Este objeto pretende comunicar el cambio en el consumo como consecuencia de la crisis sanitaria.

- Para acceder al objeto de interés (gráfica) se requiere de un signo vehículo. Para este caso es posible acceder a la gráfica mediante burbujas y sus características como el tamaño, color o posición.

- Lo que el signo vehículo produce en la mente del interpretante es un interpretante. En este caso es posible afirmar que los estudiantes interpretaron las burbujas observando y comprando las burbujas lo que les permitió afirmar que la ubicación de la burbuja permite ver un cambio positivo o negativo en el consumo de las industrias durante la pandemia. Además, argumentaron que el tamaño de la burbuja indica el tamaño de la industria y que el color de la burbuja indica la posición de la industria.

Este proceso semiótico favorece el acceso al objeto matemático y permite ubicar al objeto en diferentes fases. Sin embargo, este proceso viene acompañado de la tríada que permite llegar al conocimiento de la gráfica de manera reflexiva. Esto se vislumbra cuando el usuario realiza lo siguiente:

- Acciones. Se refiere a un hacer intencional por parte del estudiante; por ejemplo, representar en una recta numérica la información presentada en una gráfica con burbujas.

- Intenciones. Se refiere a aquello que le guía al estudiante a seguir un objetivo. Por ejemplo, el estudiante desea asumir una postura sobre las industrias más beneficiadas a partir de la pandemia y para ello realiza una recta numérica con características unidimensionales lo que le permite incluso proponer una recomendación.

- Disposiciones: Se refiere a aquello de lo que el alumno realmente dispone para lograr su objetivo. Por ejemplo, el estudiante se sitúa bajo el contexto del COVID. Esta condición le permite acceder la información que quiere ser comunicada; el cambio en el consumo como consecuencia de la crisis sanitaria.

Esta relación triádica exhibe el poder de la gráfica para formar al estudiante como un ciudadano crítico antes situaciones contextualizadas, dado que el estudiante usa la gráfica como un instrumento sobre la cual accionar para cumplir con sus intenciones y así, realizar propuestas, recomendaciones y tomar posturas ante la pandemia (ver figura 32).

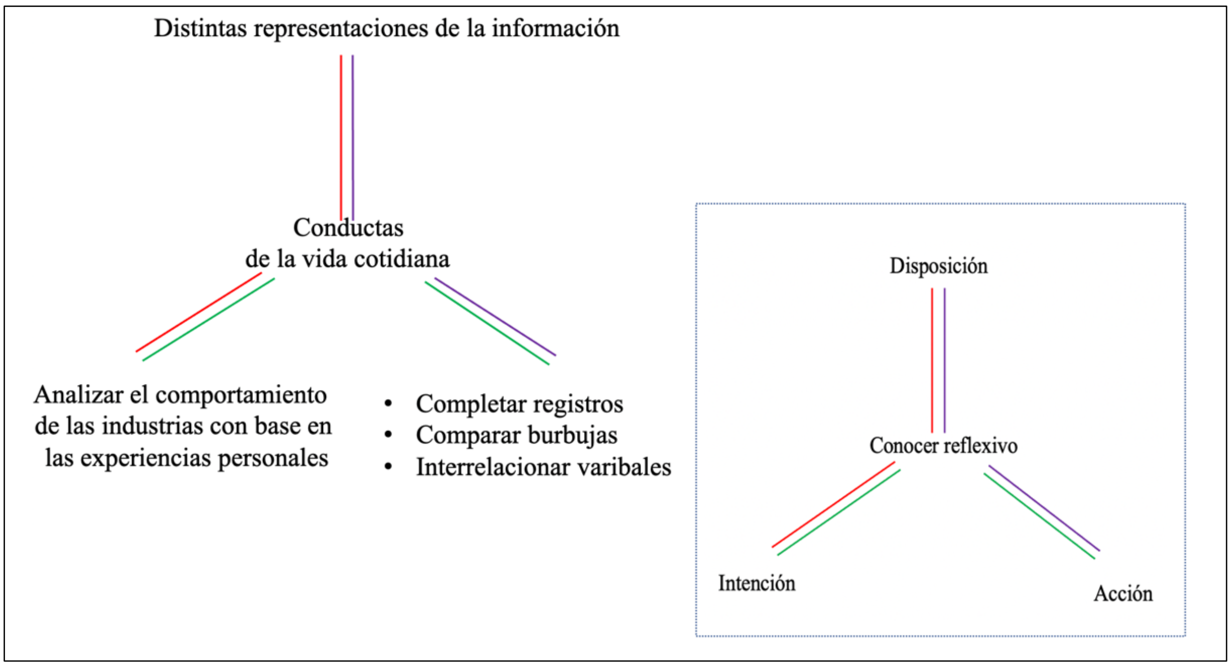


Figura 32: Relación triádica del conocer reflexivo

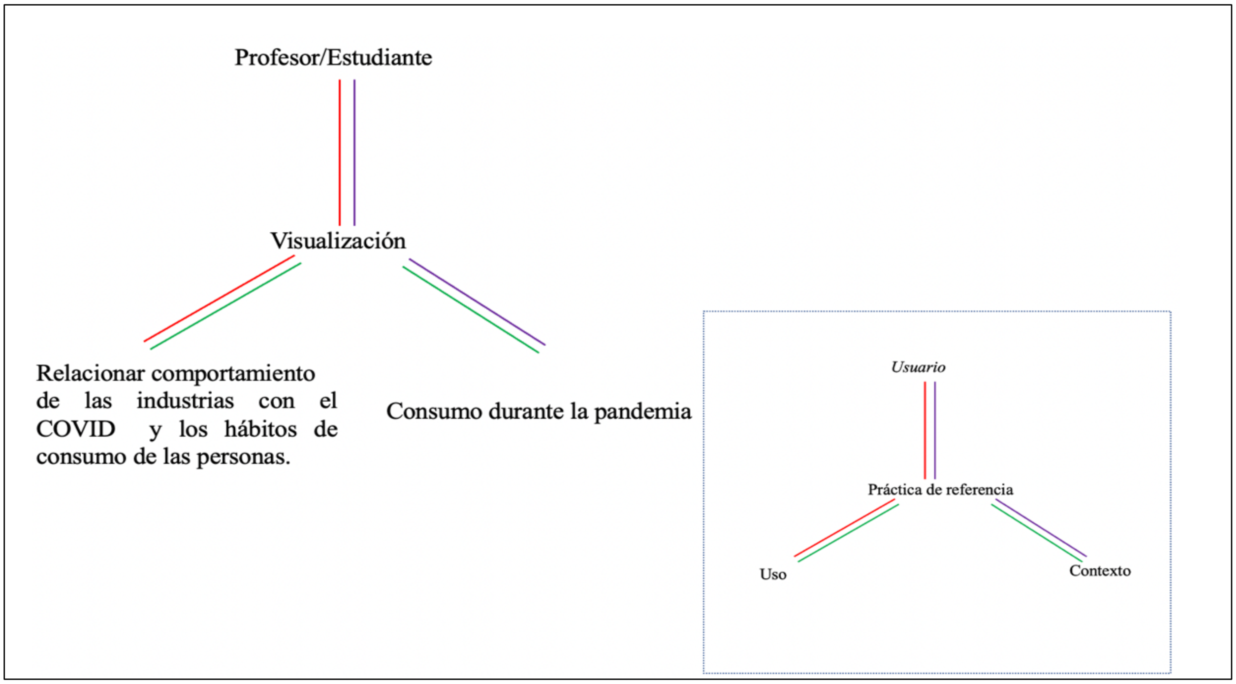


Figura 33: Relación triádica de la práctica de referencia

En la figura 33 se puede observar cómo esta actividad permite desarrollar a la visualización como una práctica de referencia. Esto porque el contexto posibilita analizar el comportamiento de la industria situándose en el contexto de la pandemia apoyándose de las vivencias personales.

Es evidente posible que la gráfica de esta actividad podría considerarse poco común al no ser una herramienta tradicional para el tratamiento de las gráficas dentro de los libros de texto, dado que no se encuentra situada en un plano cartesiano, además de que no señalan variables en los ejes de forma explícita y, el elemento sobresaliente de la gráfica son las burbujas. Sin embargo, se permite al sujeto interactuar diversos contenidos matemáticos como ocurre en cualquier gráfica.

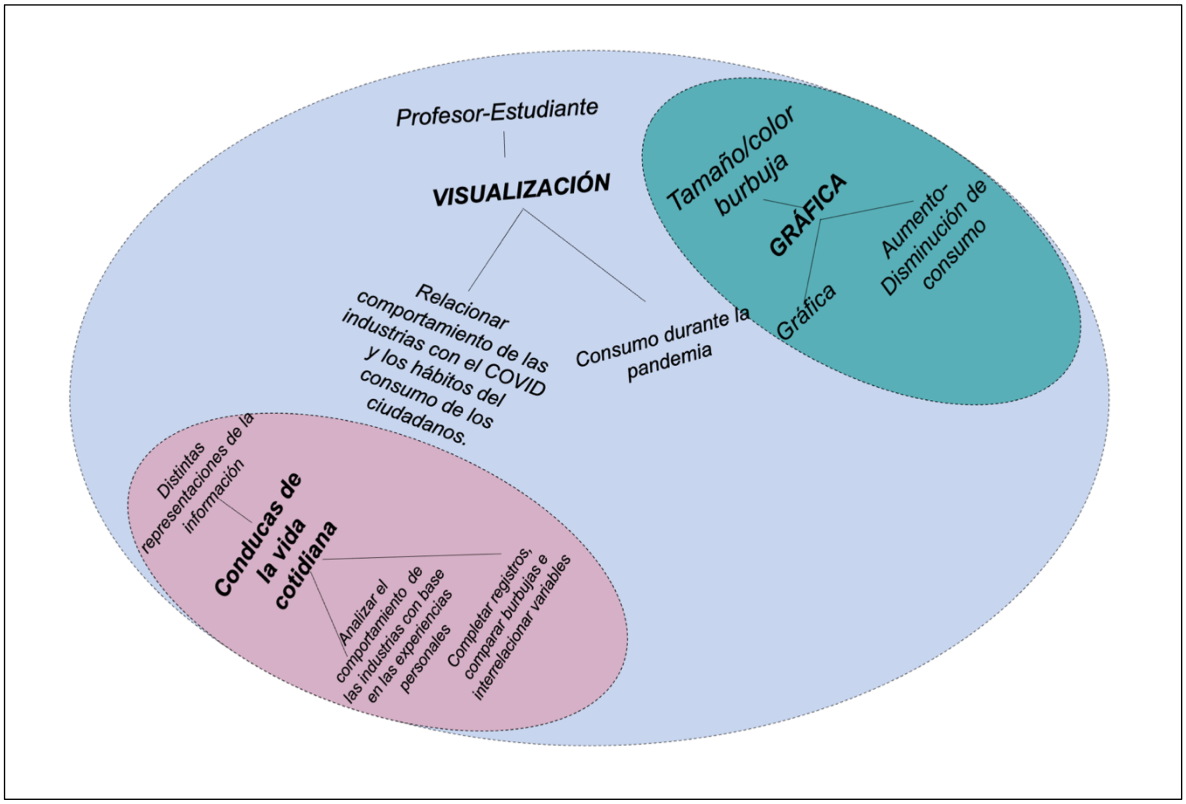


Figura 34: Red conceptual de la actividad

Estas ideas se sostienen desde la articulación de las relaciones triádicas. Los elementos semióticos permiten ver que el sujeto puede destacar los aspectos cognitivos en la actividad, tales como operar, calcular y comparar. Así mismo, gracias a estos aspectos cognitivos es posible alcanzar aspectos sociocríticos, los cuales son indispensables en el sujeto para hacer reflexiones sobre lo visualizado y tomar decisiones inclusive para uso personal. Finalmente, los elementos socioepistemológicos evidencian los aspectos socioculturales que sirven para reconocer el uso que le da el sujeto a todo lo concebido anteriormente, y, de esta manera se logra evidenciar un saber matemático alrededor de las gráficas.

El hecho de que estar red nos permita reunir estos elementos y se les puede ver en conjunto, nos permiten evidenciar el saber gráfico reflexivo.

5.2 Análisis de una tarea escolar

A continuación, se presenta el funcionamiento de la red conceptual sobre una actividad tomada de un libro de texto para la enseñanza de ecuaciones cuadráticas, extraída de un libro de texto de matemáticas de tercer grado de secundaria.

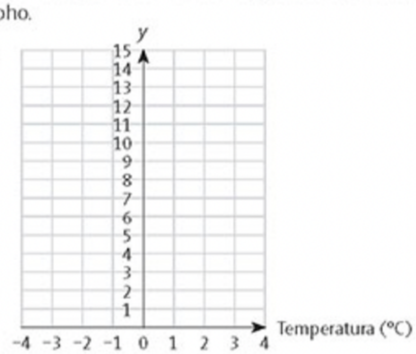
El discurso Matemático Escolar suele manejar la enseñanza de ecuaciones cuadráticas mediante el tránsito y conversión de registros de representación semiótica. Esta actividad es un claro ejemplo de ello porque se le pide al estudiante que a partir de los datos enunciados en la especificación complete la tabla y para así obtener un registro gráfico de la ecuación cuadrática.

Este tipo de actividades privilegia aparentemente los aspectos cognitivos. Sin embargo, es posible ver que a la vez también es posible rescatar aquellos aspectos sociocríticos y socioculturales

Actividad 3 Un laboratorio de investigación esta analizando la relación entre la temperatura en grados centígrados y una población de moho en micras cuadradas. Después de varios experimentos se dieron cuenta que el tamaño de la población queda determinada por el cuadrado de la temperatura más cinco. Completen la tabla de la función $y = x^2 + 5$. Posteriormente, utilizado la información proporcionada y la tabla realicen la gráfica de la relación entre la temperatura y la población de moho.

x	$y = x^2 + 5$
−3	
−2	
−1	
0	
1	
2	
3	

Población (μm)



a) ¿Qué tipo de gráfica obtuvieron? Explíquenlo. ....

....

b) Conforme se consideran valores positivos de x más alejados de cero, ¿qué sucede con el valor de $x^2 + 5$? ¿Cómo es esa parte de la función? ....

....

c) Observa la tabla construida previamente. Al considerar los valores de x menores que cero,

....

d) ¿Cuál es el valor de x con el que se obtiene el menor valor de y y cuál es el valor de y? ¿Por qué? ....

....

e) ¿La gráfica es simétrica? Justifiquen su respuesta. ....

....

Figura 35: Ecuación cuadrática en la Secretaría de Educación Pública (2018).

La actividad plantea el tratamiento de las ecuaciones cuadráticas utilizando como ejemplo la población de moho y su relación de crecimiento ante los cambios en la temperatura.

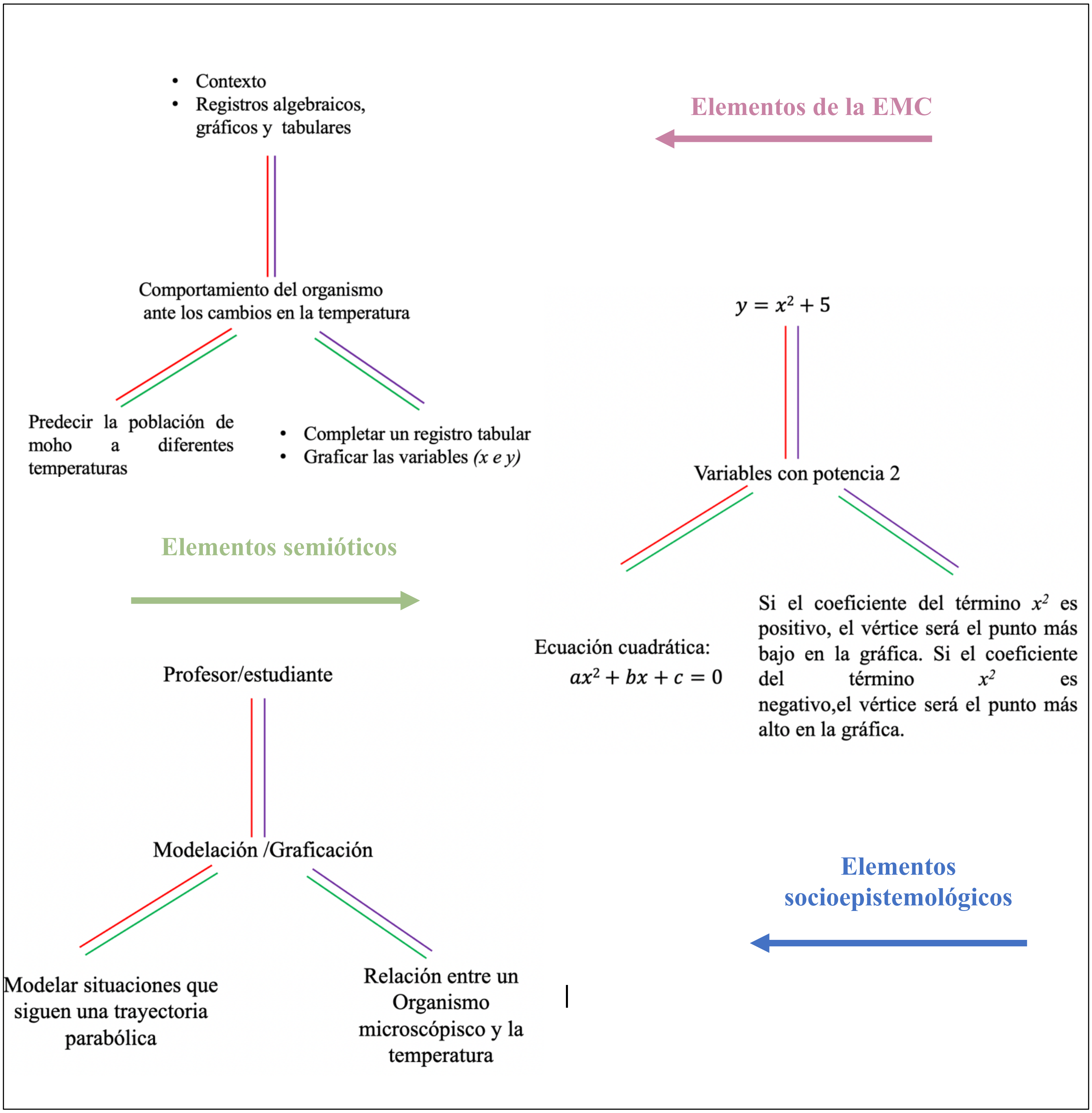


Figura 36: Funcionamiento de red conceptual sobre tarea escolar

La actividad le permite al estudiante disponer ciertos elementos, tales como el contexto, lo que le permite reconocer que debe establecer una interrelación entre el crecimiento de la población de un microorganismo y la temperatura. De esta manera el estudiante puede realizar acciones de predicción. Con esto se afirma que asume una postura crítica ante dicho planteamiento.

Además, los signos vehículos que posibilitan el acceso a la ecuación cuadrática son: la representación algebraica, tabular y gráfica. La actividad incentiva que el estudiante realice el tránsito y conversión entre los mismos a partir de la ecuación dada. Con esto se espera que el estudiante logre asumir una interpretación sobre la dependencia de la población de moho ante los cambios en la temperatura. De esta manera se estaría dotando de significados a los elementos semióticos.

Sin embargo, se ha evidenciado que para que una estudiante desarrolle el saber matemático es necesario incentivar el uso de este. Para este caso es posible evidenciarlo cuando estudiante logre hacer uso de los medios para, por ejemplo, modelar situaciones de trayectoria en el contexto de microorganismo.

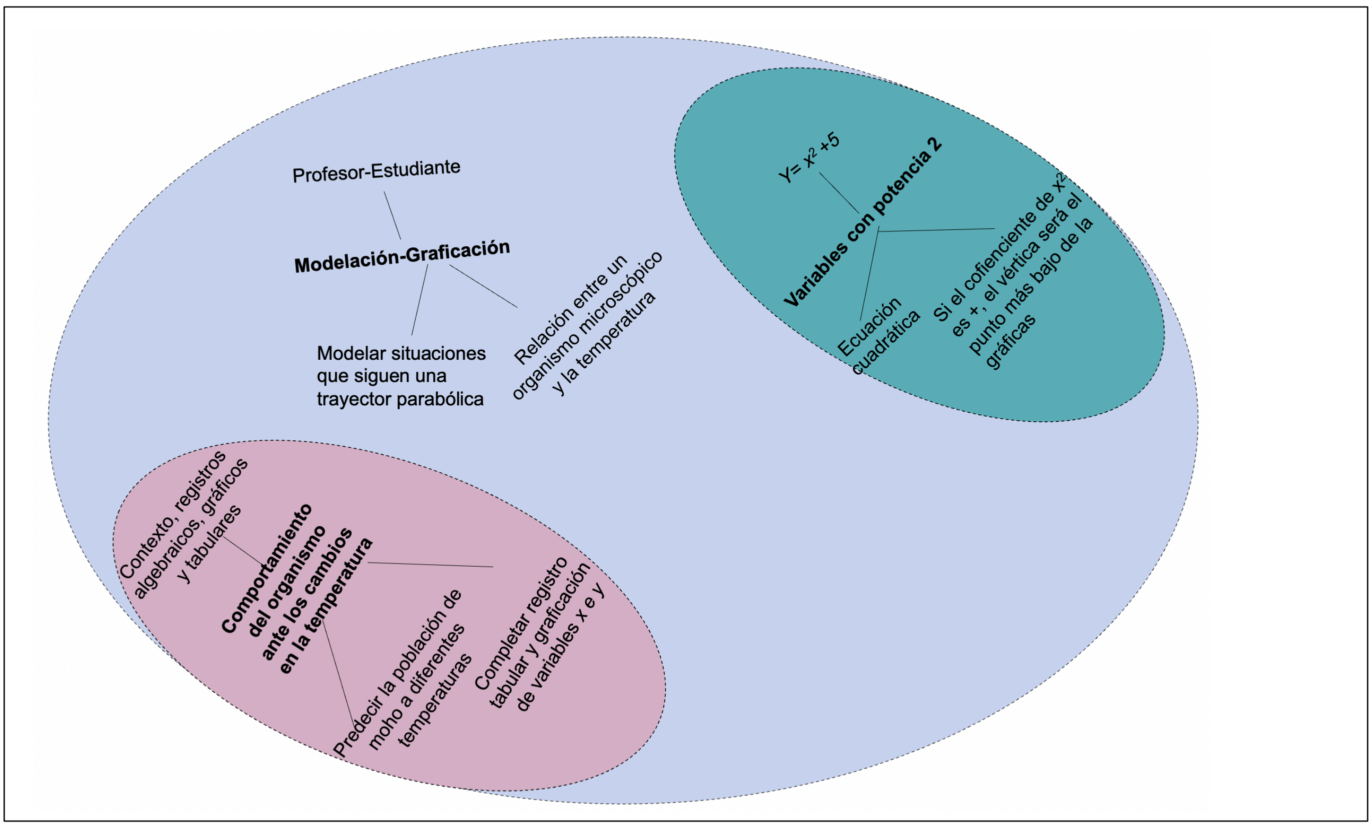


Figura 37: Red conceptual en tarea escolar

En síntesis, esta actividad extraída de un libro de texto favorece del desarrollo de significados a través de un contexto. El contexto escolar entonces favorece al desarrollo de los aspectos cognitivos y sirven como punto de partida para desarrollos los aspectos sociocríticos y socioculturales. Así la tarea del estudiante será asumir una postura crítica para hacer uso de visualizado para desarrollar significados con base en lo matemático.

Ahora ¿Qué pasaría si a alguna de las tríadas le hace falta completar la relación entre sus elementos? Esta red conceptual te permite incluso ver si a alguna tarea "necesita de algo". Esto es posible verlo cuando se intentan conectar las relaciones en cada unidad de análisis. Por ejemplo: nos ubiquemos sobre la triada de la Semiótica y pensemos que para la actividad ilustrada en la figura 35 el profesor no solicitar realizar las diferentes representaciones de la ecuación cuadrática. La falta de estas representaciones no permitiría al estudiante lograr la predicción, esto porque es necesario recordar que para que se reconozca la producción de signos la relación triádica es indisociable.

Como consecuencia de ello, la red conceptual se mostraría endeble y el análisis no sería tan robusto, de tal manera que no se podría reconocer el poder de formación de la gráfica en la actividad.

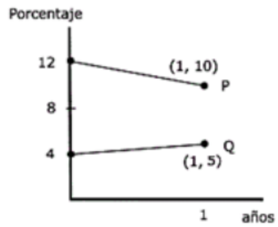
5.3 Análisis de un reactivo

La prueba PLANEA (Plan Nacional para la Evaluación de Aprendizajes) es una prueba estandarizada que evalúa los aprendizajes clave del currículo en matemáticas, entre otros. Es por ello por lo que se ha seleccionado un ítem de dicha prueba para su análisis.

Esta prueba se enfoca en el cálculo de porcentajes con base en la información gráfica. A pesar de que la pregunta principal consiste en encontrar un valor en porcentaje es necesario visualizar la gráfica. Para ello habrá que observar los elementos presentes: variables en los ejes *x e y (años* y porcentaje*),* coordenadas y dos rectas situadas sobre una misma gráfica lo que le permitirán encontrar el valor.

83.

Las compañías de aviación P y Q tuvieron el año pasado los porcentajes de mercado que se indican en la gráfica



Si se mantienen las tendencias, cuando Q tenga el 7% del mercado, ¿qué porcentaje tendrá P?

- 3%
- 4%
- 5%
- 6%
- No sé

Figura 38: Reactivo 83 en PLANEA

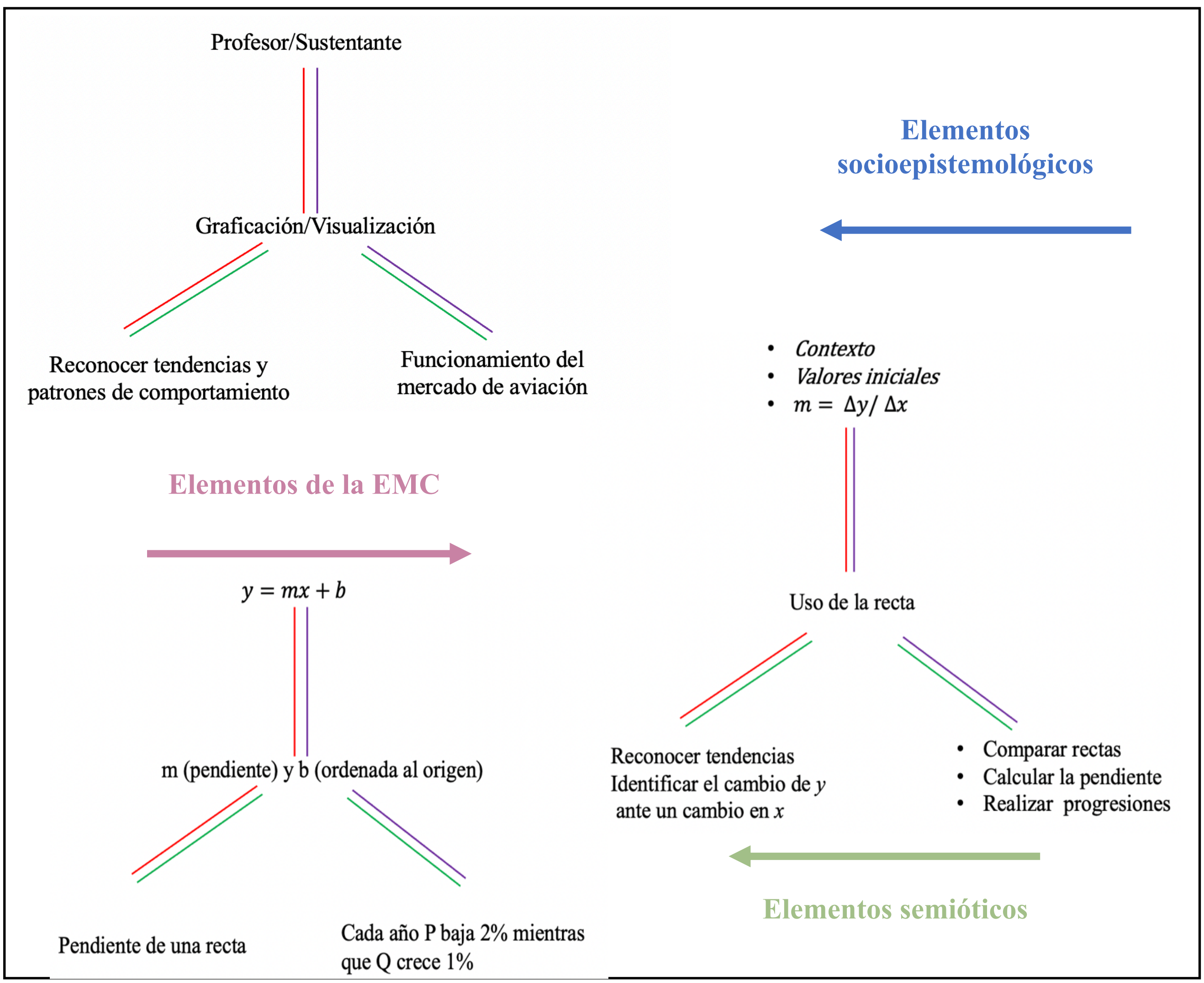


Figura 39: Funcionamiento de red conceptual sobre reactivo

Para llegar al resultado de esta pregunta es necesario que el sustentante, establezca una interrelación entre variables, reconozca que los valores iniciales son necesarios para operar matemáticamente y además deberá comparar dos rectas situadas en un mismo plano cartesiano.

Dado que en esta actividad la gráfica funciona como un referente para obtener un valor. El sustentante debe visualizar la gráfica para poder reconocer tendencias y patrones de comportamiento. De esta manera podrá analizar el funcionamiento del mercado de aviación. Esto como resultado de un uso adecuado de la recta y la noción de pendiente puesta en juego.

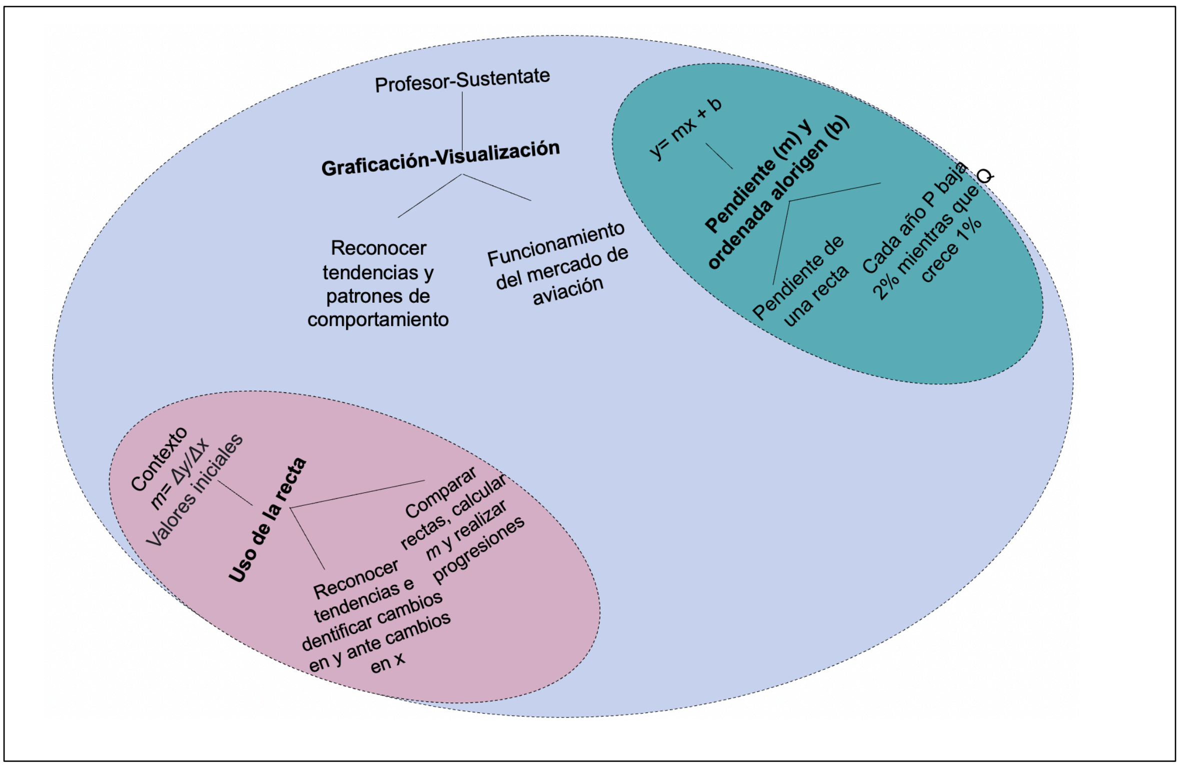


Figura 40: Red conceptual sobre reactivo

Un reactivo diseñado bajo lineamientos escolares favorece al reconocimiento del saber gráfico reflexivo de los sustentantes porque permite articular una serie de acciones intencionadas que son mediatizadas por un conjunto de signos, reflexiones y saberes.

De esta manera también un reactivo posibilita relaciones triádicas indisociables cuando se analizan los aspectos puestos en juego para su creación o aplicación. También existe la posibilidad de que se detecte que alguna de las relaciones triádicas no pueda ser completada. Una de las razones podría porque el especialista encargado de su elaboración no ha considerado aquello que realmente deba evaluar.

Lo anterior es posible cuando un reactivo privilegia tan solo algunos de los aspectos, por ejemplo, los aspectos semióticos. Incluso este tipo de debilidades podría desembocar en que los sustentantes respondan de forma incorrecta el reactivo. Por lo tanto, esto hecho incluso podría llevarnos al cuestionamiento de la viabilidad del reactivo y quizás la necesidad de un rediseño

CAPÍTULO VI
CONCLUSIONES

a) Acerca de la red conceptual

La visualización gráfica es una competencia que permite ver más allá de lo aparentemente visible. Cuando esta competencia se desarrolla es posible lograr una relación innegable entre la gráfica y sus significados.

Es por ello por lo que el tratamiento gráfico no puede ser reducido a su carácter interpretativo, sino que se tienen que analizar todos los aspectos que se ponen en juego durante la visualización. De esta manera se lograría ver lo poderoso que resultar usar una gráfica.

Para atender lo anterior, esta investigación propone una red elementos conceptuales acuñados por tres marcos teóricos. Cada uno nos ofrece una unidad de análisis resaltando aquellos aspectos en que se especializan. La semiótica nos ofrece los aspectos cognitivos y permite ver la producción de signos al momento de acceder a la gráfica. La Socioepistemología nos permite analizar los aspectos socioculturales y el desarrollo del saber gráfico. Y la Educación para la Matemática Crítica nos sitúa en los aspectos sociocríticos para evidenciar el conocimiento reflexivo en los diversos momentos del uso de la gráfica.

Si ubicamos el análisis de las gráficas sobre un marco teórico en específico, es innegable que se obtiene un análisis con las herramientas para evidenciar el conocimiento gráfico. Incluso nos permite ver aquello que los hace hacer lo que hacen. Sin embargo, si se lo mira con cuidado y nos permitimos hacer un análisis en el que se articule la red conceptual, obtenemos como resultado un análisis que ha sido robustecido por aspectos de diferente naturaleza. Este resultado es fabuloso porque nos permite no solo evidenciar un saber gráfico reflexivo sino también el poder formativo de las gráficas.

b) *Acerca del poder formativo*

Las gráficas han sido reconocidas por su capacidad de comunicar información en un solo objeto. Este objeto visual permite al usuario realizar una serie de acciones de acuerdo con el contexto en el que se sitúa y el uso que le quiera dar a esta. La inmersión en las profundidades del uso de las gráficas ofrece entonces la posibilidad de acercarse a la complejidad implícita en la configuración de procesos de significación y resignificación gráfica.

Es lo anterior que lleva a posicionarnos en la idea que una gráfica tiene la capacidad de brindar herramientas o formación intelectual a las personas que hacen uso de ellas. Se habla entonces de un poder formativo . Esto porque al ser objeto presente en la vida diaria y tratado dentro de los contextos escolares, una gráfica permite nuevas percepciones de la realidad, organizar la realidad e incluso reorganizarla.

Por ello, la red conceptual propuesta está encaminada a mostrar la forma en la que la experiencia con él uso las gráficas puede favorecer en la formación de una persona.

La tesis del poder formativo también pone en la mira al sistema educativo y a cualquier espacio destinado al tratamiento de las gráficas. Esto porque su reconocimiento como formador de personas podría redirigir la enseñanza de la matemática para evitarlas injusticias sociales.

Ante esto la Enseñanza de la Matemática para la Justica Social afirma que la matemática debería servir como un instrumento para alcanzar una sociedad más justa y utilizarla como una herramienta para comprender y cambiar el mundo.
De esta manera la red conceptual al ser una red de análisis que profundiza en el saber gráfico reflexivo posibilita además la configuración de estructuras de poder que permite hacer frente a la injusticas sociales.

Es este sentido, el uso de la red conceptual permite evidenciar una relación entre lo cognitivo, lo sociocrítico y lo sociocultural. Esta vinculación vislumbra así algo poderoso en un sentido educativo, social, cultural, lógico hasta político para así actuar y configurar nuevas realidades.

Entonces el poder formativo de las matemáticas puede ser sinónimo de una educación matemática plena porque así es posible leer y escribir el mundo con matemáticas

Finalmente siguiendo la idea de René Magritte en su obra *Ceci n'est pas une pipe* (esto no es una pipa) y con la ayuda de la red conceptual nos permitimos afirmar que gráfica no es una gráfica, sino un instrumento que forma a la persona con la capacidad intelectual para actuar como un agente de cambio social.

.

Referencias bibliográficas

Aoyama, K. (2007). Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *2 (3), 298-318.*

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics, *Educational Studies in Mathematics.* 52(3), 215-24.

Arteaga, P., Batanero, C. Y Contreras, J. M., (2011). Gráficos estadísticos en la educación primaria y a formación de profesores*. Boletin de Estudios e Investigación, 12*, 123 – 135.

Blumer, H. (1969). *Symbolic interactionism. Perspective and method*. Englewood Cliffs NJ: Prentice Hall.

Buendía, G. (2012). El uso de las gráficas cartesianas. Un estudio con profesores. *Educación Matemática*, *24 (2),* 5-31.

Buendía, G. (2013). Introducción al Capítulo de análisis del discurso Matemático Escolar. En Rebeca Flores (Ed). *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* 26, 3-4. Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Buendía, G. y Pérez-Vera, I. (2020). ¿Cómo la COVID-19 afectó nuestros hábitos de consumo? Módulo Visualización - Trayecto Matemática; Empoderamiento Docente SpA y Grupo Techint.

Cantoral, R., Cordero, F., Farfán, R. & Imaz, C. (1990). Calculus–Análisis: Una revisión de las Investigaciones recientes en Educación. En R. Cantoral, F. Cordero, R. Farfán & C. Imaz (Ed.), *Memorias del Segundo Simposio Internacional sobre Investigación en Educación Matemática* (pp. 55–69). Cuernavaca, Morelos. México.

Cantoral, R., R. M. Farfán, J. Lezama y G. Martínez (2006), "Socioepistemología y representación: algunos ejemplos", en *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa,* Número especial, México, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(4) 83-102.

Cantoral, R., Farfán, R. M., Lezama, J., y Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Número especial. 9(4),* 83-92.

Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios de la construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.

Cárdenas, Y. y Muñoz, D. (2014). *Educación matemática crítica y análisis didáctico: una propuesta de construcción de saberes matemáticos en contextos de conflicto social en la institución educativa nuevo horizonte de la ciudad de Medellín.* Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Medellín. Medellín.

Carrasco, E. (2006). *Visualizando lo que varía. Interpretación y construcción de gráficas de variación en el tiempo.* Tesis de maestría no publicada. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, México.

Castañeda, A. Rosas, A. y Molina, G. (2012). La institucionalización del conocimiento en la clase de matemáticas. Un estudio sobre le discurso del aula. Perfiles Educativos. XXXIX., 135. 26-40.

Castañeda, A, Rosas, A. y Molina, G. (2012). La institucionalización del conocimiento en la clase de matemáticas. Un estudio sobre el discurso del aula. Perfiles Educativos. Vol. XXXIV, 135. pp. 26-40.

Cattaneo L., Lagreca N., González N., y Buschiazzo N. (2012). *Didáctica de la Matemática Enseñar a enseñar matemática.* Argentina: Homo Sapiens Ediciones.

Chevallard Y. (1991). Dimension instrumentale, dimensión sémiotique de l'activité mathématique. *Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique de Grenoble.* LSD2-IMAG, Université Joseph-Fourier, Grenoble.

Cordero, F. (2003). *Reconstrucción de significados del Cálculo Integral: La noción de acumulación como una argumentación.* México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Cordero, F. (2006a). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. M. Farfán, J. Lezama & A. Romo (Ed.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un reporte Iberoamericano* (pp. 265-286). D.F., México: Díaz de Santos-Comité Latino- americano de Matemática Educativa. A. C.

Cordero, F. (2006b). La modellazione e la reppresentazione grafica nell'insegnamento- apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica 20*(1), 59-79.

Cordero, Francisco, & Flores, Rebeca. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar: Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, *10(1),* 07-38.

Curcio, F. R. (1989). Curcio, F. R. (1989). *Developing Graph Comprehension. Elementary and Middle School Activities*. National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 1906 Association Drive, Reston, 22091.

D'amore, B. (2006). Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Número especial, 9(1)* 177-196.

Duval, R. (1995). Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processings. En R. Sutherland y J. Maison (eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematics education.* Berlin: Springer. (pp. 142-157).

Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? *Recherches en Didactique des Mathématiques, 16*(3), 349-382.

Duval, R. (1998). Signe et objet: trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentation et objet. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 6, 139- 163.

Duval, R. (2004). Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales. Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1-2), 103-131.

Duval, Raymond (2016). *Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas.* En Duval, Raymond; Sáenz-Ludlow, Adalira (Eds.), Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas Énfasis. (pp. 61-94). Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Farfán, R. M. (1997). *Ingeniería Didáctica*: Un estudio de la variación y el cambio. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Felton, M. D. y Koestler, C. (2015). Math is all around us and… we can use it to help us: Teacher agency in mathematics education through critical reflection. *The New Educator, 11*(4), 260-276.

Felton-Koestler, M. D. (2017). Mathematics education as sociopolitical: prospective teachers' views of the What, Who, and How. *Journal of Mathematics Teacher Education, 20*(1), 49-74.

Friel, S.N., Curcio, F. R. y Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education*, 32(2), 124-158.

Gal, I. (2002). Alfabetización Estadística de Adultos: Significados, Componentes, *Responsabilidades. International Statistical Review, 70(1),* 1-25.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education,* 39 (1-2), 127-135.

Godino, J., Wilhelmi, M., Blanco, T., Contreras, A., & Giacomone, B. (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. *Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Avances de Investigación en Educación Matemática. 10,* 91-110.

Hitt, Fernando (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y curriculum*. Educación Matemática*, *10* (02), pp. 23-45.

Israel, D. y Perry, J. (1990). What is Information? *In*.: Hanson, Philip P. (ed.). Information, Language and Cognition. Vancouver: University of British Columbia Press.

Jiménez, E., y Buendía, G. (2017). Significados gráficos para la pendiente desde el cotidiano. *Pakbal, 39*, 5–11

López, R. y Guerra, P. (2017). Enseñanza de la Matemática para la Justicia Social. Experiencia IFD de Pando – Universidad de Kennesaw, EEUU. *Actas del 7º Congreso Uruguayo de Educación Matemática* (pp. 245-252).

Lupo, L. (2001) Sistema de coordenadas polares. Aspectos teóricos. Universidad Católica Andrés Bello.

Medel, R., García, R., y Gómez, I. (2021). Matemática 3. Travesías, Secundaria.

Nemirovsky R y Noble T. (1997). On mathematical visualization and the place where we live. *Educational Studies in Mathematics 33* (2), 99-131.

Oviedo, L., Kanashiro, A., Bnzaquen, M., y Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Aula Universitaria*, *1*(13), 29-36.

Parra, V. (2013). *Una propuesta didáctica para construcción de ciudadanía crítica a través del aprendizaje de la matemática.* En SEMUR, Sociedad de Educación Matemática Uruguaya (Ed.), VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 3929-3937). Montevideo, Uruguay: SEMUR.

Pecharromán, C. (2014). El aprendizaje y la comprensión de los objetos matemáticos desde una perspectiva ontológica. *Educación matemática*, *26*(2), 111-133.

Peirce, Ch. S. (1974). *La ciencia de la semiótica.* Nueva visión, Buenos Aires.

Pérez-Montoro, M. (2022). *Comunicación visual de la información: qué y cómo podemos narrar con datos.* Rio de Janeiro. Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnología (IBICT).

Piaget, J. (1967). *Biologie et connaissance*. París: Gallimard.

Planchart, O. (2002). *La Visualización y la Modelación en la adquisición del concepto de función.* Tesis doctoral inédita. Universidad Autónoma del Estado de Morelos.

Prada Núñez, R., y Hernández-Suárez C.A. (2014). De la gráfica a la ecuación, la articulación de los dos registros. *Eco Matemático*, 5 (1), 49-59.

Radford, L. (2004). Cose sensibili, essenze, oggetti matematici ed altre ambiguità. *La matematica e la sua didattica, 1,* 4-23.

Radford, L. (2005). La generalizzazione matematica come processo semiotico. *La matematica e la sua didattica*, 2, 191-213.

Rarford, L. (2006). Semiótica y Educación Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Número especial,* 7-21.

Sáenz-Ludlow, a. y Zellweger, S. (2012). the teaching-learning of mathematics as a double process of intra- and inter-interpretation: a Peircean perspective. en *Pre-proceedings of the 12th iCme*. Seoul, South Korea: iCme

Sánchez, M. (2012). Sobre los roles de las revisiones bibliográficas en la investigación en matemática educativa. En A. Rosas y A. Romo (Eds.) *Metodología en Matemática Educativa: Visiones y reflexiones*. México. Lectorum, 101-114.

Secretaría de Educación Pública (2017). Planes de estudio de referencia del marco curricular común de la Educación Media Superior. México D.F: Autor.

Secretaría de Educación Pública. (2018). *Plan y programas de estudio para la educación básica. Aprendizajes clave para la educación integral.* México D.F.: Autor.

Secretaría de Educación Pública. (2018). *Matemáticas 1. Series INNOVAT.* México D.F.: Autor.

Secretaría de Educación Pública. (2018). *Matemáticas 3. Travesías Secundaria.* México D.F.: Autor.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educción matemática crítica.* Bogotá: Una empresa docente.

Sfard, A. (2001). equilibrar algo desequilibrado: los *estándares del nCtm* a la luz de las teorías del aprendizaje de las matemáticas (P. Perry y H. Alfonso, trads.). *revista emA, 6*(2), 95-140.

Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). Acceso democrático a ideas matemáticas poderosas. En P. Valero y OP. Skovsmose, (Eds.), Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (pp. 25-61). Bogotá: una empresa docente.

Suárez, L., & Cordero, F. (2008). Modelación–graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. *ICME 11*.

Veloz, Y. (17 de noviembre de 2022). Abren vacunación para adolescentes, pero se mantiene rezago en 3 estados. *La razón.*

Zamora, M. (2018). Razonamiento crítico en representaciones gráficas estadísticas desde el ambiente económico de la unidad familiar del estudiante. Universidad del Valle.

Anexo 1

Objetivo general: Favorecer el desarrollo de la visualización a través del uso de gráficas

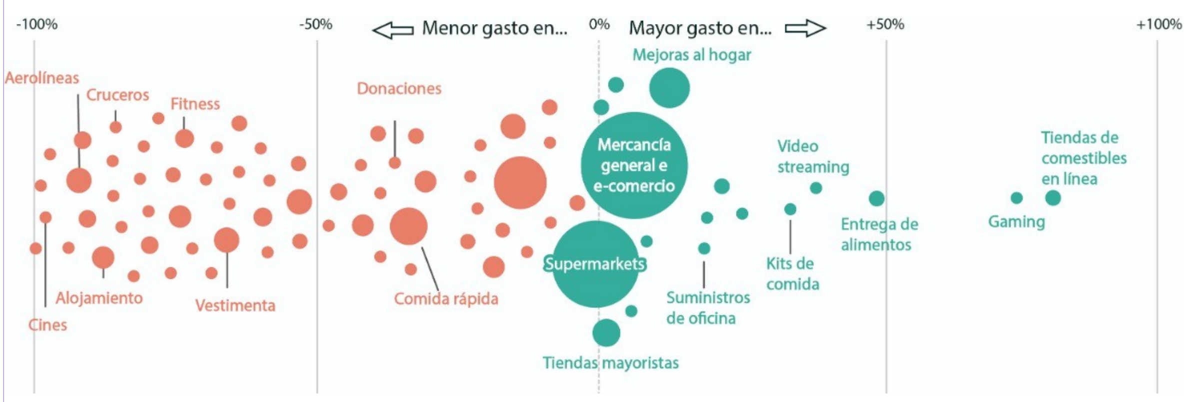
- *Reconocer la interrelación entre las variables de una gráfica*
- *Comparar la información que brindan los elementos de las gráficas*
- *Favorecer una toma de decisión con base en información gráfica*

01

En el periódico *New York Times* apareció la siguiente gráfica el 11 de abril del 2020; el mundo estaba en plena pandemia por la COVID-19. Se refiere a una situación de consumo en Estados Unidos. Sin embargo, en este mundo globalizado la situación es similar a otros países como México.

Cambio en el gasto semanal

Comparación de la misma semana del 2019 y 2020.
El tamaño de la burbuja es relativo al tamaño de la industria*



** La gráfica se obtuvo a partir de los datos de compras realizados con tarjetas de débito o crédito por un periodo de 7 días (26 de marzo al 1 de abril) del 2019 y del 2020. El tamaño de la industria se refleja en el tamaño del burbuja y es un indicador económico relativo a ventas.*

Notas:

a) En la siguiente liga se puede consultar la gráfica interactiva. En ella se puede ver a qué industrias se refieren las burbujas que no tienen título.
https://www.nytimes.com/interactive/2020/04/11/business/economy/coronavirus-us-economy-spending.html

b) Estos son algunos ejemplos de las marcas que pertenecen a cada industria:

Mejora de casa	**Entrega de alimentos**	**Video streaming**
Home Depot / Comex	Uber eats	Netflix / Blim

Mobile	**Comida Rápida**	**Cines**
AT&T	McDonalds / Domino's	Cinemex

Comestibles en línea	**Gaming**	**Mercancía general, e-comercio**
Walmart en línea	Minecraft / Nintendo	Amazon

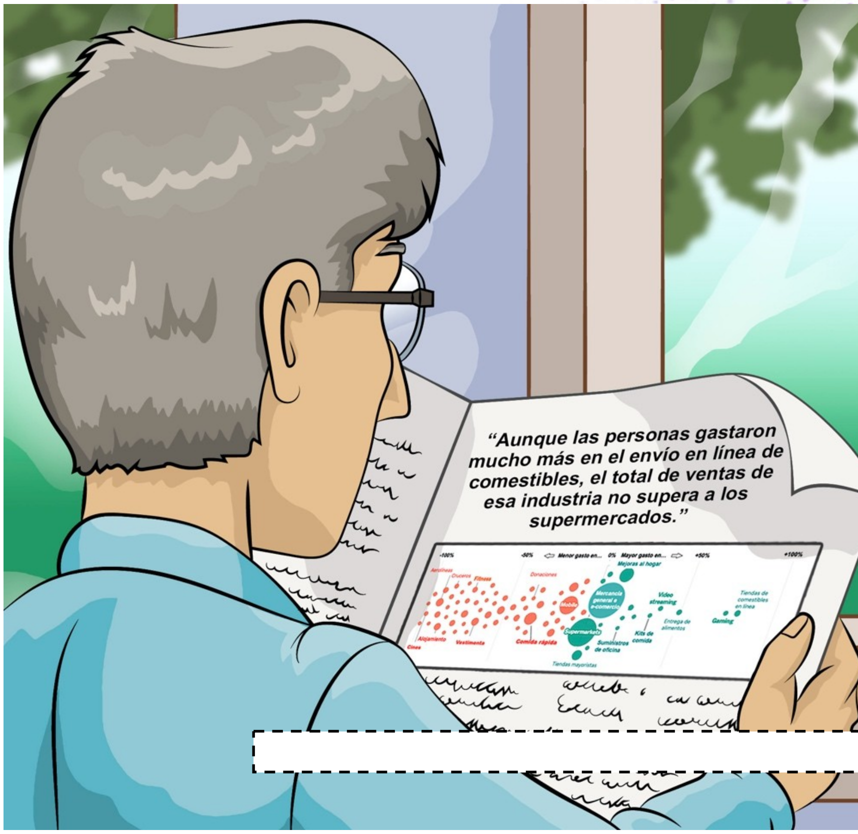
¡Trabajemos con la gráfica!

a) ¿Qué ves? ¿De qué está hablando la gráfica?

b) En los extremos vemos a los *Cines* y a las *Tiendas de Comestibles en línea*. ¿Por qué consideras que ocupan esas posiciones?

c) El dinero que la gente gastó en *Gaming* aumentó considerablemente en esa semana del 2020. ¿Cómo se ve eso en la gráfica? ¿Por qué consideras que aumentó tanto durante la semana del 1 abril del 2020?

d) En la siguiente imagen, observa la nota del periódico. El periódico realizó la siguiente declaración respecto a cómo se vivió el cambio en el consumo durante la *nueva normalidad*:



texto

¿Cómo se puede ver esa declaración en la gráfica?

e) Veamos la industria del *Cine* y del *Video-streaming* : son aproximadamente del mismo tamaño porque las burbujas son aproximadamente de igual tamaño. Sin embargo, el *Cine* estácasi en el extremo izquierdo y el *Video-streaming* está hacia la derecha. ¿Qué quiere decir eso?

En casa, ¿sentiste que se vivió algo parecido?

f) Si pensamos en los empleados que trabajan en la industria del *Cine* y los de *Video-streaming*, ¿en cuál pudiera haber mayor efecto negativo para ellos en el 2020?

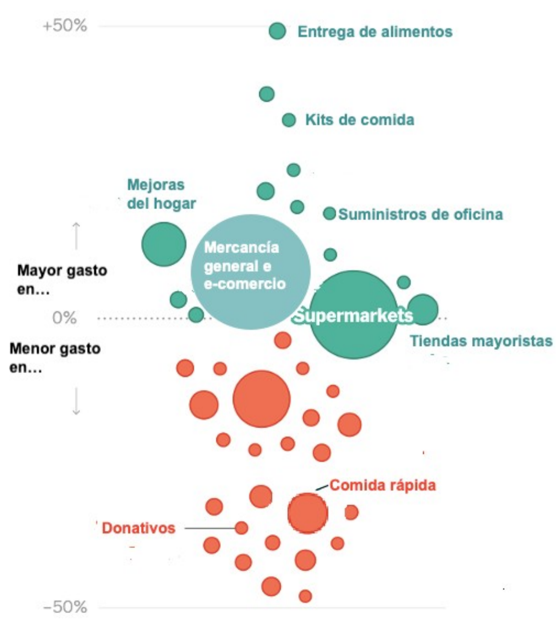
g) Compara las burbujas de la *Comida rápida* y de *Fitness* (gimnasios). ¿En cuál de ellas hubo un mayor cambio en los hábitos de consumo? ¿Cómo se ve eso en la gráfica?

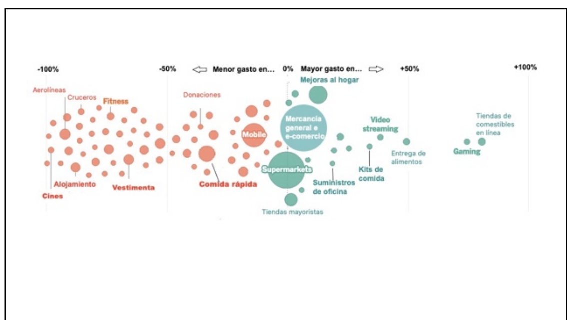
h) Considera el caso de una persona que antes de la pandemia trabajaba en un *Crucero,* ¿quéconsideras que haya sido de ella? Después de la pandemia, ¿qué decisiones laborales le convendría tomar?

i) Si un emprendedor hoy preguntara tu opinión con base en esta gráfica sobre en qué industriaconviene invertir sin riesgo, ¿qué le aconsejarías? Si aceptara algo riesgoso pero productivo,
¿qué le sugerirías?

02

Observemos ahora esa misma gráfica de otra manera: vertical en lugar de horizontal.
Y sólo la franja central: - 50% 0 % +50%





La gráfica original

a) ¿Qué ves?

b) Observa la cantidad de burbujas que están en la franja del -50% al 50%.
Ese cambio en los hábitos de consumos del que informa la gráfica, ¿cómo lo viviste en casa?

c) El tamaño de la burbuja refleja el tamaño de la industria. ¿Por qué consideras que lasburbujas más grandes se quedaron alrededor del 0%?

d) Compara el tamaño de las burbujas y la cantidad de las que se movieron más arriba o más abajo (o derecha-izquierda en la gráfica original). Con base en esa comparación, “a ojo” da tu opinión sobre el panorama general de la situación económica que informa la gráfica.

03

El profesor Iván tomó la gráfica del periódico para trabajar con sus estudiantes. Para comparar cómo cambiaron los hábitos de consumo de un año a otro, presentó dos fotografías:

Fotografía A

Fotografía B

1. ¿Qué ves comparando ambas gráficas de las fotografías?

2. Si las personas siempre han gastado en comida rápida, ¿qué quiere decir que en la gráfica A la burbuja esté en el 0% y luego, en la gráfica B, esté más corrida a la izquierda?

3. En el salón, al ver las grácas anteriores, se desarrolló el siguiente diálogo:

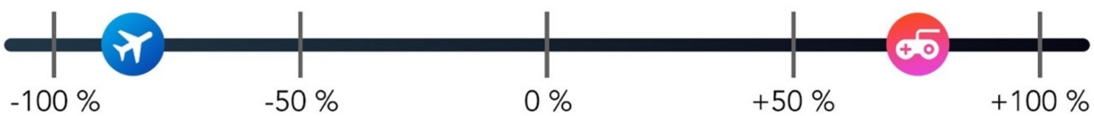
¿Qué opinas de las afirmaciones? ¿Cómo vieron eso en la gráfica?

4. La siguiente recta numérica representa cuánto cambió el gasto de los consumidorescomparando la misma semana del 2019 (sin pandemia) y la del 2020 (con pandemia).

Por ejemplo:

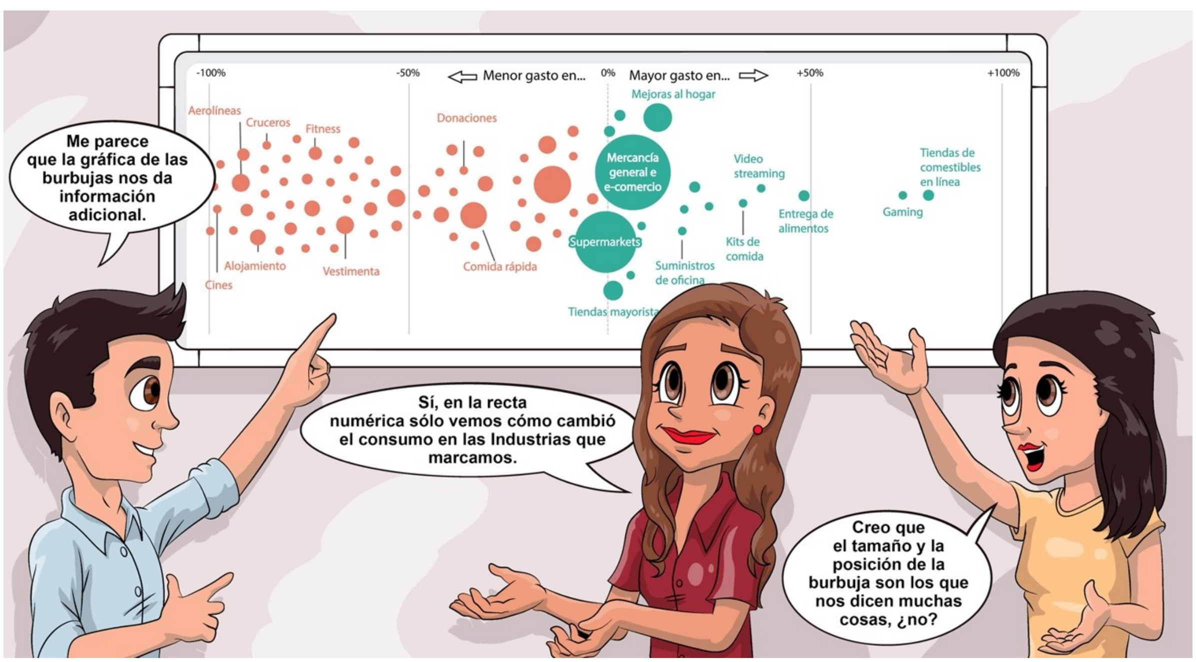
El dinero invertido en Gaming aumentó aproximadamente un 75%.

Y los consumidores dejaron de viajar por lo que el dinero invertido en boletosde avión disminuyó aproximadamente un **85%**



a) Localiza sobre la misma recta el cambio en el gasto que sufrieron otras 4 industrias a tuelección de acuerdo a la información que te brinda la gráfica del periódico (Actividad 1).

b) ¿Consideras que esta recta presenta la misma información que la gráfica original (Actividad1)?



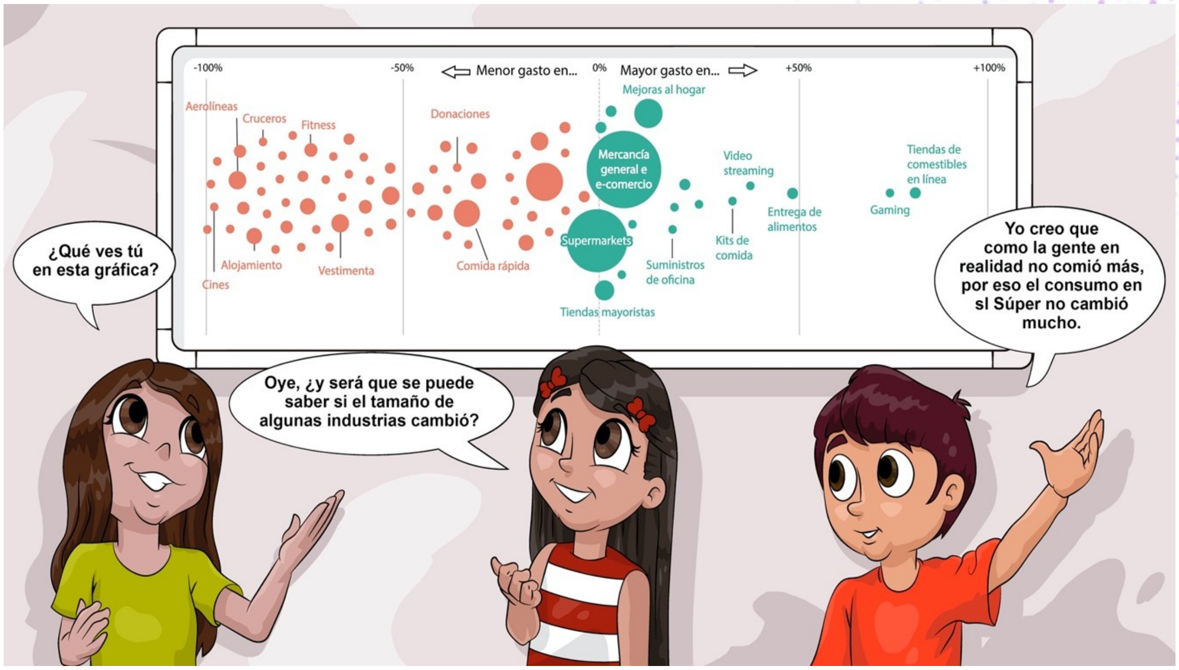
c) Considera el diálogo de nuestros personajes. Si bien ambas gráficas informan sobre la misma situación, ¿qué información adicional nos da la gráfica de burbujas? ¿Cómo esa gráfica te da más elementos para conocer el panorama económico ocasionado por la COVID-19?

5. Completa la siguiente tabla de acuerdo a la gráfica del periódico (Actividad 1). Agrega los renglones que quieras.

Para simplificar, el tamaño de la burbuja sólo lo clasificamos como *chico, mediano, grande.* En la última columna señala alguna conclusión, comentarios o preguntas adicionales que pudieras hacer con base en la situación discutida a través de la gráfica

Industria	Tamaño de la industria	Cambio sufrido en el gasto de los consumidores	Tu análisis de la gráfica
Cines	Pequeña	-90%	Los cines tuvieron que cerrar por la pandemia. En México seguro fue de -100%
	Mediana		
		50%	
Mejoras en el hogar			Incrementó un poco lo que la gente gastó porque aprovecharon estar confinados en casa
			Seguramente hubo muchos despidos
Suministros de oficina			

04



1. Observa la charla de los niños sobre la gráfica. Tu, finalmente, ¿qué ves? ¿De qué te hablaesta gráfica? ¿Qué más te gustaría saber?

2. La gráfica presentaba una noticia. Realiza una propuesta de posibles encabezados o títulospara esa la noticia.