



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE CHIAPAS**



**FACULTAD DE INGENIERÍA  
CAMPUS I**

**EVALUACIÓN DE LA DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ  
EN EDIFICIOS DE CONCRETO REFORZADO DE  
BAJA Y ALTA DUCTILIDAD MEDIANTE MODELOS  
DE PLASTICIDAD CONCENTRADA**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE  
MAESTRO EN INGENIERÍA CON FORMACIÓN EN  
CONSTRUCCIÓN**

**P R E S E N T A**

**CÉSAR IVÁN CAMACHO CRUZ *C100014***

**DIRECTOR DE TESIS**

**DR. EBER ALBERTO GODÍNEZ DOMÍNGUEZ**

*Tuxtla Gutiérrez, Chiapas; Enero de 2021.*



Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.  
25 de enero de 2021.  
Oficio No. F.I.01.0100/2021.

**ING. CÉSAR IVÁN CAMACHO CRUZ**  
**ALUMNO DE LA MAESTRÍA EN INGENIERÍA**  
**CON FORMACIÓN EN CONSTRUCCIÓN**  
**P R E S E N T E:**

Por este medio comunico a usted, que se autoriza la impresión de su trabajo de tesis denominado:  
**"EVALUACIÓN DE LA DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ EN EDIFICIOS DE CONCRETO REFORZADO DE BAJA Y ALTA DUCTILIDAD MEDIANTE MODELOS DE PLASTICIDAD CONCENTRADA"** para que pueda continuar con los trámites de titulación para la obtención del grado.

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**  
**"POR LA CONCIENCIA DE LA NECESIDAD DE SERVIR"**



**DR. JOSÉ ALONSO FIGUEROA GALLEGOS**  
**ENCARGADO DE DIRECCIÓN**



C.c.p. Dra. Daisy Escobar Castillejos. Coordinadora de Investigación y Posgrado. Facultad de Ingeniería.  
C.c.p. Archivo/minutario  
JAFG/DEC/amj



Código: FO-113-09-05

Revisión: 0

## CARTA DE AUTORIZACIÓN PARA LA PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DE LA TESIS DE TÍTULO Y/O GRADO.

El (la) suscrito (a) César Iván Camacho Cruz,  
Autor (a) de la tesis bajo el título de "Evaluación de la Degradación de Rigidez en Edificios de Concreto Reforzado de Baja y Alta Ductilidad Mediante Modelos de Plasticidad Concentrada,"  
presentada y aprobada en el año 20 21 como requisito para obtener el título o grado de Maestro en Ingeniería con Formación en Construcción, autorizo a la Dirección del Sistema de Bibliotecas Universidad Autónoma de Chiapas (SIBI-UNACH), a que realice la difusión de la creación intelectual mencionada, con fines académicos para que contribuya a la divulgación del conocimiento científico, tecnológico y de innovación que se produce en la Universidad, mediante la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Consulta del trabajo de título o de grado a través de la Biblioteca Digital de Tesis (BIDITE) del Sistema de Bibliotecas de la Universidad Autónoma de Chiapas (SIBI-UNACH) que incluye tesis de pregrado de todos los programas educativos de la Universidad, así como de los posgrados no registrados ni reconocidos en el Programa Nacional de Posgrados de Calidad del CONACYT.
- En el caso de tratarse de tesis de maestría y/o doctorado de programas educativos que sí se encuentren registrados y reconocidos en el Programa Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC) del Consejo Nacional del Ciencia y Tecnología (CONACYT), podrán consultarse en el Repositorio Institucional de la Universidad Autónoma de Chiapas (RIUNACH).

Tuxtla Gutiérrez, Chiapas; a los 27 días del mes de Enero del año 20 21.

César Iván Camacho Cruz

Nombre y firma del Tesista o Tesistas



## **AGRADECIMIENTOS**

*En primer lugar, agradezco a Dios por haberme permitido culminar satisfactoriamente mis estudios de maestría y por poner en mi camino grandes personas, las cuales me ayudan a ser cada día mejor. Asimismo, agradezco infinitamente a mis padres por todo el apoyo que me han brindado durante toda mi vida; todos mis logros se los debo a ustedes. Gracias por todo su apoyo incondicional, y educarme con valores que me hacen ser cada día una mejor persona. A mis hermanos les agradezco por estar siempre a mi lado, apoyándome y escuchándome.*

*De forma muy especial agradezco al Dr. Eber A. Godínez Domínguez, ya que desde que lo conocí, hace algunos años, mientras estudiaba la licenciatura, siempre me ha apoyado y me ha compartido sus conocimientos. Además, fue una de las personas que me inspiró y apoyó para poder continuar preparándome académicamente.*

*Finalmente agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por la beca otorgada para el desarrollo de esta tesis, la cual se deriva de los recursos económicos del proyecto de investigación Científica Básica 2015 “Determinación de rigideces efectivas de elementos estructurales para el análisis por sismo de sistemas diseñados con base en marcos de concreto reforzado” con clave 258271.*

## ÍNDICE

	<i>Página</i>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	<b>VI</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b> .....	<b>XI</b>
<b>RESUMEN</b> .....	<b>XIII</b>
<b>CAPÍTULO 1 . INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>2</b>
1.1. Antecedentes.....	2
1.2. Justificación. ....	4
1.3. Objetivos.....	4
1.3.1. Objetivo general.....	4
1.3.2. Objetivos específicos.....	5
1.4. Alcances.....	5
1.5. Limitaciones.....	5
1.6. Organización de la tesis. ....	6
<b>CAPÍTULO 2 ESTUDIOS PREVIOS PARA LA DETERMINACIÓN DE RIGIDECES EFFECTIVAS EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.</b> .....	<b>8</b>
2.1. Paulay y Priestley (1992).....	8
2.2. Priestley (2003).....	10
2.2.1. Columna circular. ....	13
2.2.2. Columna rectangular. ....	15
2.2.3. Muros rectangulares .....	18
2.2.4. Vigas.....	19
2.2.5. Distorsión de fluencia de marcos. ....	21
2.3. Khuntia y Gosh (2004).....	24
2.3.1. Columnas.....	24
2.3.2. Vigas.....	27
2.4. Haselton <i>et al.</i> (2008).....	31
2.5. Elwood y Eberhard (2009).....	35
2.6. Rodríguez y Restrepo (2012).....	42
2.7. Godínez <i>et al.</i> (2018). ....	43

2.8. Tena (2019).....	50
2.9. Comentarios .....	53
<b><i>CAPÍTULO 3. CRITERIOS REGLAMENTARIOS PARA LA CONSIDERACION DE LAS RIGIDECES EFECTIVAS EN EL PROCESO DE DISEÑO SÍSMICO. ....</i></b>	<b>56</b>
3.1. Introducción. ....	56
3.2. Evolución de los criterios en los reglamentos de México.....	57
3.2.1. Criterios de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17).....	57
3.3. Criterios del Instituto Americano del Concreto (ACI-318-14 2014).....	58
3.4. Criterios del Reglamento de Nueva Zelanda (NZS-06 2006).....	60
3.5. Eurocódigo (EC-08).....	60
3.6. Código Canadiense .....	61
3.7. Instituto de Arquitectura de Japón (AIJ).....	62
3.8. Normas Iraníes .....	62
3.7. Código Rumano .....	62
3.8. Criterios del Pre-estándar y Comentarios para la Rehabilitación Sísmica de Edificios (FEMA-356, 2000). ....	62
3.9. Comentarios .....	63
<b><i>CAPÍTULO 4. HIPÓTESIS PARA EL DISEÑO DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.....</i></b>	<b>66</b>
4.1. Hipótesis generales. ....	66
4.2. Flexión. ....	67
4.2.1. Dimensionamiento. ....	68
4.2.2. Resistencia a flexión.....	68
4.2.3. Refuerzo a flexión. ....	71
4.3. Flexocompresión.....	71
4.3.1. Dimensionamiento. ....	71
4.3.2. Resistencia a compresión y flexión en dos direcciones. ....	72
4.4. Cortante.....	72
4.4.1. Resistencia a fuerza cortante. ....	72
4.4.2. Limitación para la fuerza cortante.....	75
4.4.3. Refuerzo para fuerza cortante .....	75

4.5. Longitud de desarrollo, anclaje y requisitos complementarios.....	76
4.5.1. Anclaje .....	76
4.5.2. Paquetes de barras .....	79
4.5.3. Uniones del refuerzo .....	79
4.5.5. Refuerzo por cambio volumétrico.....	80
4.5.6. Separación entre barras de refuerzo .....	81
4.6. Diseño de elementos estructurales .....	81
4.6.1. Vigas.....	81
4.6.1.1. Requisitos geométricos .....	81
4.6.1.2. Refuerzo longitudinal.....	82
4.6.1.3. Refuerzo transversal para confinamiento.....	83
4.6.1.4. Requisitos para fuerza cortante .....	84
4.6.2. Columnas.....	85
4.6.2.1. Geometría.....	85
4.6.2.2. Resistencia mínima a flexión de columnas .....	86
4.6.2.3. Refuerzo longitudinal.....	87
4.6.2.4. Refuerzo transversal.....	87
4.6.3. Conexiones viga-columna.....	91
4.6.3.1. Resistencia del concreto en las intersecciones .....	91
4.6.3.2. Anclaje del refuerzo longitudinal.....	91
4.6.3.3. Resistencia a fuerza cortante .....	92
<b><i>CAPÍTULO 5 . DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS EDIFICIOS EN ESTUDIO.....</i></b>	<b><i>97</i></b>
5.1. Características generales de los edificios.....	97
5.2. Consideraciones para el análisis. ....	98
5.3. Criterios para la determinación del espectro para diseño sísmico. ....	99
5.3.1. Espectro para diseño sísmico. ....	102
5.4. Efectos de torsión.....	103
5.5. Diseño estructural de los modelos en estudio .....	105
5.5.1. Modelos estructurales.....	105
5.5.2. Revisión por cortante basal. ....	107
5.5.3. Distorsiones permisibles. ....	107

5.5.4. Diseños de vigas principales .....	110
5.5.5. Diseños de columnas.....	123
5.5.6. Revisión de conexiones viga-columna.....	128
<b><i>CAPÍTULO 6 . EVALUACIÓN DE LA DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ.....</i></b>	<b><i>145</i></b>
6.1. Introducción.....	145
6.2. Criterios para elaboración de los análisis no lineales .....	145
6.2.1. Acelerogramas sintéticos.....	147
6.2.2. Casos de análisis .....	149
6.3. Resultados de los análisis dinámicos no lineales.....	151
6.3.1. Distorsiones de entrepiso .....	152
6.3.2. Estimación de la degradación de rigidez.....	154
<b><i>CAPÍTULO 7 . PROPUESTA PARA DETERMINAR LA VARIACIÓN DE LA DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ EN ELEVACIÓN EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO.....</i></b>	<b><i>182</i></b>
7.1. Introducción.....	182
7.2. Ecuaciones propuestas para determinar la variación de la degradación de rigidez en elevación en vigas de concreto reforzado.....	182
<b><i>CAPÍTULO 8 . CONCLUSIONES .....</i></b>	<b><i>189</i></b>
<b><i>REFERENCIAS .....</i></b>	<b><i>193</i></b>
<b><i>APÉNDICE.....</i></b>	<b><i>200</i></b>
Apéndice A. Evaluación de criterios para determinar el cortante de diseño en columnas de concreto reforzado de sistemas dúctiles.....	200
A.1. Criterio de las NTCC-17 .....	200
A.2. Criterio propuesto por Park y Paulay (1978).....	201
A.3. Variante del criterio propuesto por Moehle (2014).....	202
A.4. Evaluación de diferentes criterios para el cálculo del cortante de diseño en columnas.....	203
A.5. Comentarios.....	206



## ÍNDICE DE FIGURAS

	<i>Página</i>
Figura 2.1. Ancho efectivo del patín en vigas (adaptada de Paulay y Priestley, 1992).....	10
Figura 2.2. Relación momento-curvatura y aproximación bilineal (adaptada de Priestley, 2003).....	11
Figura 2.3. Influencia de la resistencia a flexión en la relación momento-curvatura (adaptada de Priestley, 2003).....	12
Figura 2.4. Curvas momento-curvatura para columnas circulares (Priestley, 2003). ....	13
Figura 2.5. Momento nominal adimensional y curvatura de fluencia adimensional para columnas circulares (Priestley, 2003).....	14
Figura 2.6. Rigidez efectiva de columnas circulares (Priestley, 2003). ....	15
Figura 2.7. Curvas momento-curvatura para columnas rectangulares (Priestley, 2003).....	16
Figura 2.8. Momento nominal adimensional y curvatura de fluencia adimensional para columnas rectangulares (Priestley, 2003).....	17
Figura 2.9. Rigidez efectiva en columnas rectangulares (Priestley, 2003).....	17
Figura 2.10. Curvatura de fluencia en muros rectangulares (Priestley, 2003). ....	18
Figura 2.11. Viga considerada para el análisis (Priestley, 2003). ....	19
Figura 2.12. Contribución de la deformación elástica a la distorsión de un sub-ensamble viga-columna (adaptada de Priestley, 2003).....	23
Figura 2.13. Influencia de la relación de excentricidad y la relación de carga axial en la rigidez efectiva de columnas, para $\rho=1\%$ y $f'_c=4000$ psi (Khuntia y Gosh, 2004). ....	25
Figura 2.14. Influencia de la relación de carga axial y excentricidad en el momento de inercia de columnas (adaptada de Khuntia y Gosh, 2004). ....	26
Figura 2.15. Relaciones momento-curvatura para una viga de concreto reforzado; influencia de la cuantía de acero longitudinal (Khuntia y Gosh, 2004). ....	28
Figura 2.16. Sección transversal de vigas de concreto reforzado consideradas en el estudio paramétrico (adaptada de Khuntia y Gosh, 2004). ....	29
Figura 2.17. Influencia de la relación de aspecto en la rigidez efectiva de vigas de concreto (adaptada de Khuntia y Gosh, 2004). ....	29
Figura 2.18. Comportamiento monotónico y cíclico del modelo empleado en el estudio de calibración. Modelo desarrollado por Ibarra, Medina y Krawinkler (Haselton et al., 2008). ....	32
Figura 2.19. Prueba monotónica de un elemento de concreto reforzado e ilustración de la definición de rigidez efectiva (Haselton et al., 2008).....	32
Figura 2.20. Gráficas de dispersión que muestran tendencias entre $EI_y/EI_g$ y cuatro variables de diseño de columnas (Haselton et al., 2008). ....	33
Figura 2.21. Comparación de los valores observados y valores calculados con las fórmulas propuestas para la rigidez secante a la fluencia (Haselton et al., 2008). ....	34
Figura 2.22. Comparación de los valores observados y valores calculados con las fórmulas propuestas para la rigidez inicial (Haselton et al., 2008).....	35
Figura 2.23. Desplazamiento de fluencia y rigidez efectiva en columnas (adaptada de Elwood y Eberhard, 2009).....	36

Figura 2.24. Efecto de parámetros clave en la determinación de la rigidez efectiva .....	37
Figura 2.25. Definición de la curvatura de fluencia y rigidez a flexión (adaptada de Elwood y Eberhard, 2009). .....	38
Figura 2.26. Deformaciones debido a deslizamiento de las barras (adaptada de Elwood y Eberhard, 2009). .....	39
Figura 2.27. Contribución de los componentes en la deformación en función de cargas axiales y relación de aspecto (Elwood y Eberhard, 2009). .....	40
Figura 2.28. Comparación de los cálculos de la ecuación propuesta y la rigidez efectiva medida (Elwood y Eberhard, 2009). .....	42
Figura 2.29. Rigidez efectiva en columnas rectangulares de concreto reforzado en función de la relación carga axial, resultados experimentales y calculados (Rodríguez y Restrepo, 2012). .....	43
Figura 2.30. Idealización bilineal considerada para el cálculo de la rigidez efectiva a flexión (Godínez et al., 2018). .....	44
Figura 2.31. Esquema descriptivo del estudio paramétrico (Godínez et al., 2018). .....	45
Figura 2.32. Efecto de la separación de estribos en la rigidez efectiva a flexión de vigas (Godínez et al., 2018). .....	45
Figura 2.33. Influencia de la cuantía de refuerzo longitudinal en la rigidez efectiva para diferentes relaciones $\rho/\rho'$ , $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ , detallado no dúctil, para una viga de sección $40 \times 60 \text{ cm}$ (Godínez et al., 2018). .....	46
Figura 2.34. Influencia de la forma de la sección transversal (Godínez et al., 2018). .....	48
Figura 2.35. Efecto de la relación de aspecto, $b/h$ vs $k$ , sección $b=30\text{cm}$ y $\rho/\rho'=2.0$ , para cada cuantía (Godínez et al., 2018). .....	49
Figura 2.36. Secciones de potencial agrietamiento en una viga prismática continua bien diseñada para fallar dúctilmente a flexión (Tena, 2019). .....	51
Figura 2.37. Secciones de potencial agrietamiento en una viga prismática continua bien diseñada para fallar dúctilmente a flexión en una zona altamente sísmica y una consideración simplista y aproximada de las inercias efectivas para fines de análisis (Tena, 2019). .....	51
Figura 2.38. Variación de la inercia efectiva para vigas prismáticas para distintas hipótesis de la inercia agrietada efectiva de la sección transversal ( $I_{cr}$ ) y la extensión de la longitud de agrietamiento ( $L_{cr}$ ) en los extremos de la viga (Tena, 2019). .....	53
Figura 2.39. Ilustración simplista de por qué no resulta siempre seguro diseñar estructuras de concreto reforzado considerando una rigidez agrietada en vigas (adaptada de Tena y Correa, 2008). .....	54
Figura 4.1. Deformaciones y bloque de esfuerzos de acuerdo a las NTCC-17. ....	67
Figura 4.2. Longitud de desarrollo de barras con dobleces. ....	78
Figura 4.3. Detallado de elementos a flexión de ductilidad media y alta. ....	84
Figura 4.4. Determinación de la fuerza cortante de diseño en un elemento a flexión de ductilidad media y alta. ....	85
Figura 4.5. Detallado de elementos a flexocompresión marcos de ductilidad alta. ....	90
Figura 4.6. Determinación de la cuantía de refuerzo transversal en miembros a flexocompresión. ....	91

Figura 4.7. Área de la sección que resiste la fuerza cortante en nudos de estructuras de ductilidad alta. ....	94
Figura 4.8. Determinación de la fuerza cortante actuante en un nudo de estructuras de ductilidad alta. ....	95
Figura 5.1. Planta y elevación de los edificios. ....	97
Figura 5.2. Ubicación de las coordenadas del sitio de estudio. ....	100
Figura 5.3. Relación del factor $K_2$ con $T/T_a$ . ....	101
Figura 5.4. Variación del factor de reducción por comportamiento sísmico ( $Q'$ ) con respecto al periodo de una estructura, para diferentes valores de $Q$ . ....	101
Figura 5.5. Variación del factor de sobrerresistencia ( $R$ ) con respecto al periodo de una estructura, para diferentes criterios. ....	102
Figura 5.6. Comparativa entre espectros de diseño sísmico obtenidos según las NTCS-17 y las NTCS-04, considerando $Q=2$ . ....	102
Figura 5.7. Comparativa entre espectros de diseño sísmico obtenidos según las NTCS-17 y las NTCS-04, considerando $Q=4$ . ....	103
Figura 5.8. Excentricidad accidental calculada para los edificios con $Q=2$ . ....	104
Figura 5.9. Excentricidad de diseño en metros calculada para los edificios con $Q=2$ . ....	104
Figura 5.10. Excentricidad accidental calculada para los edificios con $Q=4$ . ....	104
Figura 5.11. Excentricidad de diseño en metros calculada para los edificios con $Q=4$ . ....	105
Figura 5.12. Modelo de un edificio en estudio y modos de vibración. ....	106
Figura 5.13. Comportamiento del parámetro $K_s$ en función de $T_s$ . ....	108
Figura 5.14. Distorsiones de entrepiso de los modelos diseñados con $Q=2$ . ....	109
Figura 5.15. Distorsiones de entrepiso de los modelos diseñados con $Q=4$ . ....	109
Figura 5.16. Dimensiones vigas T. ....	111
Figura 5.17. Dimensiones vigas L. ....	111
Figura 5.18. Secciones transversales y detallado del acero de refuerzo de los elementos del marco central del edificio de seis niveles para $Q=2$ . ....	134
Figura 5.19. Secciones transversales y detallado del acero de refuerzo de los elementos del marco central del edificio de doce niveles para $Q=2$ . ....	138
Figura 5.20. Secciones transversales y detallado del acero de refuerzo de los elementos del marco central del edificio de seis niveles para $Q=4$ . ....	139
Figura 5.21. Secciones transversales y detallado del acero de refuerzo de los elementos del marco central del edificio de doce niveles para $Q=4$ . ....	143
Figura 6.1. Elemento viga con articulaciones plásticas en extremos. ....	145
Figura 6.2. Modelo histerético modificado de Takeda (Carr 2014). ....	146
Figura 6.3. Modelo con distribución de fuerzas laterales entre marcos por acción del diafragma rígido de los edificios. ....	147
Figura 6.4. Estaciones acelerométricas de la Ciudad de México (adaptada de Godínez et al. 2012). ....	148
Figura 6.5. Acelerogramas empleados en los análisis no lineales. ....	149
Figura 6.6. Rigidez efectiva en columnas en función de la carga axial, obtenidas de diagramas momento-curvatura. ....	151
Figura 6.7. Rigidez efectiva en vigas obtenidas de diagramas momento-curvatura. ....	151

Figura 6.8. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 3Q2. ....	152
Figura 6.9. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 6Q2. ....	152
Figura 6.10. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 9Q2. ....	153
Figura 6.11. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 12Q2. ....	153
Figura 6.12. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 6Q4. ....	153
Figura 6.13. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 9Q4. ....	154
Figura 6.14. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 12Q4. ....	154
Figura 6.15. Definición de parámetros a partir de ciclos y medios ciclos de respuesta, (adaptada de Tena y Correa 2008).....	155
Figura 6.16. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “a” del edificio 3Q2. .....	156
Figura 6.17. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “b” del edificio 3Q2. .....	157
Figura 6.18. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “c” del edificio 3Q2. .....	157
Figura 6.19. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “a” del edificio 6Q2. .....	158
Figura 6.20. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “b” del edificio 6Q2. .....	159
Figura 6.21. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “c” del edificio 6Q2. .....	160
Figura 6.22. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “a” del edificio 9Q2. .....	161
Figura 6.23. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “b” del edificio 9Q2. .....	162
Figura 6.24. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “c” del edificio 9Q2. .....	163
Figura 6.25. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “a” del edificio 12Q2. .....	164
Figura 6.26. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “b” del edificio 12Q2. .....	165
Figura 6.27. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “c” del edificio 12Q2. .....	166
Figura 6.28. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “a” del edificio 3Q4. .....	167
Figura 6.29. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “b” del edificio 3Q4. .....	167
Figura 6.30. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “a” del edificio 6Q4. .....	168
Figura 6.31. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “b” del edificio 6Q4. .....	169
Figura 6.32. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “c” del edificio 6Q4. .....	170

Figura 6.33. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “a” del edificio 9Q4. .....	171
Figura 6.34. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “b” del edificio 9Q4. .....	172
Figura 6.35. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “c” del edificio 9Q4. .....	173
Figura 6.36. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “a” del edificio 12Q4. .....	174
Figura 6.37. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “b” del edificio 12Q4. .....	175
Figura 6.38. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio “c” del edificio 12Q4. .....	176
Figura 6.39. Degradación de rigidez en vigas de los modelos de baja ductilidad analizados bajo el criterio “a”.....	177
Figura 6.40. Degradación de rigidez en vigas de los modelos de baja ductilidad analizados bajo el criterio “b”. .....	178
Figura 6.41. Degradación de rigidez en vigas de los modelos de baja ductilidad analizados bajo el criterio “c”.....	178
Figura 6.42. Degradación de rigidez en vigas de los modelos de alta ductilidad analizados bajo el criterio “a”.....	179
Figura 6.43. Degradación de rigidez en vigas de los modelos de alta ductilidad analizados bajo el criterio “b”. .....	179
Figura 6.44. Degradación de rigidez en vigas de los modelos de alta ductilidad analizados bajo el criterio “c”.....	180
Figura 7.1. Degradación de rigidez de las vigas de los modelos de alta ductilidad en función de la ubicación que guardan en elevación ( $H_R$ ) dentro del sistema estructural. ....	182
Figura 7.2. Degradación de rigidez de las vigas de los modelos de baja ductilidad en función de la ubicación que guardan en elevación ( $H_R$ ) dentro del sistema estructural. ....	183
Figura 7.3. Comparación de la degradación de rigidez de vigas de concreto reforzado de sistemas de alta ductilidad con la función matemática propuesta para cada criterio. ....	184
Figura 7.4. Comparación de la degradación de rigidez de vigas de concreto reforzado de sistemas de baja ductilidad con la función matemática propuesta para cada criterio. ....	185
Figura 7.5. Comparación de la degradación de rigidez de vigas de concreto reforzado de sistemas dúctiles con la función matemática propuesta. ....	187
Figura 7.6. Comparación de la degradación de rigidez de vigas de concreto reforzado de sistemas no dúctiles con la función matemática propuesta. ....	187

## ÍNDICE DE TABLAS

	<i>Página</i>
Tabla 2.1. Momento de inercia efectivos (Paulay y Priestley, 1992).....	9
Tabla 2.2. Curvatura de fluencia para diferentes detalles de acero de refuerzo en vigas (Priestley, 2003).....	20
Tabla 2.3. Rigidez efectiva de vigas con diferentes cuantías de acero de refuerzo (Priestley, 2003).....	21
Tabla 2.4. Determinación de curvaturas de fluencia para elementos estructurales de concreto reforzado. (Priestley, 2003). ....	24
Tabla 3.1. Momento de inercia y área de la sección transversal permitidos para el análisis elástico al nivel de carga factorizada (ACI-318-14).....	58
Tabla 3.2. Criterios para considerar la rigidez efectiva para elementos mecánicos de acuerdo al NZS-06 (Paulay, 1996). ....	61
Tabla 3.3. Momento de inercia efectivos conforme al Código Canadiense. ....	61
Tabla 3.4. Resumen/Comparativa de criterios para considerar el agrietamiento en algunos reglamentos de diseño. ....	64
Tabla 4.1. Factores que modifican la longitud básica de desarrollo.....	78
Tabla 4.2. Factores que modifican la longitud básica de desarrollo de barras con dobleces. ....	79
Tabla 5.1. Cargas consideradas para el sistema de losas.....	98
Tabla 5.2. Características dinámicas de los edificios en estudio.....	106
Tabla 5.3. Revisión por cortante basal. ....	107
Tabla 5.4. Secciones de diseño de los elementos estructurales. ....	110
Tabla 5.5. Tipificación de vigas del modelo 3Q2.....	112
Tabla 5.6. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 3Q2.....	112
Tabla 5.7. Tipificación de vigas del modelo 6Q2.....	113
Tabla 5.8. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 6Q2.....	113
Tabla 5.9. Tipificación de vigas del modelo 9Q2.....	114
Tabla 5.10. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 9Q2.....	115
Tabla 5.11. Tipificación de vigas del modelo 12Q2.....	116
Tabla 5.12. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 12Q2.....	116
Tabla 5.13. Tipificación de vigas del modelo 3Q4.....	117
Tabla 5.14. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 3Q4.....	118
Tabla 5.15. Tipificación de vigas del modelo 6Q4.....	118
Tabla 5.16. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 6Q4.....	119
Tabla 5.17. Tipificación de vigas del modelo 9Q4.....	119
Tabla 5.18. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 9Q4.....	120
Tabla 5.19. Tipificación de vigas del modelo 12Q4.....	121
Tabla 5.20. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 12Q4.....	121
Tabla 5.21. Tipificación de columnas del modelo 3Q2.....	124
Tabla 5.22. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 3Q2. ....	124
Tabla 5.23. Tipificación de columnas del modelo 6Q2.....	124

Tabla 5.24. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 6Q2.....	124
Tabla 5.25. Tipificación de columnas del modelo 9Q2.....	125
Tabla 5.26. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 9Q2.....	125
Tabla 5.27. Tipificación de columnas del modelo 12Q2.....	126
Tabla 5.28. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 12Q2.....	126
Tabla 5.29. Tipificación de columnas del modelo 3Q4.....	126
Tabla 5.30. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 3Q4.....	127
Tabla 5.31. Tipificación de columnas del modelo 6Q4.....	127
Tabla 5.32. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 6Q4.....	127
Tabla 5.33. Tipificación de columnas del modelo 9Q4.....	127
Tabla 5.34. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 9Q4.....	128
Tabla 5.35. Tipificación de columnas del modelo 12Q4.....	128
Tabla 5.36. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 12Q4.....	128
Tabla 5.37. Revisión de resistencia a corte en nudos del modelo 3Q4.....	129
Tabla 5.38. Revisión de resistencia a corte en nudos del modelo 6Q4.....	129
Tabla 5.39. Revisión de resistencia a corte en nudos del modelo 9Q4.....	130
Tabla 5.40. Revisión de resistencia a corte en nudos del modelo 12Q4.....	131
Tabla 6.1. Parametros $\alpha$ y $\beta$ empleados en vigas y columnas para la definición del modelo de Takeda.....	146
Tabla 6.2. Características dinámicas de los modelos bajo ADNL.....	150

## RESUMEN

Se presenta un estudio en que se evalúa, mediante análisis dinámicos no lineales paso a paso de modelos de plasticidad concentrada, la degradación de rigidez en elevación de elementos estructurales de sistemas resueltos con base en marcos de concreto reforzado de baja y alta ductilidad. Para tal fin, se diseñaron edificios de alta y baja ductilidad de 3, 6, 9 y 12 niveles, ubicados en la Zona del Lago de la Ciudad de México. Los edificios se diseñaron conforme a los lineamientos estipulados en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF-17 2017) y sus correspondientes Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17 2017), y las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCS-17 2017). Con base en los resultados obtenidos, se proponen expresiones matemáticas simples que permiten determinar el nivel de degradación de rigidez en vigas, elementos en los que se concentra la demanda de deformación plástica (congruente con la filosofía de diseño), la cual es función de la ubicación en elevación de los elementos estructurales en el sistema global.

Para la realización de los análisis dinámicos no lineales (ADNL), se generaron acelerogramas sintéticos que representan el peligro sísmico actualmente especificado en el código de diseño empleado. El procedimiento planteado para la obtención de los acelerogramas sintéticos contempla el empleo de las funciones de transferencia empíricas promedio (FTE) obtenidas por Pérez-Rocha (1998) a partir de los registros de la red acelerométrica de la Ciudad de México, y el espectro promedio de amplitudes de Fourier (EAF) correspondiente a terreno firme.

Además, para la realización de los ADNL se consideraron tres criterios para la determinación de la rigidez efectiva,  $EI_e$ , de los elementos estructurales:

1. Considerar la rigidez efectiva de los elementos estructurales con base en su momento de inercia grueso ( $EI_e=EI_g$ ).
2. Usar las recomendaciones de las NTCC-17, la cual estipula usar una fracción del momento de inercia gruesa,  $EI_e=0.5EI_g$  para vigas y  $EI_e=0.7EI_g$  para columnas.
3. Obtener las rigideces efectivas (momentos de inercia efectivos) en función de las relaciones momento-curvatura de las secciones de los elementos considerando explícitamente la no linealidad de los materiales (concreto y acero).

En todos los casos anteriores,  $E$  es el módulo de elasticidad del concreto,  $I_e$  es el momento de inercia efectivo de la sección transversal y,  $I_g$  es el momento de inercia grueso de la sección transversal.





Con el fin de determinar numéricamente la degradación de rigidez en los elementos estructurales (en las secciones específicas, donde se concentra la demanda de deformación plástica), una vez realizados los ADNL se obtuvieron las curvas de comportamiento histerético y las relaciones momento-curvatura en ambos extremos de los elementos estructurales. Con base en los resultados obtenidos, se elaboraron mapeos de degradación de rigidez en los elementos estructurales asociados a respuestas máximas y máximas promedio. Con dicha información se plantearon ecuaciones para estimar la degradación de rigidez en vigas en función de su ubicación en elevación dentro del sistema global.

# ***CAPÍTULO 1***

## ***INTRODUCCIÓN***

## CAPÍTULO 1 . INTRODUCCIÓN

### 1.1. Antecedentes.

Un aspecto de gran importancia dentro del ámbito del análisis y diseño sísmico de estructuras de concreto reforzado radica en la adecuada estimación de las rigideces efectivas a flexión de los elementos estructurales. Por ejemplo, el diseño de edificios de altura considerable ubicados en zonas de alta sismicidad, en muchas ocasiones, está regido por el control de desplazamientos o distorsiones de entrepiso máximas permisibles estipuladas en un reglamento de diseño, aspecto que es totalmente dependiente del criterio empleado en la determinación de las rigideces efectivas en los elementos estructurales. Otros aspectos de gran importancia que se ven directamente afectados por el criterio empleado para definir las rigideces efectivas a flexión de los elementos de concreto son: a) las propiedades dinámicas de la estructura (periodos de vibración), y por ende la estimación de las demandas de fuerza para la cual deberán diseñarse tanto los elementos sismorresistentes como el sistema global, b) la distribución de fuerzas internas y, c) los efectos de segundo orden. La selección de un criterio arbitrario para definir las rigideces efectivas de los elementos estructurales puede conducir a diseños no conservadores, pues podría diseñarse una estructura para niveles de aceleración menores que los que realmente experimentaría durante un evento sísmico importante, así como brindar a la estructura una capacidad de deformación insuficiente para garantizar un comportamiento estructural congruente con la filosofía de diseño, en que se garantice la supervivencia de sus habitantes.

Como se comenta en Godínez *et al.* (2018), durante décadas se han realizado diversos estudios analíticos y experimentales en que se trata con diferente nivel de detalle la influencia que tienen algunos parámetros en la determinación de las rigideces efectivas de elementos de concreto reforzado (Duan *et al.* 1989, Al-Zaid *et al.* 1991, Khuntia y Ghosh 2004a y 2004b, Elwood y Eberhard 2007, Rodríguez y Restrepo 2012). Por ejemplo, de acuerdo con Khuntia y Ghosh (2004a), para el caso de columnas, algunas de las variables que mayor influencia tienen en la determinación de las rigideces efectivas son: la cuantía de refuerzo longitudinal  $\rho_g$ , la relación de excentricidad  $e/h$ , la relación de carga axial  $P/P_0$ , y la resistencia a compresión del concreto  $f'_c$ . El concreto de recubrimiento, la distribución del refuerzo longitudinal, y la forma de la sección transversal tienen efectos que pueden despreciarse en la estimación de la rigidez efectiva a flexión de columnas. Asimismo, para el caso de vigas, ellos indican que el parámetro con mayor influencia en la determinación de la rigidez efectiva a flexión es la cuantía de refuerzo a tensión  $\rho$ , y dos parámetros de importancia adicionales son la relación de aspecto ( $b/d$ ), y la resistencia a compresión del concreto  $f'_c$ . Elwood y Eberhard (2007) y Rodríguez y Restrepo (2012) realizaron propuestas para el caso de columnas en función de la relación de carga axial  $P/A_g f'_c$ . En los casos citados, los autores proponen ecuaciones para el cálculo de las rigideces efectivas en función de los parámetros que consideran más relevantes.

En México, de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17 2017) del Reglamento de Construcción del Distrito Federal (RCDF-17 2017), las rigideces efectivas de vigas agrietadas se calculan con la mitad del momento de inercia de la sección bruta de concreto ( $0.5EI_g$ ) y las rigideces de columnas agrietadas se calculan con el 70% del momento de inercia de la sección bruta de concreto ( $0.7EI_g$ ). Es claro que en las NTCC-17, así como en otros reglamentos de diseño (ACI-318-14 2014, NZS-06 2006), se opta por el empleo de factores de modificación del momento de inercia de la sección no agrietada ( $I_g$ ) para obtener el momento de inercia efectivo ( $I_e$ ), criterio mediante el cual, en teoría, se obtiene una rigidez promedio del elemento estructural.

Es importante mencionar que en la práctica profesional en México se consideran diferentes variantes para el modelado de los edificios; por ejemplo, para el caso de vigas, algunos diseñadores toman en cuenta que el utilizar el momento de inercia de la sección gruesa de una viga rectangular es equivalente a utilizar el momento de inercia agrietado de una sección T (Godínez *et al.* 2017). Respecto a los criterios de análisis estructural estipulado en las NTCC-17, Tena *et al.* (2008 y 2012) y Tena (2019), comentan que el uso de secciones agrietadas en la elaboración de los modelos de análisis estructural no es adecuado; pues al hacerlo no se toma en cuenta que toda estructura nueva o que no haya sido afectada por un sismo importante se encuentra prácticamente intacta y/o sin un nivel de agrietamiento que justifique una reducción de la inercia de sus vigas de hasta un 50% (asociado a un agrietamiento importante y visible), y es precisamente en estas condiciones que debe resistir su primera excitación sísmica. Comentan e ilustran que la aplicación generalizada e irreflexiva de dicha disposición podría conducir en algunos casos a diseños inseguros y/o en otros a unos muy conservadores. Aunado a lo anterior, y a que previo a la versión de las NTCC de 2004 el criterio de análisis se basaba en el uso de secciones no agrietadas, existen ingenieros dedicados al cálculo estructural que consideran dicho criterio para el análisis por sismo de estructuras de concreto. Además, en este último caso existen beneficios asociados al costo final del sistema estructural. Es claro que el uso de cada una de los criterios de análisis mencionados conduce a estimaciones diferentes de las propiedades dinámicas, desplazamientos y/o distorsiones de entrepiso, fuerzas laterales y, efectos de segundo orden. Todo lo anterior impacta directamente en la propuesta final de diseño.

Como se comenta en Godínez *et al.* (2020), además de la influencia de las variables ya comentadas en la determinación de la rigidez efectiva, es importante notar que la degradación de rigidez que sufren los elementos estructurales no es únicamente dependiente de la condición que induce la carga que actúa en el elemento (axial, flexión, flexocompresión, flexotensión, cortante o torsión), sino también de su ubicación en planta y elevación. Respecto a esto, existen estudios que muestran, por ejemplo, que las vigas y/o entrepisos ubicados en la parte intermedia de edificios regulares de mediana y gran altura sufren mayores niveles de degradación que las vigas y/o entrepisos ubicados en la parte superior, observando en muchos casos comportamiento elástico en los entrepisos superiores (Tena *et al.* 1996, Luna y Tena 1999 y 2000, Tena y Correa 2008, Tena *et al.* 2008, Godínez y Tena 2011, Tena *et al.* 2012, Godínez *et al.* 2012, Tena y Nangullasmú 2013, Tena y Cortés 2014,

Godínez y López 2014, Nangullasmú y Tena 2016), lo cual se observa aún en estructuras con base en marcos de concreto reforzado con fuertes irregularidades estructurales en elevación (Tena 2001, Tena 2010). Además, es importante hacer notar que los autores no muestran el nivel de daño asociado a las rigideces efectivas que se proponen. En realidad, la rigidez de un elemento de concreto se degrada importantemente solo en zonas específicas (previamente consideradas para estar sometidas a grandes demandas de deformación, con fines prácticos, la longitud de articulación plástica), permaneciendo el resto del elemento con un nivel de daño menor, e incluso en algunos casos elástico. Lo anterior podría indicar que las actuales reglas aplicadas para la obtención de rigideces efectivas podrían modificarse de tal manera que los factores empleados para considerar el agrietamiento en los elementos varíen también en función de la ubicación de los elementos estructurales en planta y/o elevación (Tena *et al.* 2008). Lo anterior podría brindar estimaciones más realistas de la respuesta estructural.

## **1.2. Justificación.**

En la última actualización de las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto, publicadas en diciembre de 2017 (NTCC-17 2017), al igual que lo establecido en la versión de 2004 (NTCC-04 2004), se propone que para considerar el agrietamiento en los elementos estructurales de concreto reforzado con fines de diseño sísmico, se empleen momentos de inercia reducidos para el cálculo de rigideces efectivas. Lo anterior es congruente con lo estipulado en otros códigos de diseño de reconocido prestigio internacional, como el Reglamento del Instituto Americano del Concreto (ACI-318-14 2014). Sin embargo, es evidente que se considera que la degradación de rigideces de los elementos estructurales es constante, lo que evidentemente no ocurre en la realidad, pues la degradación no es únicamente dependiente de la condición que induce la carga que actúa en el elemento, sino también de su ubicación en planta y elevación. Lo anterior representa las bases y justificación para el planteamiento y desarrollo de este estudio.

## **1.3. Objetivos.**

### **1.3.1. Objetivo general.**

Evaluar, mediante análisis dinámicos no lineales paso a paso de modelos de plasticidad concentrada, la degradación de rigidez en elevación de elementos estructurales de sistemas resueltos con base en marcos de concreto reforzado de baja y alta ductilidad. Con base en los resultados obtenidos, proponer una expresión matemática para determinar la degradación de rigidez en vigas (elementos en los que se concentran mayoritariamente las demandas de deformación plástica al considerar un mecanismo de diseño de columna fuerte-viga débil), la cual sea función de la ubicación en elevación de los elementos estructurales en el sistema global.

### 1.3.2. Objetivos específicos.

1. Recabar información de estudios e investigaciones relevantes realizadas a nivel nacional e internacional para la determinación de la rigidez efectiva en elementos de concreto reforzado.
2. Identificar y comentar la evolución de los criterios relacionados en la consideración del agrietamiento de los elementos de concreto reforzado en los reglamentos de México.
3. Comparar los diferentes criterios especificados en los reglamentos de diseño para considerar el agrietamiento en elementos de concreto reforzado.
4. Realizar el diseño estructural de edificios de diferentes alturas para diferentes capacidades de deformación global ( $Q=2$  y 4).
5. Conformar una base de datos de acelerogramas artificiales para la elaboración de ADNL.
6. Realizar análisis dinámicos no lineales paso a paso de los diseños realizados empleando modelos de plasticidad concentrada.
7. Obtener curvas de histéresis para todos los elementos de cada uno de los modelos.
8. Evaluar la degradación en elevación de los elementos estructurales y presentar su interpretación de forma clara mediante gráficas y esquemas.
9. Presentar gráficas de dispersión que muestren el comportamiento de la degradación de rigidez en vigas de concreto reforzado en función a su ubicación en elevación.
10. Proponer una expresión matemática que represente el comportamiento de la degradación de rigidez de vigas de concreto reforzado en función de la ubicación en altura que guardan dentro de un sistema estructural.

### 1.4. Alcances.

Determinar la variación de la degradación de rigidez en elevación en los elementos estructurales que forman parte de sistemas resueltos con base en marcos de concreto reforzado de baja y alta ductilidad, regulares en planta y elevación.

### 1.5. Limitaciones.

Se consideran únicamente edificios regulares en planta y elevación de 3, 6, 9 y 12 niveles, ubicados para su diseño en la zona del Lago de la Ciudad de México. Se consideran modelos de plasticidad concentrada para la elaboración de los análisis dinámicos no lineales.

## **1.6. Organización de la tesis.**

La tesis se encuentra organizada en ocho capítulos, cuyo contenido se describe brevemente a continuación:

En el capítulo 1 se describen los aspectos generales, antecedentes, objetivos, limitaciones, alcances y, la justificación del estudio.

En el capítulo 2 se presenta un resumen de algunos estudios, tanto analíticos como experimentales, realizados por investigadores de todo el mundo.

En el capítulo 3 se presentan criterios reglamentarios usados en diferentes países, en el cual se presentan las principales diferencias respecto a la normatividad vigente en México.

En el capítulo 4 se presentan los criterios e hipótesis para el análisis y diseño de los edificios estudiados en esta tesis.

En el capítulo 5 se presenta el diseño estructural de los edificios en estudio, se muestran los espectros de diseño empleados, las distorsiones de entrepiso obtenidas, y se presentan las secciones y armados de cada modelo.

En el capítulo 6 se presentan las consideraciones para la realización de los análisis dinámicos no lineales, se presentan los acelerogramas artificiales para la realización de dichos análisis y, finalmente se presentan esquemas en los que se visualiza la degradación de rigidez que sufren los elementos estructurales.

En el capítulo 7 se presentan los resultados de este estudio. Se muestran graficas de valores máximos y promedio de la degradación de rigidez que sufren los elementos estructurales de los edificios analizados. Asimismo, se propone una expresión matemática que representa el comportamiento de la degradación de rigidez de vigas de concreto reforzado en función de la ubicación en altura dentro del sistema global.

En el capítulo 8 se presentan las conclusiones de esta tesis.

# **CAPÍTULO 2**

***ESTUDIOS PREVIOS PARA LA  
DETERMINACIÓN DE  
RIGIDECES EFECTIVAS EN  
ELEMENTOS DE CONCRETO  
REFORZADO***



## **CAPÍTULO 2 ESTUDIOS PREVIOS PARA LA DETERMINACIÓN DE RIGIDECES EFECTIVAS EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.**

Existen varios estudios analíticos y/o experimentales en que se aborda, desde diferentes puntos de vista, el estudio de las rigideces efectivas ( $EI_e$ ) en elementos de concreto reforzado. A continuación, se presentan algunos de las principales contribuciones de diferentes autores, entre los que se encuentran los estudios de: Paulay y Priestley (1992), Priestley (2003), Khuntia y Gosh (2004a y 2004b), Haselton *et al.* (2008), Elwood y Eberhard (2009), Rodríguez y Restrepo (2012), Godínez *et al.* (2018), Tena (2019).

### **2.1. Paulay y Priestley (1992)**

Las aportaciones realizadas por Paulay y Priestley (1992), son la base del reglamento de Nueva Zelanda (NZS-06 2006), los autores comentan que bajo un análisis de cargas gravitacionales basta con tomar las propiedades de las secciones no agrietadas, es decir, la inercia total de los elementos estructurales. Sin embargo, para diseños sísmicos es necesario conocer valores de rigidez de los miembros más realistas, para garantizar el buen funcionamiento de los elementos.

Los autores indican que la rigidez efectiva de un elemento es influenciada por la geometría de la sección, la magnitud de la carga axial, la magnitud y el signo del momento actuante, y la cuantía de acero a flexión. Para el caso de vigas tipo “T o L”, el valor de la rigidez efectiva será afectado según el estado de esfuerzo en el que se encuentre el patín. Otros factores que también afectan la rigidez de los elementos son: el agrietamiento diagonal debido al cortante, la intensidad y la dirección de la carga axial y la carga cíclica reversible.

En palabras de los autores, el objetivo de cualquier proceso de diseño adoptado debe ser asegurar que la falta de precisión en el cálculo de las fuerzas de los miembros no afecte la seguridad de la estructura cuando esta se somete a fuerzas sísmicas. Desde un punto de vista de diseño, resulta impráctico evaluar las propiedades de varias secciones transversales en cada elemento estructural de un marco de varios niveles, por lo que con la finalidad de hacer más practica la consideración del criterio de agrietamiento en elementos de concreto reforzado en el diseño sísmico, los autores plantearon un rango de valores, del cual recomiendan el uso de un valor promedio para cada elemento estructural, aplicable a toda su longitud (Tabla 2.1). En este caso,  $A_g$  es el área de la sección,  $I_g$  es el momento de inercia de la sección bruta (despreciando el acero de refuerzo),  $P$  es la carga axial de diseño y  $f'_c$  es la resistencia a compresión del concreto. En vigas tipo T y L, en el cálculo de  $I_g$  se toma en cuenta la contribución del patín.

*Tabla 2.1. Momento de inercia efectivos (Paulay y Priestley, 1992).*

	<b>Rango</b>	<b>Valor Recomendado</b>
Vigas rectangulares	$0.30-0.50 I_g$	$0.40 I_g$
Vigas T o L	$0.25-0.45 I_g$	$0.35 I_g$
Columnas, $P > 0.5f'_c A_g$	$0.70-0.90 I_g$	$0.80 I_g$
Columnas, $P = 0.2f'_c A_g$	$0.50-0.70 I_g$	$0.60 I_g$
Columnas, $P = -0.5f'_c A_g$	$0.30-0.50 I_g$	$0.40 I_g$

Como se observa en la Tabla 2.1, la rigidez efectiva de las columnas se basa en una evaluación de la carga axial que incluye la carga de gravedad permanente, que puede tomarse como 1.1 veces la carga muerta, más la carga axial resultante de efectos sísmicos. Las fuerzas axiales debidas a un sismo normalmente solo afectarán a las columnas externas de un marco.

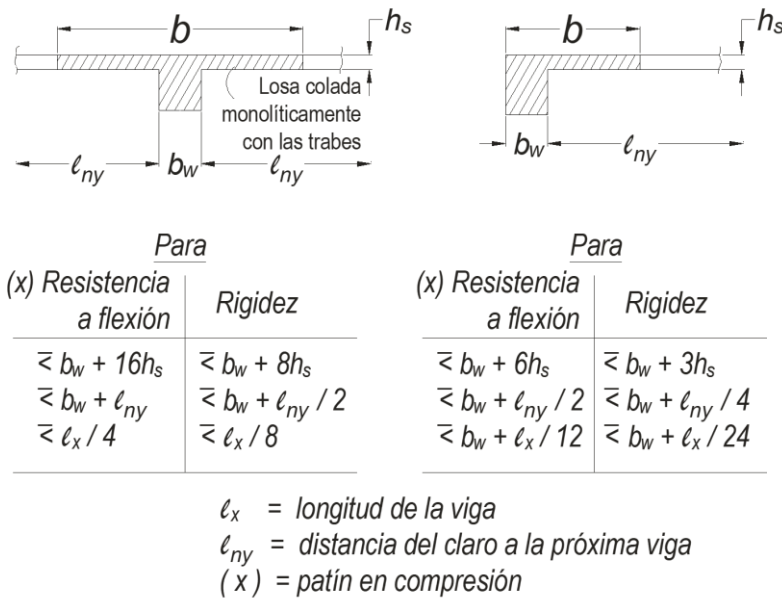
Dado que los esfuerzos debido a las cargas sísmicas se desconocen al inicio del proceso de análisis, es necesario un enfoque de aproximaciones sucesivo. Alternativamente, se puede obtener una aproximación satisfactoria para las fuerzas axiales sísmicas en columnas externas de un marco plano regular empleando una distribución triangular invertida de las fuerzas laterales (Ecuación 2.1).

$$P_i = \frac{V_{bf} l_c}{jl} \sum_i^n \left[ 1 - \left( \frac{i}{n} \right)^2 \right]$$

*Ecuación 2.1*

En la Ecuación 2.1,  $V_{bf}$  es el cortante basal del marco,  $P_i$  es la fuerza axial sísmica en el nivel  $i$  de un marco de  $n$  pisos con  $j$  número de crujías aproximadamente iguales,  $l_c$  es la altura constante de entrepiso, y  $l$  es la longitud de crujía.

Respecto a las vigas T y L, los autores comentan que la contribución del patín en la rigidez normalmente es menor que la contribución a la resistencia a la flexión. Por lo que recomiendan que para combinaciones de carga que incluyan acciones sísmicas, la contribución del patín a la rigidez (ancho efectivo) sea el 50% de la comúnmente adoptada. En la Figura 2.1 se muestran los criterios para la determinación del ancho efectivo del patín en vigas T y L, para la evaluación de la resistencia a flexión y la rigidez.



*Figura 2.1. Ancho efectivo del patín en vigas (adaptada de Paulay y Priestley, 1992).*

## 2.2. Priestley (2003)

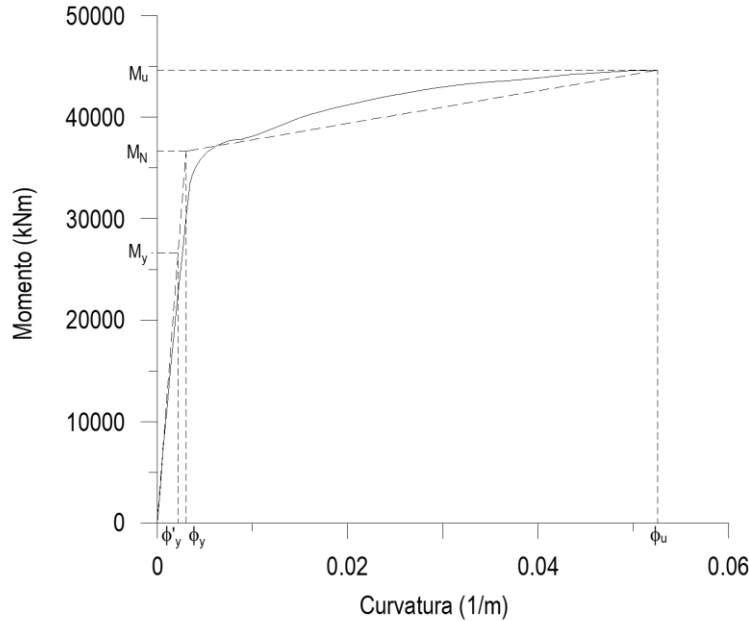
Posteriormente, Priestley (2003) realizó un análisis más detallado para el cálculo de la rigidez efectiva de los elementos estructurales, ya que el autor comenta que las variaciones de rigidez difieren de los valores elásticos a medida que se desarrolla la respuesta inelástica.

Conforme al autor, un elemento agrietado nunca se recuperará después de un evento sísmico, y por lo tanto, la rigidez bruta no es una estimación útil de la rigidez efectiva. El uso de factores que reduzcan la rigidez de los elementos estructurales, tal como lo presentó junto a Paulay en 1992, representa una mejora a los criterios para determinar la rigidez efectiva. Si embargo, el autor indica que esta determinación es aún insuficiente para representar la rigidez efectiva con un grado de precisión adecuado durante un análisis modal, pues se ignora la influencia de la cuantía de refuerzo por flexión. Por lo que propone que la rigidez del elemento puede determinarse de la relación momento-curvatura de acuerdo con la Ecuación 2.2.

$$EI = \frac{M_n}{\phi_y}$$

*Ecuación 2.2*

En la Ecuación 2.2,  $M_n$  es la resistencia a flexión nominal de la sección y  $\phi_y$  es la curvatura de fluencia asociada a la representación bilineal de la curva momento-curvatura. En la Figura 2.2 se presenta una relación típica momento-curvatura, así como una aproximación bilineal.



*Figura 2.2. Relación momento-curvatura y aproximación bilineal (adaptada de Priestley, 2003).*

La comunidad de investigación ha aceptado que la linealización de la relación momento-curvatura está dada por un segmento elástico inicial que atraviesa la primera fluencia, y extrapolado para la resistencia nominal de flexión,  $M_n$ , y un segmento de post fluencia conectado a la resistencia y curvatura última ( $M_u$  y  $\phi_u$ ).

La primera fluencia de la sección se define mediante el momento  $M_y$  y la curvatura  $\phi'_y$ , cuando la sección alcanza por primera vez la deformación por tensión del acero de refuerzo  $\epsilon_y = f_y/E_s$ , o la fibra extrema a compresión del concreto alcanza una deformación de 0.002.

La resistencia nominal a flexión  $M_n$ , se desarrolla cuando la deformación de la fibra extrema a compresión alcanza un valor de 0.004, o la deformación por tensión del acero de refuerzo alcanza 0.015. Dicho lo anterior, la curvatura de fluencia está determinada por la Ecuación 2.3.

$$\phi_y = \phi'_y (M_n/M_y)$$

*Ecuación 2.3*

La rigidez de los elementos depende de la distribución de la curvatura a lo largo de toda la longitud del elemento, y no únicamente en la sección crítica donde se produce la fluencia. Sin embargo, estudios experimentales indican que basar la rigidez del miembro en el supuesto de que la curvatura varía linealmente con el momento a lo largo del elemento es adecuada. Esto se debe a que después de uno o dos ciclos en/o cerca de la fluencia, la

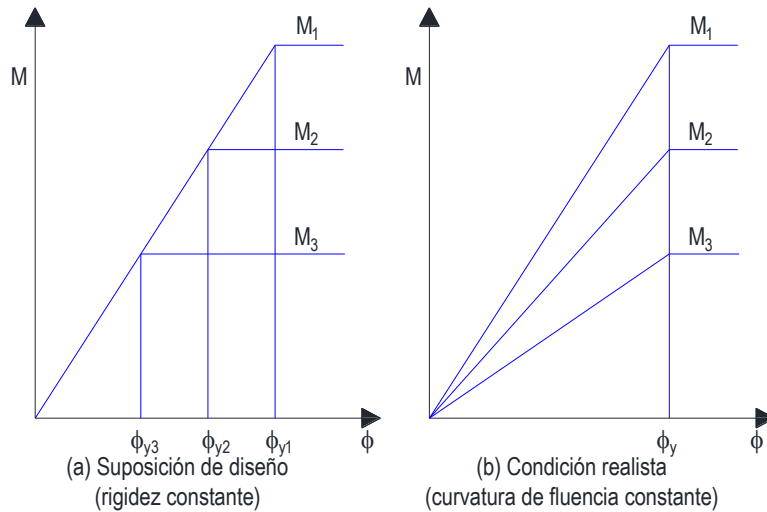
respuesta momento-curvatura de todas las secciones agrietadas a lo largo del elemento se aproxima a la linealidad.

Al examinar la Ecuación 2.2 se observa que la suposición común de diseño de que la rigidez del elemento es independiente de la resistencia implica que la curvatura de fluencia sea directamente proporcional a la resistencia nominal a flexión  $M_n$ , Ecuación 2.4.

$$\phi_y = \frac{M_n}{EI}$$

*Ecuación 2.4*

La suposición que presenta la Ecuación 2.4 se representa en la Figura 2.3(a). Sin embargo, la evidencia experimental y estudios analíticos indican que suponer que la rigidez es independiente de la resistencia no es válida. De hecho, la curvatura de fluencia es efectivamente independiente de la resistencia, y se puede tomar como una constante para dimensiones conocidas de la sección. Por lo que el autor concluyo, que la rigidez es directamente proporcional a la resistencia a flexión (Ecuación 2.2), como se muestra en la Figura 2.3(b).



*Figura 2.3. Influencia de la resistencia a flexión en la relación momento-curvatura (adaptada de Priestley, 2003).*

Debido a lo ilustrado anteriormente, el autor comenta que no es posible realizar un análisis preciso de los periodos estructurales elásticos o de la distribución elástica de la resistencia requerida a en la estructura, hasta que las resistencias finales de los elementos hayan sido determinadas. Lo anterior implica que el diseño sísmico convencional, basado en la rigidez elástica de los elementos y consideraciones basadas en fuerzas, debe ser un proceso iterativo donde las rigideces de los elementos se actualizan en cada iteración.

### 2.2.1. Columna circular.

El autor analizó una columna circular típica de concreto reforzado, las cuales son muy comunes en puentes de regiones sísmicas. Para sus análisis asumió los siguientes datos: diámetro  $D=2.0$  m, recubrimiento para acero de refuerzo a flexión 50 mm, resistencia a compresión del concreto  $f'_c=35$  MPa, diámetro de acero de refuerzo 40 mm, refuerzo transversal 20 mm con separación de 100 mm, esfuerzo de fluencia del acero  $f_y=450$  Mpa, relación de carga axial  $N_u/f'_c A_g=0$  a 0.4, relación de acero de refuerzo  $\rho_1/A_g=0.005$  a 0.04.

En la Figura 2.4 se muestra una selección de relaciones de momento-curvatura, para dos valores de cuantías de acero de refuerzo y variaciones en la relación de carga axial. Se observa que la capacidad del momento es fuertemente influenciada por la relación de carga axial y la cuantía de acero de refuerzo. Sin embargo, la curvatura de fluencia de la representación bilineal de las relaciones momento-curvatura no parece variar mucho.

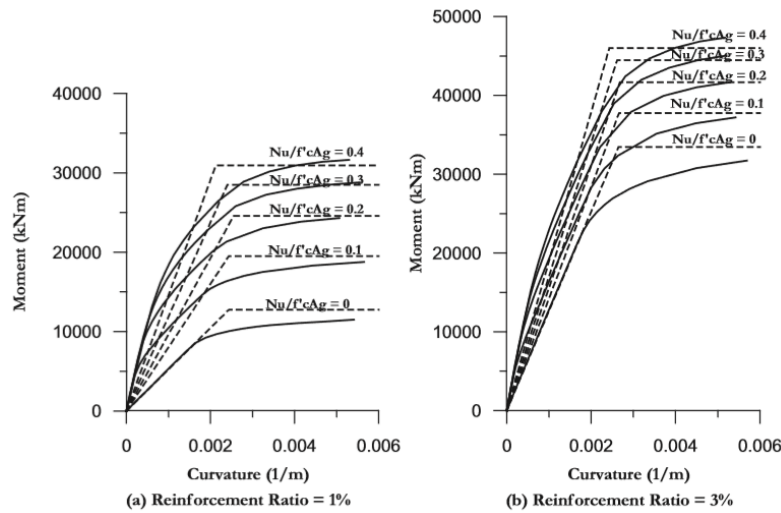


Figura 2.4. Curvas momento-curvatura para columnas circulares (Priestley, 2003).

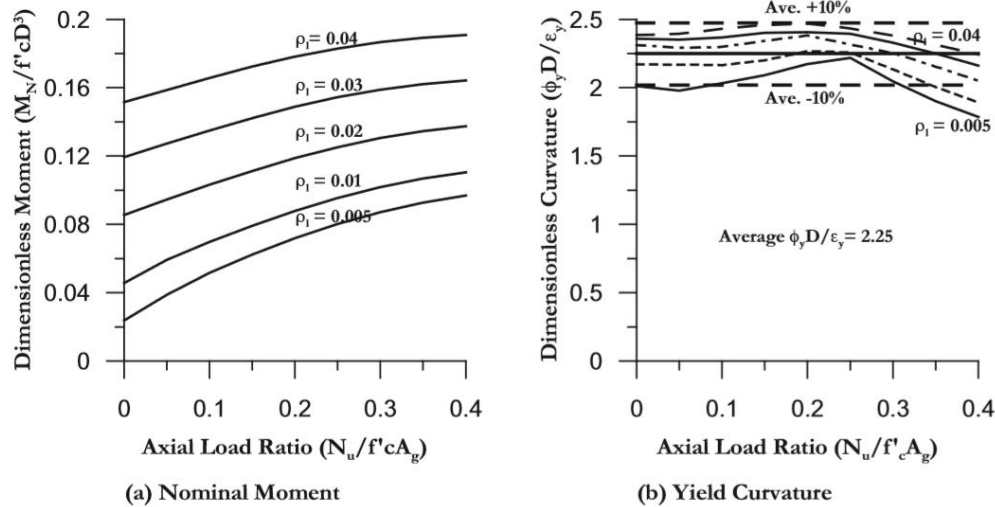
En la Figura 2.5 se presentan los datos del conjunto completo de análisis para la capacidad del momento nominal adimensional, y la curvatura de fluencia bilineal. La capacidad del momento nominal adimensional se define con la Ecuación 2.5, mientras que la curvatura de fluencia adimensional con la Ecuación 2.6.

$$M_{DN} = \frac{M_N}{f'_c D^3}$$

Ecuación 2.5

$$\phi_{Dy} = \phi_y D / \epsilon_y$$

Ecuación 2.6



*Figura 2.5. Momento nominal adimensional y curvatura de fluencia adimensional para columnas circulares (Priestley, 2003).*

La influencia de la relación de carga axial y de la cuantía de acero de refuerzo en la capacidad del momento nominal es importante (Figura 2.5a), con un rango de ocho veces entre los valores máximo y mínimo. Por otra parte, la curvatura de fluencia es comparativamente insensible a las variaciones en la relación de carga axial o de la cuantía del acero de refuerzo.

Aunque los datos se generaron a partir de un tamaño de columna y resistencias de materiales específicas, los autores comentan que se puede esperar que los resultados adimensionales sean aplicables con errores insignificantes, a otros tamaños de columna y resistencias de materiales dentro de una gama normal, previsto para el diseño estándar. Sin embargo, los resultados no se aplicarían a materiales de alta resistencia ( $f'_c > 50$  MPa, o  $f_y > 600$  MPa) debido a variaciones en sus características. Los datos de la Figura 2.4 y la Figura 2.5 pueden utilizarse para determinar la rigidez efectiva de las columnas en función de la relación de carga axial y de la cuantía de acero de refuerzo. La relación de rigidez efectiva con la rigidez no agrietada queda definida como:

$$EI/EI_g = \frac{M_N}{\phi_y EI_g}$$

*Ecuación 2.7*

Se observa en la Figura 2.6 que la relación de rigidez efectiva varía entre 0.13 y 0.91. Es importante mencionar que el cálculo de la rigidez de la sección gruesa se hace sin considerar la influencia del acero de refuerzo, es decir, la rigidez de la sección gruesa queda definida por la Ecuación 2.8, mientras que el módulo de elasticidad se calcula con la Ecuación 2.9.

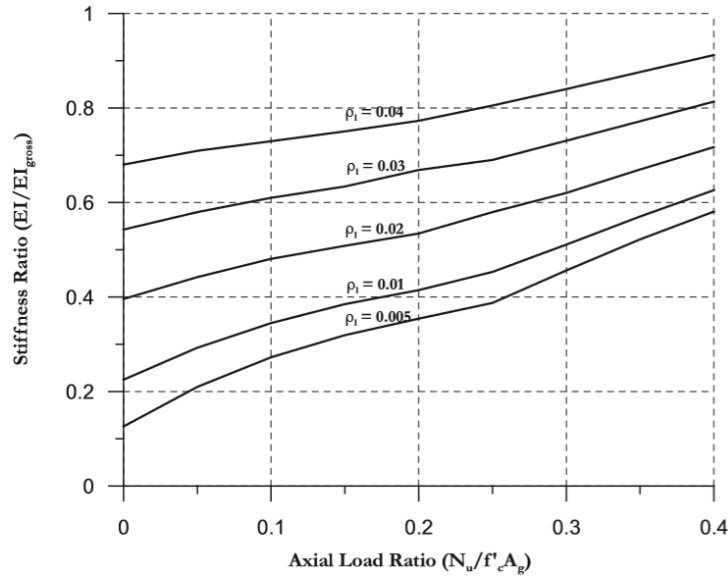


Figura 2.6. Rigidez efectiva de columnas circulares (Priestley, 2003).

$$I_g = \frac{\pi D^4}{64}$$

Ecuación 2.8

$$E = 5000\sqrt{f'_c} \text{ (Mpa)}$$

Ecuación 2.9

### 2.2.2. Columna rectangular.

El autor realizó un análisis similar al ya descrito, para la determinación de la rigidez efectiva en columnas rectangulares. Para este caso, estudió una columna cuadrada con acero de refuerzo a flexión distribuido uniformemente en todo el perímetro, asumiendo los siguientes datos: dimensiones  $B=h=1.6$  m, recubrimiento del acero de refuerzo a flexión 32 mm, resistencia compresión del concreto  $f'_c=35$  MPa, diámetro de acero de refuerzo 32 mm, refuerzo transversal 20 mm de diámetro, esfuerzo de fluencia del acero  $f_y=450$  Mpa, relación de carga axial  $N_u/f'_c A_g=0$  a 0.4, relación de acero de refuerzo  $\rho_1/A_g=0.005$  a 0.04.

En la Figura 2.7 presenta una selección de relaciones momento-curvatura para columnas rectangulares, para dos valores de cuantías de acero de refuerzo y variaciones en la relación de carga axial.



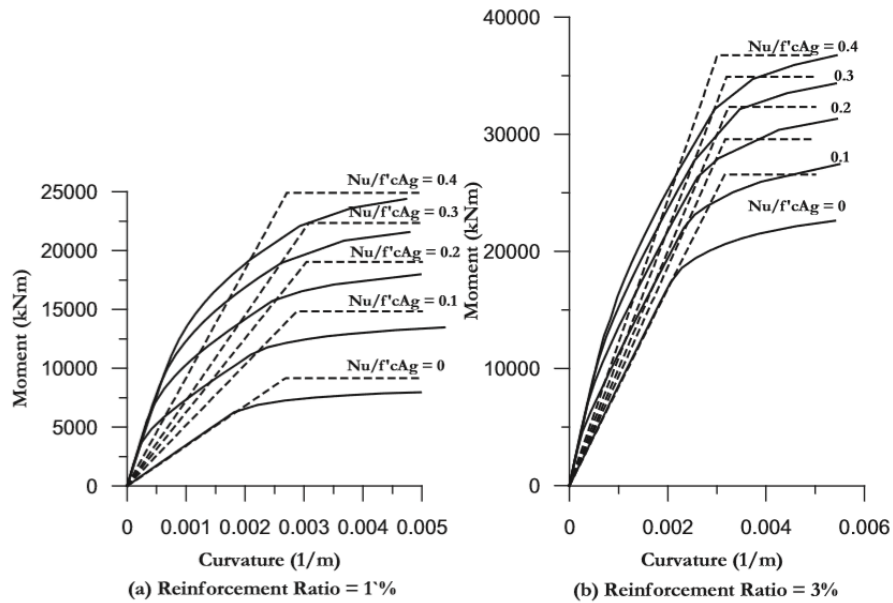


Figura 2.7. Curvas momento-curvatura para columnas rectangulares (Priestley, 2003).

Como era esperado por los autores, la fuerte influencia de la relación de carga axial, y la cuantía de acero de refuerzo se manifiestan en la capacidad de momento; sin embargo, no existe influencia significativamente de estos parámetros en la curvatura de fluencia de la representación bilineal, al igual que lo observado en columnas circulares.

En la Figura 2.8 se presentan los datos del conjunto completo de análisis de una forma adimensional, para el momento nominal y la curvatura de fluencia. La capacidad del momento nominal adimensional se define con la Ecuación 2.10, mientras que la curvatura de fluencia adimensional con la Ecuación 2.11. Al igual que con las columnas circulares, los resultados adimensionales no deben aplicarse a columnas rectangulares con materiales de muy alta resistencia.

$$M_{DN} = \frac{M_N}{f'_c b h^2}$$

Ecuación 2.10

$$\phi_{Dy} = \phi_y h / \epsilon_y$$

Ecuación 2.11

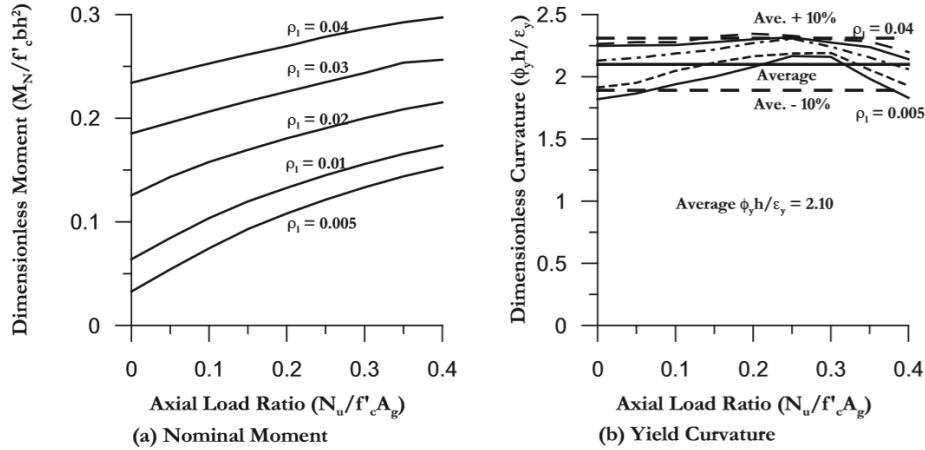


Figura 2.8. Momento nominal adimensional y curvatura de fluencia adimensional para columnas rectangulares (Priestley, 2003).

Como se comentó, la capacidad del momento nominal es fuertemente dependiente de la relación de carga axial y la cuantía de acero de refuerzo (Figura 2.8a). Por otro lado, la curvatura de fluencia adimensional es débilmente dependiente de estos factores (Figura 2.8b).

El autor empleó los datos de la Figura 2.7 y la Figura 2.8 para desarrollar curvas para la relación de rigidez efectiva. Los resultados se presentan en la Figura 2.9. La rigidez de la sección bruta se calcula ignorando el efecto del acero de refuerzo (Ecuación 2.12) y el módulo de elasticidad del concreto se calculó con la Ecuación 2.9.

$$I_g = \frac{bh^3}{12}$$

Ecuación 2.12

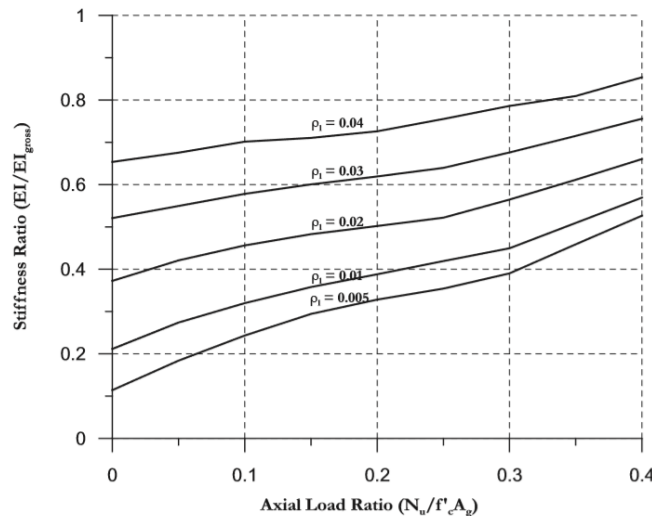


Figura 2.9. Rigidez efectiva en columnas rectangulares (Priestley, 2003).

De la Figura 2.9 se observa que el intervalo de rigideces efectivas está comprendido entre 0.12 a 0.85 veces la rigidez de la sección bruta, lo que indica la fuerte dependencia de la rigidez efectiva con la relación de carga axial y la cuantía de acero de refuerzo.

### 2.2.3. Muros rectangulares

Además de los estudios ya comentados, el autor realizó cálculos para muros estructurales rectangulares, que son elementos de resistencia a fuerza lateral comunes en el diseño sísmico de edificios de varios pisos. Consideraron dos casos: 1) el acero de refuerzo de flexión se distribuyó uniformemente en toda la longitud del muro y, 2) la mayor parte del acero de refuerzo de flexión se concentró en los extremos del muro.

Los resultados correspondientes se presentan en la Figura 2.10, una curvatura de fluencia adimensional para diferentes relaciones de carga axial y cuantías de acero de refuerzo, de manera similar a los análisis para columnas.

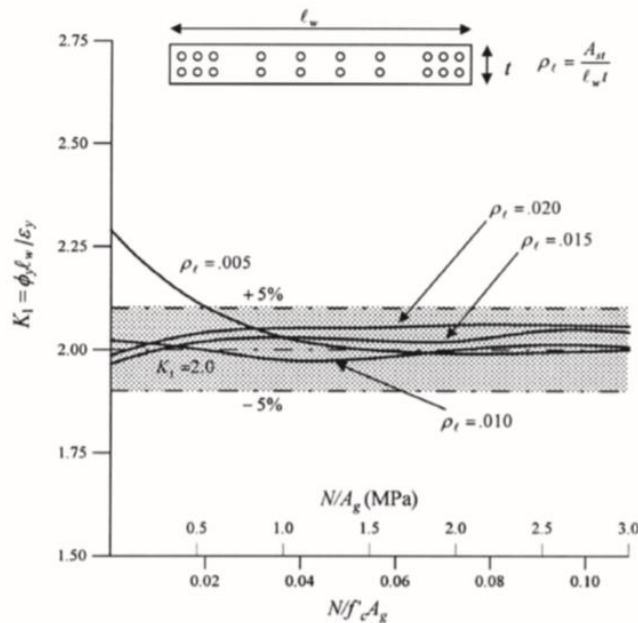


Figura 2.10. Curvatura de fluencia en muros rectangulares (Priestley, 2003).

Para muros con la mayor parte de acero de refuerzo a flexión concentrado en los extremos, el valor de la curvatura de fluencia ( $\phi_{Dy}$ ) se puede obtener con la Ecuación 2.13 (con un valor promedio de 2.0), donde  $l_w$  es la longitud del muro y  $\epsilon_y$  es la deformación de fluencia del acero. Mientras que para muros con acero de refuerzo distribuido uniformemente a lo largo de la longitud será 1.1 veces este valor.

$$\phi_{Dy} = \phi_y l_w / \epsilon_y$$

Ecuación 2.13

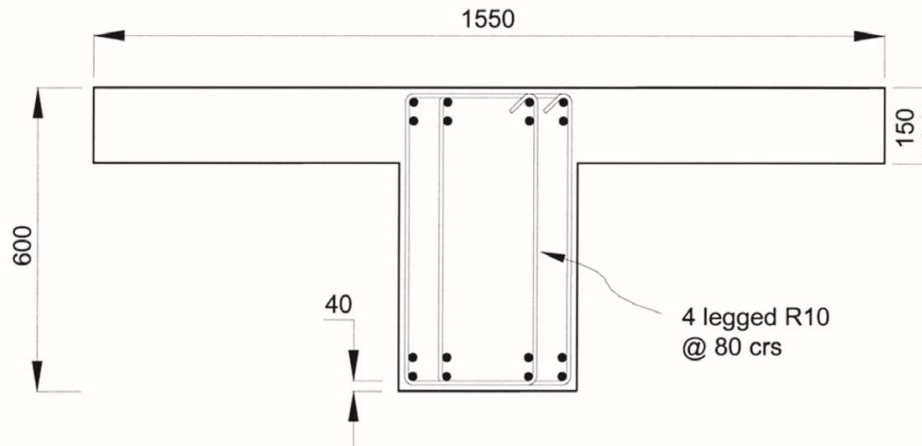
La rigidez efectiva para muros rectangulares puede calcularse con la Ecuación 2.14. En este caso  $t$  es el ancho del muro, y  $M_N$  es el momento nominal.

$$EI/EI_g = \frac{M_N}{\left(\Phi_{Dy}\varepsilon_y/l_w\right)} \times \frac{1}{E\left(tl_w^3/12\right)}$$

*Ecuación 2.14*

#### 2.2.4. Vigas

Para investigar la influencia del acero de refuerzo a flexión sobre la curvatura de fluencia y la rigidez efectiva de las vigas asociadas a marcos dúctiles de edificios, el autor consideró una sección de viga típica (Figura 2.11).



*Figura 2.11. Viga considerada para el análisis (Priestley, 2003).*

El acero de refuerzo superior e inferior se colocó en una o dos capas. El recubrimiento del acero de refuerzo fue de 40 mm, y el diámetro del acero de refuerzo longitudinal fue 24 mm, con una separación de 24 mm entre lechos cuando se emplearon dos lechos. Las cuantías de acero de refuerzo a tensión, basados en un peralte efectivo de 548 mm, y un ancho de 350 mm, fueron 0.82%, 1.54% y 2.2%. La mayoría de los análisis tenían los mismos contenidos de acero de refuerzo superior e inferior, aunque se consideró un caso con una cuantía de 2.2% superior y de 1.1% inferior. El esfuerzo de fluencia ( $f_y$ ) fue de 300 MPa o 400 MPa, y una resistencia a compresión del concreto de 30 MPa. Se consideró un ancho de patín de 1550 mm, el cual es típico para construcciones monolíticas de viga/losa.

Los análisis se llevaron a cabo tanto para flexión negativa (lecho superior en tensión), como para flexión positiva (lecho inferior en tensión). Los resultados de presentan en la Tabla 2.2 y la Tabla 2.3. La Tabla 2.2 enlista las curvaturas de fluencia para casos de  $f_y$  de 300 MPa y 400 MPa bajo el supuesto habitual de diseño que ignora el endurecimiento por deformación, y para un  $f_y$  de 400 MPa en el que se incluyen efectos del endurecimiento por deformación.

Para el cálculo de rigideces, el promedio de los resultados de flexión positiva y negativa son adecuados, pues existe inversión de momentos a lo largo de la viga en marcos de edificios bajo la acción de cargas sísmicas. En la Tabla 2.2 se muestran los valores promedio.

Para vigas de sección rectangular, los resultados de flexión negativa serán aplicables tanto para la flexión negativa como para la positiva, dando como resultado valores promedio para la curvatura adimensional alrededor de un 10% mayor, y con un poco más de dispersión. Por lo tanto, está claro que el concepto de una curvatura de fluencia adimensional constante para la sección de la viga es una aproximación adecuada.

La Tabla 2.3 enumera las resistencias a la flexión nominal para los dos casos sin endurecimiento por tensión, así como la relación de rigidez efectiva basada en la Ecuación 2.7, con  $I_g=0.01155 \text{ m}^4$ , y  $E=30 \text{ GPa}$ . La relación de rigidez varía entre 0.16 y 0.45. Al igual que con las columnas y muros, la relación de rigidez efectiva depende en gran medida de la cuantía de acero de refuerzo.

*Tabla 2.2. Curvatura de fluencia para diferentes detalles de acero de refuerzo en vigas (Priestley, 2003).*

Acero de Refuerzo	Tipo de flexión	$f_y=300 \text{ MPa}^*$		$f_y=400 \text{ MPa}^*$		$f_y=400 \text{ MPa}^{**}$	
		$\phi_y \text{ (m}^{-1}\text{)}$	$h_b\phi_y/\epsilon_y$	$\phi_y \text{ (m}^{-1}\text{)}$	$h_b\phi_y/\epsilon_y$	$\phi_y \text{ (m}^{-1}\text{)}$	$h_b\phi_y/\epsilon_y$
<b>0.82% lecho superior e inferior</b>	Negativa	0.00414	1.66	0.00524	1.57	0.00621	1.86
	Positiva	0.00388	1.55	0.00495	1.49	0.00568	1.70
	Promedio	0.00401	1.61	0.00510	1.53	0.00595	1.78
<b>1.54% lecho superior e inferior</b>	Negativa	0.00444	1.78	0.00571	1.71	0.00674	2.02
	Positiva	0.00390	1.56	0.00498	1.49	0.00568	1.70
	Promedio	0.00417	1.67	0.00535	1.60	0.00621	1.86
<b>2.2% lecho superior e inferior</b>	Negativa	0.00465	1.86	0.00608	1.83	0.00716	2.15
	Positiva	0.00388	1.55	0.00513	1.54	0.00587	1.76
	Promedio	0.00427	1.77	0.00561	1.69	0.00562	1.95
<b>2.2% doble lecho superior e inferior</b>	Negativa	0.00495	1.98	0.00654	1.96	0.00765	2.30
	Positiva	0.00431	1.72	0.00536	1.61	0.00610	1.83
	Promedio	0.00463	1.85	0.00595	1.78	0.00688	2.07
<b>2.2% doble lecho superior, 1.1% lecho inferior</b>	Negativa	0.00525	2.10	0.00703	2.11	0.00801	2.40
	Positiva	0.00366	1.46	0.00487	1.46	0.00550	1.65
	Promedio	0.00446	1.78	0.00595	1.78	0.00676	2.03

\*Sin considerar endurecimiento por deformación.

\*\*Considerando endurecimiento por deformación.

*Tabla 2.3. Rigidez efectiva de vigas con diferentes cuantías de acero de refuerzo (Priestley, 2003).*

Acero de Refuerzo	Tipo de flexión	$f_y=300\text{ MPa}$		$f_y=400\text{ MPa}$	
		$M_N\text{ (KNm)}$	$I/I_g$	$M_N\text{ (KNm)}$	$I/I_g$
<b>0.82% lecho superior e inferior</b>	Negativa	244	0.170	324	0.151
	Positiva	2.56	0.190	340	0.173
	Promedio		0.180		0.162
<b>1.54% lecho superior e inferior</b>	Negativa	447	0.291	591	0.299
	Positiva	469	0.347	622	0.361
	Promedio		0.319		0.330
<b>2.2% lecho superior e inferior</b>	Negativa	632	0.392	838	0.397
	Positiva	661	0.492	877	0.493
	Promedio		0.442		0.445
<b>2.2% doble lecho superior e inferior</b>	Negativa	590	0.342	795	0.350
	Positiva	646	0.433	851	0.458
	Promedio		0.388		0.404
<b>2.2% doble lecho superior, 1.1% lecho inferior</b>	Negativa	603	0.331	778	0.320
	Positiva	354	0.279	465	0.276
	Promedio		0.305		0.298

*Nota: El cálculo de  $I/I_g$  toma  $E=30\text{ GPa}$ , y  $I_g=0.01155\text{ m}^4$*

### 2.2.5. Distorsión de fluencia de marcos.

Conforme a lo indicado por el autor, la información proporcionada en las secciones anteriores es suficiente para permitir estimaciones realistas de la rigidez efectiva de cada elemento estructural del marco que se diseñará, conociendo la cuantía de acero de refuerzo y la relación de carga axial. Se observa que, dado que las curvaturas de fluencia adimensionales pueden considerarse constantes para un tipo de sección determinada, se puede estimar la rigidez efectiva (Ecuación 2.2), con una precisión considerable, una vez determinada la capacidad de momento nominal.

La invariación de la curvatura de fluencia adimensional indica que la distorsión de fluencia de los marcos podría ser igualmente independiente de la cuantía de acero de refuerzo y la relación de carga axial. En la Figura 2.12a se muestra un sub-ensamble típico de una unión viga/columna, que se extiende a la mitad del ancho de la crujía en ambos lados del nudo, y la mitad de la altura de entrepiso por encima y por debajo del mismo. Puede considerarse como un elemento característico de un marco de edificio. Dado que el ancho de la crujía normalmente excederá la altura del entrepiso, y las curvaturas de las columnas normalmente serán menores que las curvaturas de las vigas, como consecuencia de los procedimientos de diseño por capacidad, la flexibilidad de la viga es probablemente el principal componente de la deformación.

La deformada se muestra en la Figura 2.12b. La distorsión de fluencia  $\theta_y$  puede expresarse con la Ecuación 2.15.

$$\theta_y = \theta_{by} + \theta_{jy} + \frac{2\Delta_c}{l_c} + \frac{2\Delta_s}{l_c}$$

*Ecuación 2.15*

donde  $\theta_{by}$  y  $\theta_{jy}$  son las rotaciones del centro del nudo debido a la flexión de la viga y a la deformación por cortante del nudo,  $\Delta_c$  es la deformación en el parte superior de la columna respecto a la rotación tangente del centro del nudo, y  $\Delta_s$  es la deformación adicional en la parte superior de la columna debida a la deformación por cortante de vigas y columnas. Para permitir la deformación por penetración del acero de refuerzo longitudinal en el nudo, se asume que la curvatura de fluencia de la viga se desarrolla en el centro del nudo, y reduce linealmente hasta cero en los extremos de la viga (Figura 2.12c). La distorsión de fluencia debido a la flexión de la viga ( $\theta_{by}$ ) se determina mediante la Ecuación 2.16. Además, si se ignora el endurecimiento por deformación,  $\theta_{by}$  puede determinarse con la Ecuación 2.17.

$$\theta_{by} = \frac{\phi_y(0.5l_b)}{3} = \frac{\phi_y l_b}{6}$$

*Ecuación 2.16*

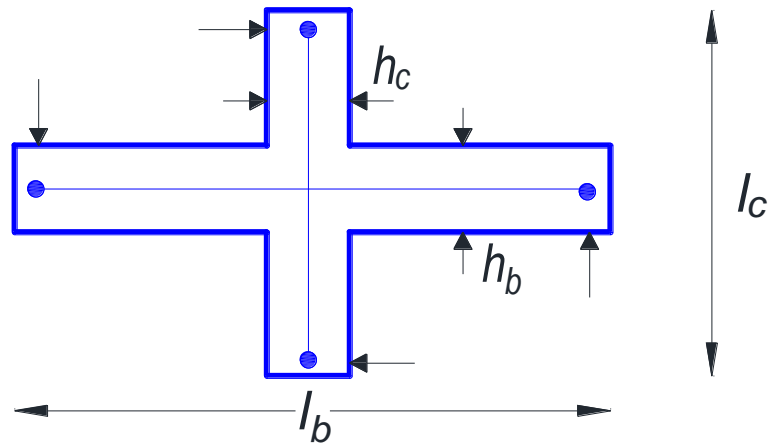
$$\theta_{by} = 0.283\varepsilon_y \left[ \frac{l_b}{h_b} \right]$$

*Ecuación 2.17*

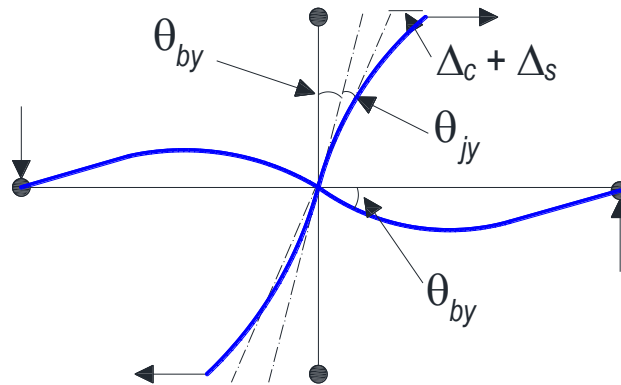
Cálculos típicos basados en una relación altura de entrepiso/longitud de crujía de 0.533 (altura de entrepiso=3.2 m y longitud de crujía= 6.0 m) y una curvatura máxima de la columna de  $0.75\phi_y$  indican que el desplazamiento de la columna  $\Delta_c$  incrementará cerca del 40% a la distorsión de fluencia. Además, basándose en experiencia, se asume que la deformación del nudo y la deformación por cortante de los elementos agregan 25% y 10%, respectivamente. Por lo que la distorsión de fluencia se calcula con la Ecuación 2.18.

$$\theta_y = (1.0 + 0.4 + 0.25 + 0.1) * 0.283\varepsilon_y \left[ \frac{l_b}{h_b} \right] = 0.5\varepsilon_y \left[ \frac{l_b}{h_b} \right]$$

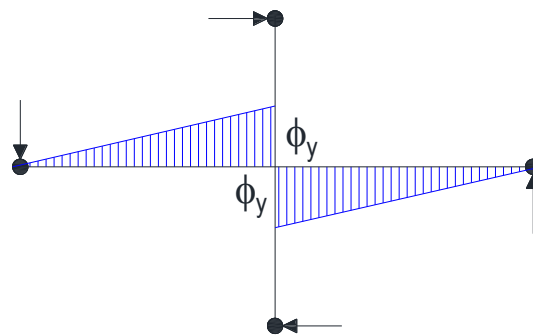
*Ecuación 2.18*



(a) Dimensiones de sub ensamblaje



(b) Componentes de la distorsión



(c) Distribución de la curvatura de la viga

Figura 2.12. Contribución de la deformación elástica a la distorsión de un sub-ensamble viga-columna (adaptada de Priestley, 2003)

El autor concluye que los resultados analíticos y experimentales indican que el diseño actual basado en fuerzas, en el que se asume como rigidez efectiva el uso de una fracción de la rigidez gruesa del elemento de concreto reforzado, independiente de la cuantía de acero de refuerzo y la relación de carga axial, resulta en errores excesivos en el periodo y en la distribución de las fuerzas entre los miembros estructurales. El autor muestra que la rigidez y la resistencia son proporcionales, para un tamaño y tipo dado de elemento estructural. El



parámetro independiente, para el cálculo de la rigidez, es la curvatura de fluencia o desplazamiento de fluencia. En la Tabla 2.4 se muestran las curvaturas de fluencia propuestas por el autor. Con estas curvaturas y la Ecuación 2.7 se puede determinar la rigidez efectiva de los elementos estructurales de concreto reforzado, la cual se reescribe a como la Ecuación 2.19.

$$EI/EI_g = \frac{M_N}{\phi_y EI_g}$$

Ecuación 2.19

*Tabla 2.4. Determinación de curvaturas de fluencia para elementos estructurales de concreto reforzado. (Priestley, 2003).*

Elemento	Curvatura de fluencia
Columna circular	$\phi_y = \frac{2.25\varepsilon_y}{D}$
Columna rectangular	$\phi_y = \frac{2.10\varepsilon_y}{h_c}$
Muros rectangulares en voladizo	$\phi_y = \frac{2.00\varepsilon_y}{l_w}$
Vigas de sección T	$\phi_y = \frac{1.70\varepsilon_y}{h_b}$

En la

Tabla 2.4,  $\varepsilon_y$  es el esfuerzo de fluencia del acero,  $D$  es el diámetro de la sección circular,  $h_c$  es el peralte de la sección de la columna,  $l_w$  es la longitud del muro,  $h_b$  es el peralte de la sección de la viga. Para el caso de marcos de concreto reforzado, la curvatura de fluencia puede calcularse con la Ecuación 2.18.

### 2.3. Khuntia y Gosh (2004).

Los autores de referencia desarrollaron un estudio analítico-experimental con la finalidad de determinar las rigideces efectivas en columnas y vigas de concreto reforzado, evaluando el efecto de diferentes variables. Este estudio es uno de los más completos realizados hasta la fecha.

#### 2.3.1. Columnas.

Para el caso de columnas, las principales variables que consideraron fueron: la cuantía de acero de refuerzo  $\rho$  (1 a 3%), la resistencia compresión del concreto  $f'_c$  (4,000 a 12,000 psi), la relación de carga axial  $P/P_o$  (0.00 a 0.80), y la excentricidad  $e/h$  o  $M/Ph$  (0.10 a 0.80). En este estudio paramétrico el momento de inercia efectivo se calculó como la relación del momento flexionante sobre la curvatura ( $EI=M/\phi$ ).

Sus análisis mostraron que el momento de inercia efectivo de una columna depende de cuatro factores principales, los cuales se comentan en esta sección.

a) *Influencia de la cuantía de acero de refuerzo ( $\rho$ )*. Cuando el área de acero aumenta, para una profundidad de eje neutro particular, la carga axial y el momento correspondiente aumentan para cualquier relación de carga axial ( $P_u/P_o$ ) y excentricidad ( $e/h$ ). Por lo tanto, la rigidez efectiva ( $EI_e$ ) es esencialmente más alta para las columnas con mayores cuantías de acero. Por ejemplo, el valor de  $EI_e$  de una columna con una cuantía de acero del 3% es aproximadamente un 28% superior a la de una columna con una cuantía de acero de 1%, considerando una relación de excentricidad ( $e/h$ ) de 0.25 y una relación de carga axial ( $P_u/P_o$ ) igual a 0.44.

b) *Influencia de la relación de excentricidad ( $e/h$ )*. Este es el segundo factor más importante que afecta la rigidez de una columna. Para las columnas con relaciones altas  $e/h$  (o  $M/Ph$ ), el momento de flexión es mayor para una determinada carga axial, lo que provoca un aumento en la longitud de la grieta de flexión y, por ende, la reducción de la rigidez efectiva de la sección. En la Figura 2.13 se muestra que ( $P_u/P_o$ ),  $EI_e$  decrece con el aumento de  $e/h$  para cualquier relación de carga axial. Los autores comentan que el aumento de  $e/h$  más allá de 0.8 permite que el miembro sea tratado como una viga.

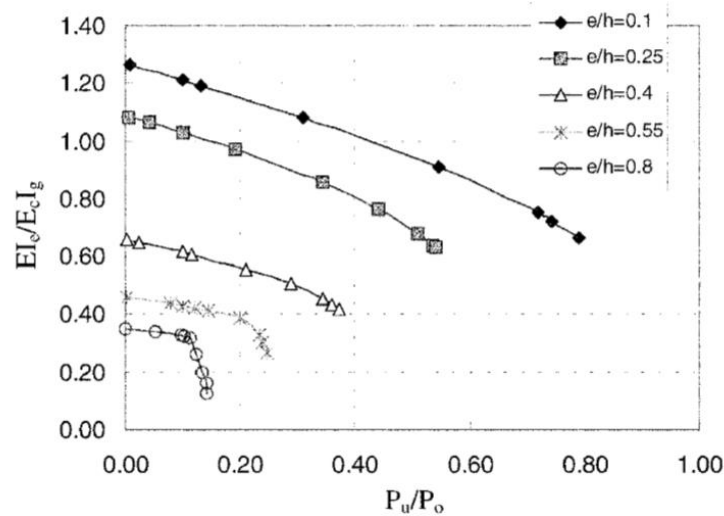
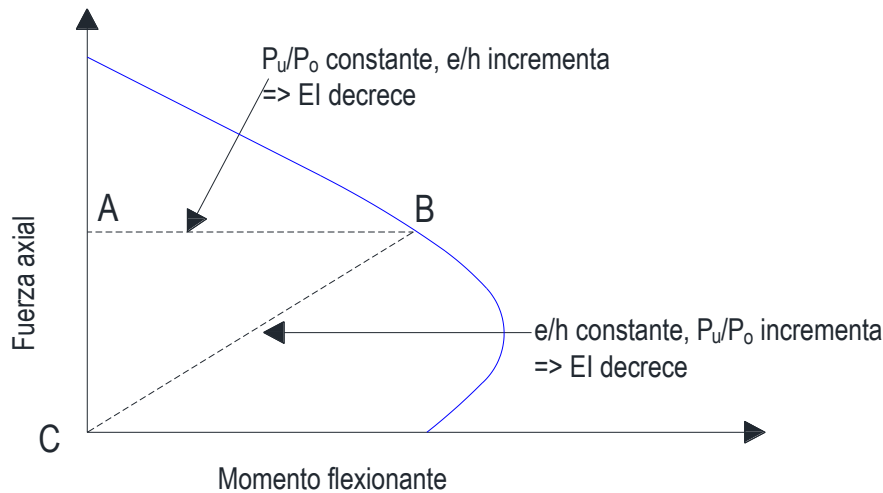


Figura 2.13. Influencia de la relación de excentricidad y la relación de carga axial en la rigidez efectiva de columnas, para  $\rho=1\%$  y  $f'_c=4000$  psi (Khuntia y Gosh, 2004).

c) *Influencia de la relación de carga axial ( $P_u/P_o$ )*. Cuando la carga axial  $P_u$  aumenta, la profundidad de las grietas de flexión disminuye. Por lo tanto, es de esperarse que la rigidez efectiva de una columna aumente cuando lo hace  $P_u/P_o$ . Sin embargo, ellos muestran que un incremento de la relación de carga axial trae consigo un decremento de la rigidez efectiva. Lo reportado por los autores se sustenta en que para una relación  $e/h$  dada, cuando  $P_u$  (y su correspondiente  $M_u$ ) se incrementan, la deformación a compresión en el concreto en las fibras extremas se incrementa en una proporción mayor que el incremento de  $P_u/P_o$ , lo que se refleja en un incremento de la curvatura y, por lo tanto, en un decremento de la rigidez efectiva (Figura 2.13).

Para resumir el efecto de la relación  $P_u/P_o$  y la relación  $e/h$ , en la determinación de la rigidez efectiva, en la Figura 2.14 se muestra un diagrama de interacción. La línea A-B muestra un aumento gradual de la relación de  $e/h$  con una relación de carga axial ( $P_u/P_o$ ) constante. Como se explicó anteriormente, la rigidez efectiva disminuirá. La línea C-B muestra un aumento gradual de la relación  $P_u/P_o$  con una relación de excentricidad ( $e/h$ ) constante, en este caso la rigidez efectiva también disminuiría.



*Figura 2.14. Influencia de la relación de carga axial y excentricidad en el momento de inercia de columnas (adaptada de Khuntia y Gosh, 2004).*

d) *Influencia de la resistencia a compresión del concreto ( $f'_c$ ).* El estudio paramétrico muestra que un aumento en la resistencia a compresión del concreto incrementa la rigidez efectiva de una columna para valores de  $P_u/P_o$  y  $e/h$  dados. Por ejemplo, muestran que  $EI_e$  de una columna que tiene una cuantía de acero de 1%, una relación  $P_u/P_o$  de 0.44, una relación  $e/h$  de 0.25 y una resistencia a compresión de 12000 psi es aproximadamente 32% mayor que la misma columna con una resistencia a compresión de 4000 psi. La razón es que para una relación de carga axial ( $P_u/P_o$ ) dada,  $P_u$  es substancialmente más alta para el concreto de alta resistencia. Ya que  $M_u = P_u e$ , significa que se obtiene un  $M_u$  más alto para un  $e/h$  dado. Además, la profundidad del eje neutro  $c_u$  no cambia apreciablemente con un aumento de la resistencia del concreto. Por lo tanto, comparado con una columna de concreto de menor resistencia, una columna de concreto de alta resistencia puede tener una mayor capacidad de momento a flexión ( $M$  o  $M_u$ ) asociado a una curvatura similar.

Los autores proponen la Ecuación 2.20 para el cálculo de la rigidez efectiva en columnas, la cual es función de los factores antes mencionados ( $\rho$ ,  $e/h$ ,  $P_u/P_o$ ). Por simplicidad, los autores desprecian el efecto de la resistencia a compresión del concreto ( $f'_c$ ).

$$EI_e = E_c I_g (0.80 + 25\rho_g) \times \left( 1 - \frac{e}{h} - 0.5 \frac{P_u}{P_o} \right) \leq E_c I_g \geq E_c I_{viga}$$

*Ecuación 2.20*

El estudio paramétrico y el análisis realizado por los autores muestra que si los valores de las combinaciones de carga ( $P_u, M_u$ ) son cercanos a la curva que define el diagrama de interacción de diseño, se puede plantear una relación aproximada razonable entre  $P_u/P_o$  y  $e/h$ , la cual se expresa mediante la Ecuación 2.21.

$$P_u/P_o + e/h = 0.7$$

*Ecuación 2.21*

Usando la Ecuación 2.21, se puede reescribir la Ecuación 2.20 en función de la relación de excentricidad ( $e/h$ ), Ecuación 2.22, o en función de la relación de cargas ( $P_u/P_o$ ), Ecuación 2.23.

$$EI_e = E_c I_g (0.80 + 25\rho_g) \left( 0.65 - 0.5 \frac{e}{h} \right) \leq E_c I_g \geq E_c I_{viga}$$

*Ecuación 2.22*

$$EI_e = E_c I_g (0.80 + 25\rho_g) \left( 0.30 - 0.5 \frac{P_u}{P_o} \right) \leq E_c I_g \geq E_c I_{viga}$$

*Ecuación 2.23*

Los resultados obtenidos en términos de  $e/h$  (Ecuación 2.22), son ligeramente más conservadores que los obtenidos mediante la Ecuación 2.20. Por otro lado, los resultados obtenidos mediante la Ecuación 2.23 son los menos precisos de las tres propuestas.

Se debe considerar que los resultados obtenidos con la Ecuación 2.22 y la Ecuación 2.23, son bastante precisos si las combinaciones de carga aplicadas están cerca de la curva de diseño. Sin embargo, para combinaciones de carga que se ubican lejos de la curva de diseño, estas ecuaciones brindan resultados conservadores. Por lo que, para una mayor precisión y bajo condiciones de cargas de servicio, los autores recomiendan el uso de la Ecuación 2.20.

### **2.3.2. Vigas.**

Para el caso de las vigas, las variables consideradas por los autores fueron: la cuantía de acero de refuerzo  $\rho$  (0.5 a 2.5%), la resistencia compresión del concreto  $f'_c$  (4,000 a 12,000 psi), la relación de aspecto  $b/h$  (0.5 a 1.0), y la presencia de acero a compresión  $\rho'$  (0.0 a 0.5%). Además, para el caso de vigas T o L, los autores investigaron la influencia del patín en la determinación de la rigidez efectiva.

Al igual que con las columnas, para el caso de las vigas, la rigidez a flexión se calcula como el cociente entre la capacidad de momento a flexión sobre la curvatura. Es preciso

comentar que la rigidez efectiva se determina hasta que el acero de refuerzo a tensión fluye, pues el valor de la rigidez disminuye drásticamente después de la fluencia del acero longitudinal.

A continuación, se detallan los efectos de varios parámetros en la determinación de la rigidez efectiva en vigas de concreto reforzado.

a) *Influencia de la cuantía de acero de refuerzo longitudinal a tensión ( $\rho$ )*. En la Figura 2.15 se muestra una relación momento-curvatura típica de una viga con diferentes cuantías de acero a tensión. La viga usada para el trazo de la curva cuenta con un concreto con resistencia a compresión de 4000 psi, y una relación de aspecto ( $b/h$ ) de 1.0. Se observa que la rigidez efectiva del elemento aumenta cuando lo hace la cuantía de acero. La razón de esto es que cuando se proporciona más acero de refuerzo al elemento la profundidad de las grietas por flexión disminuye.

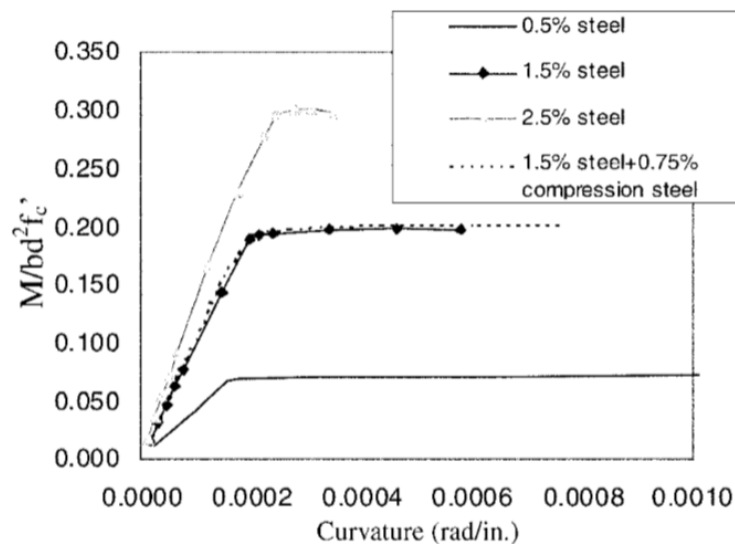


Figura 2.15. Relaciones momento-curvatura para una viga de concreto reforzado; influencia de la cuantía de acero longitudinal (Khuntia y Gosh, 2004).

b) *Influencia de la cuantía de acero a compresión ( $\rho'$ )*. Los autores indican que el efecto del acero a compresión en la determinación de la rigidez efectiva de una viga es secundario, especialmente para las vigas con cuantías de acero ( $\rho$ ) menores a 1.5%. En la Figura 2.15 se aprecia una comparativa entre la rigidez efectiva a flexión de vigas con (Figura 2.16b) y sin (Figura 2.16a) acero a compresión. Como se observa, la presencia de acero a compresión sólo hace que la sección sea más dúctil sin ningún aumento apreciable en la rigidez de la sección. Por lo tanto, ellos indican que el efecto del acero a compresión ( $\rho'$ ) en la determinación de la rigidez efectiva de vigas de concreto reforzado puede despreciarse.

**CAPÍTULO 2. ESTUDIOS PREVIOS PARA LA DETERMINACIÓN DE RIGIDECES EFECTIVAS EN ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.**

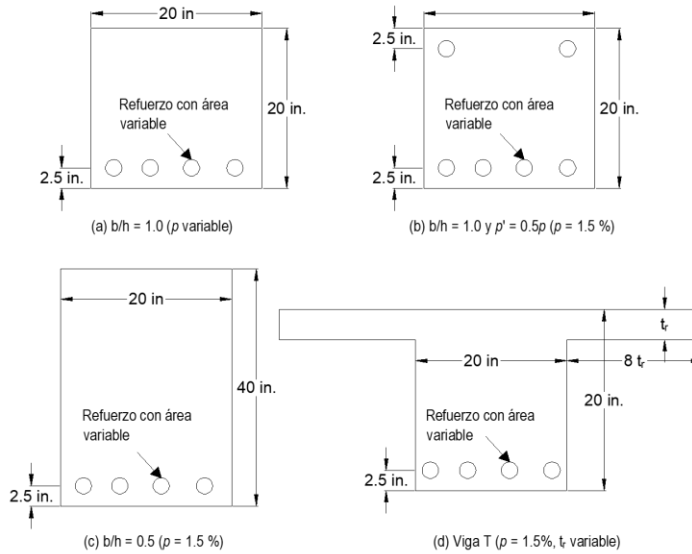


Figura 2.16. Sección transversal de vigas de concreto reforzado consideradas en el estudio paramétrico (adaptada de Khuntia y Gosh, 2004).

c) *Influencia de la relación de aspecto ( $b/h$ ).* Las vigas con menores relaciones de  $b/h$  (o  $b/d$ ) tienen una mayor rigidez efectiva que aquellas con mayor relación de aspecto, cuando el ancho ( $b$ ) y la cuantía de acero ( $\rho$ ) son las mismas. Se debe tener en cuenta que la rigidez efectiva no cambiará para vigas con el mismo peralte efectivo ( $d$ ) y cuantía de acero ( $\rho$ ). La Figura 2.17 muestra la influencia de la relación de aspecto ( $b/h$ ) en la rigidez efectiva de las vigas.

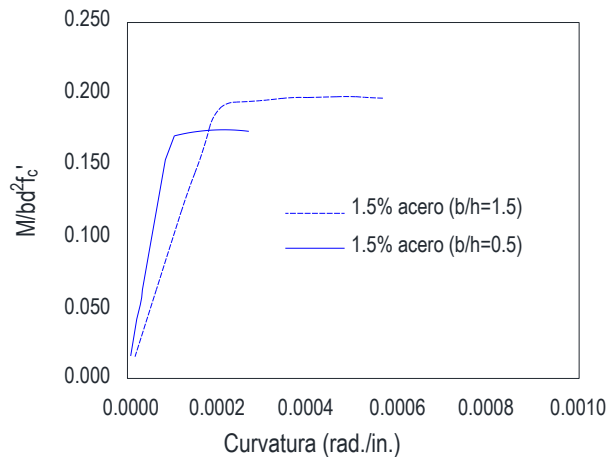


Figura 2.17. Influencia de la relación de aspecto en la rigidez efectiva de vigas de concreto (adaptada de Khuntia y Gosh, 2004).

d) *Influencia de la resistencia a compresión del concreto ( $f'_c$ ).* El efecto que tiene la resistencia del concreto en la determinación de la rigidez efectiva de las vigas no es despreciable. La razón es que cuando se utiliza concreto de alta resistencia, la profundidad de las grietas por flexión son mayores (o la profundidad del eje neutro  $c$  es menor para mantener el equilibrio de fuerzas), lo que conduce a una reducción en el momento de inercia

efectivo. Sin embargo, la rigidez efectiva para vigas con concreto de alta resistencia puede ser mayor que para vigas con concreto normal, debido a un mayor módulo de elasticidad  $E_c$  en el concreto de alta resistencia.

Los autores propusieron fórmulas para determinar la rigidez efectiva de vigas con concretos de resistencia normal ( $f'_c \leq 6,000$  psi, Ecuación 2.24), y concretos de alta resistencia ( $f'_c > 6,000$  psi, Ecuación 2.25).

$$EI_e = E_c I_g (0.10 + 25\rho) \left( 1.2 - 0.2 \frac{b}{d} \right) \leq 0.6 E_c I_g$$

*Ecuación 2.24*

$$EI_e = E_c I_g (0.10 + 25\rho) \left( 1.2 - 0.2 \frac{b}{d} \right) (1.15 - 4 \times 10^{-5} f'_c) \leq 0.6 E_c I_g$$

*Ecuación 2.25*

donde;  $(1.2 - 0.2b/d) \leq 1.0$

Los valores dados por el método propuesto también se compararon con el momento de inercia de la sección agrietada  $I_{cr}$ , calculado utilizando el concepto de área transformada. De manera simplificada, el  $I_{cr}$  por el método de área transformada (para una sección rectangular) se puede calcular con la Ecuación 2.26.

$$I_{cr} = \frac{bc^3}{3} + nA_s(d - c)^2$$

*Ecuación 2.26*

donde  $b$  es el ancho,  $d$  es el peralte efectivo,  $c$  es la profundidad al eje neutro,  $n$  es la relación modular ( $E_s/E_c$ ), y  $A_s$  es el área de acero de refuerzo. Sin embargo, la Ecuación 2.24 y la Ecuación 2.25, son más simples que el método de área transformada, ya que estos no requieren el cálculo de la profundidad del eje neutro.

Para vigas T, los autores investigaron la influencia de los patines en la determinación de la rigidez efectiva. En los análisis, el espesor del patín en relación con el peralte total ( $t_f/h$ ) varía de 0.0 a 0.25. El ancho del patín ( $b_f$ ) se calcula como  $b_w + 16t_f$ . La cuantía de acero de refuerzo ( $A_s/b_w d$ ) se toma como 1.5% y la resistencia a compresión del concreto como 4000 Psi. El valor de  $EI_e/EI_g$  crece conforme crece el espesor del patín. La Ecuación 2.27 representa una forma razonable para el cálculo de la rigidez efectiva en vigas T. En este caso  $EI_e$  es la rigidez efectiva de una sección rectangular.

$$\frac{EI_{eT}}{EI_e} \left( 1 + 2 \frac{t_f}{h} \right) \leq 1.4$$

*Ecuación 2.27*

Con base en lo planteado, ellos comentan que para el cálculo de la rigidez efectiva de vigas rectangulares se emplee la expresión simplificada propuesta (Ecuación 2.24), o se utilice el concepto de área transformada (Ecuación 2.26). Para el caso de vigas T con patines a compresión, se emplee una rigidez efectiva mayor calculada con la Ecuación 2.27. Además, para concretos de alta resistencia se emplee para el cálculo de la rigidez efectiva la Ecuación 2.25.

Por otro lado, los autores recomiendan que para el análisis de marcos (análisis elásticos de primer y segundo orden), se asuma inicialmente una rigidez en vigas de  $0.35 E_c I_g$ , para una cuantía de acero de refuerzo ( $\rho$ ) de 1.0%, y una rigidez de  $0.70 E_c I_g$ , para el caso de columnas, con cuantía de acero de refuerzo ( $\rho$ ) de 1.5%, excentricidad ( $e/h$ ) de 0.20 y relación de carga axial ( $P_u/P_o$ ) de 0.40. Sin embargo, al realizar el análisis final ante cargas laterales, se deben recalculan los valores de la rigidez efectiva tanto en vigas como columnas, usando las ecuaciones ya planteadas anteriormente.

La investigación realizada por Khuntia y Ghosh (2004a y 2004b) sirvió de base para definir los criterios para la determinación de rigideces efectivas de elementos de concreto reforzado del Reglamento del Instituto Americano del Concreto (ACI-318-14 2014).

#### **2.4. Haselton *et al.* (2008).**

Los autores desarrollaron un proyecto de investigación con el objetivo de plantear modelos de elementos fiables y precisos que puedan ser empleados para evaluar el comportamiento asociado a colapso de edificios de concreto reforzado, centrándose especialmente en las columnas. Sus estudios forman parte de una investigación coordinada por el “*Pacific Earthquake Engineering Research Center*” (PEER).

La base de datos utilizada por los autores pertenece al PEER, la cual incluye los resultados de pruebas cíclicas y monotónicas de 306 columnas rectangulares y 177 columnas circulares. A partir de esta base de datos, los autores seleccionaron columnas rectangulares que fallan a flexión (220 pruebas) o en combinación de flexión y cortante (35 pruebas), para un total de 255 pruebas. Los modelos fueron calibrados con el fin de tener buenas predicciones en la respuesta estructural, los pasos y criterios de calibración pueden consultarse con mayor detalle en Haselton *et al.* (2008).

El modelo de comportamiento para los elementos estructurales (viga-columna), empleado por Haselton *et al.* (2008) fue desarrollado por Ibarra, Medina y Krawinkler (2003, 2005) y está compuesto por una representación trilineal (Figura 2.18). Esta idealización y sus reglas históricas asociadas proporcionan un modelado versátil del comportamiento cíclico.



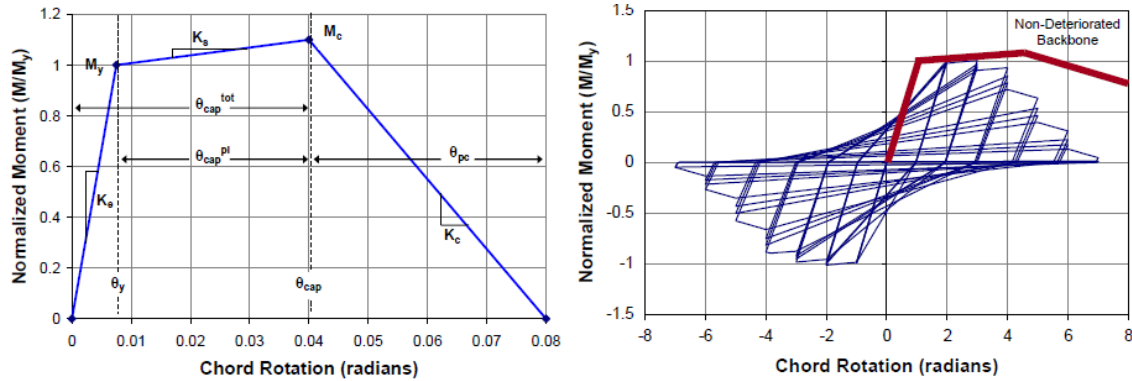


Figura 2.18. Comportamiento monótonico y cíclico del modelo empleado en el estudio de calibración. Modelo desarrollado por Ibarra, Medina y Krawinkler (Haselton et al., 2008).

Una vez realizadas las calibraciones a las 255 columnas, los autores emplearon esta información para proponer ecuaciones empíricas que predicen los parámetros del modelo del elemento en función de los variables de diseño de la columna. Los autores comentan que el método más sencillo para visualizar las relaciones que existen entre los parámetros buscados y los de diseño, es trazando los parámetros frente a las variables de diseño, mediante graficas de dispersión. La principal limitación de este enfoque es que estas gráficas pueden no evidenciar las tendencias, principalmente cuando existen varias variables cambiando entre las diferentes pruebas. Por esto, las gráficas de dispersión muestran tendencias claras únicamente cuando se existen pocas variables de diseño dominantes que afectan al parámetro de interés.

Los autores comentan que la rigidez inicial de un elemento de concreto reforzado no está del todo bien definida. En la Figura 2.19 se muestra una prueba monótonica de una columna de concreto reforzado, en la que se definen la fuerza de fluencia y las rotaciones. Se observa que la rigidez efectiva depende en gran medida del nivel de fuerza. Los autores calcularon la rigidez efectiva bajo dos consideraciones: (a) el valor de rigidez efectiva secante asociada al punto de fluencia (es decir,  $K_y$  o  $EI_y$ ), y (b) el valor de rigidez efectiva secante asociado al 40 % a la fuerza de fluencia (es decir,  $K_{stf\_40}$  o  $EI_{stf\_40}$ ). Normalmente, existe una relación de dos entre estas dos definiciones de rigidez.

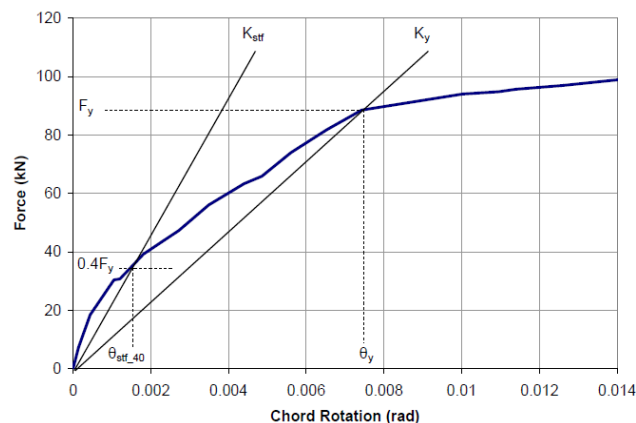
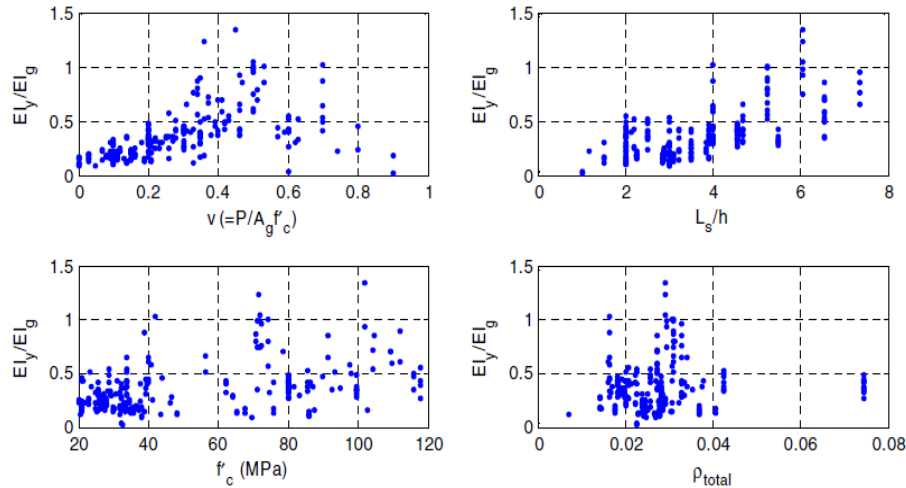


Figura 2.19. Prueba monótonica de un elemento de concreto reforzado e ilustración de la definición de rigidez efectiva (Haselton et al., 2008).

En la Figura 2.20, se muestran graficas de dispersión que relacionan la rigidez normalizada asociada al punto de fluencia ( $EI_y/EI_g$ ) con varios parámetros de diseño de columnas. Las gráficas de dispersión asociadas al criterio del 40% de la fuerza de fluencia muestran tendencias similares ( $EI_{stf\_40}/EI_g$ ). Los autores encontraron que la relación de carga axial ( $P/A_g f'_c$ ) y la relación de aspecto ( $L_s/H$ ), muestran tendencias claras en la determinación de la rigidez efectiva; por otro lado, la resistencia a compresión del concreto ( $f'_c$ ) muestra una tendencia más débil, mientras que la cuantía de refuerzo longitudinal ( $\rho_{total}$ ) no muestra una tendencia clara.



*Figura 2.20. Gráficas de dispersión que muestran tendencias entre  $EI_y/EI_g$  y cuatro variables de diseño de columnas (Haselton et al., 2008).*

Con base en los resultados mostrados en la Figura 2.20, los autores presentan ecuaciones para cada criterio considerado para la definición de la rigidez efectiva (ilustrados en la Figura 2.19). En primera instancia, presentan una ecuación completa que incluye todas las variables significativas, y posteriormente una ecuación simplificada. Las ecuaciones se encuentran en función de la relación de carga axial ( $P/A_g f'_c$ ) y la relación de aspecto ( $L_s/H$ ). Sin embargo, a pesar de que la resistencia a compresión del concreto ( $f'_c$ ) es una variable estadísticamente significativa, los autores la excluyen por simplicidad.

La Ecuación 2.28 representa la expresión completa para el cálculo de la rigidez secante asociada al punto de fluencia. Asimismo, la Ecuación 2.29 representa la expresión simplificada, y está únicamente en función de la relación de carga axial y, por lo tanto, tiene un mayor error de predicción.

Debe notarse que las propuestas de estos autores se basan en considerar que existe independencia de cada parámetro de diseño en la determinación de la rigidez efectiva; es decir, no existe influencia de la interacción entre los diferentes parámetros de diseño en el cálculo de la rigidez efectiva, lo cual es contrario a lo indicado por otros autores (Godínez et al., 2018).

$$\frac{EI_y}{EI_g} = -0.07 + 0.59 \left( \frac{P}{A_g f'_c} \right) + 0.07 \left( \frac{L_s}{H} \right), \text{ donde } 0.2 \leq \frac{EI_y}{EI_g} \leq 0.6$$

*Ecuación 2.28*

$$\frac{EI_y}{EI_g} = 0.065 + 1.05 \left( \frac{P}{A_g f'_c} \right), \text{ donde } 0.2 \leq \frac{EI_y}{EI_g} \leq 0.6$$

*Ecuación 2.29*

Con la finalidad de proponer una mejor aproximación de la rigidez inicial, los autores presentan la Ecuación 2.30 y la Ecuación 2.31, las cuales se encuentran asociadas al 40% de la fuerza de fluencia (Figura 2.19). La Ecuación 2.30 representa la expresión completa, mientras que la Ecuación 2.31 la expresión simplificada, la cual, al igual que la Ecuación 2.29, solo incluye los efectos de la relación de carga axial.

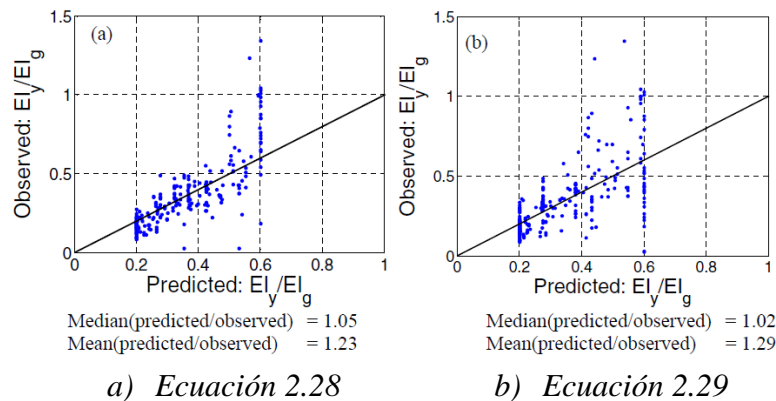
$$\frac{EI_{stf40}}{EI_g} = -0.02 + 0.98 \left( \frac{P}{A_g f'_c} \right) + 0.09 \left( \frac{L_s}{H} \right), \text{ donde } 0.35 \leq \frac{EI_{stf}}{EI_g} \leq 0.8$$

*Ecuación 2.30*

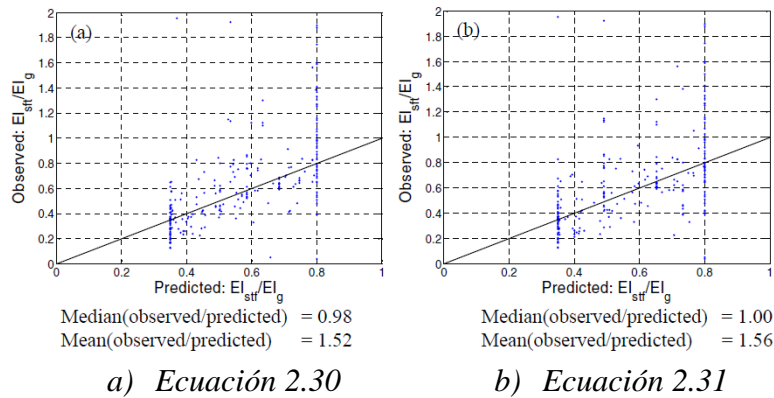
$$\frac{EI_{stf40}}{EI_g} = 0.17 + 1.61 \left( \frac{P}{A_g f'_c} \right), \text{ donde } 0.35 \leq \frac{EI_{stf}}{EI_g} \leq 0.8$$

*Ecuación 2.31*

Finalmente, los autores presentan la Figura 2.21, donde comparan la rigidez de los elementos y los valores calculados con las fórmulas propuestas para la rigidez secante asociada al punto de fluencia ( $EI_y/EI_g$ ), y la Figura 2.22, en la cual comparan la rigidez de los elementos y los valores calculados con las fórmulas propuestas para la rigidez inicial asociada al 40% de la fuerza de fluencia ( $EI_{stf\_40}/EI_g$ ). Debajo de las figuras, también se muestran los valores de la mediana y la media de la relación de los valores calculados con sus fórmulas propuestas y los valores observados. Los autores concluyen que las ecuaciones propuestas proporcionan buenas predicciones de la rigidez de los elementos.



*Figura 2.21. Comparación de los valores observados y valores calculados con las fórmulas propuestas para la rigidez secante a la fluencia (Haselton et al., 2008).*

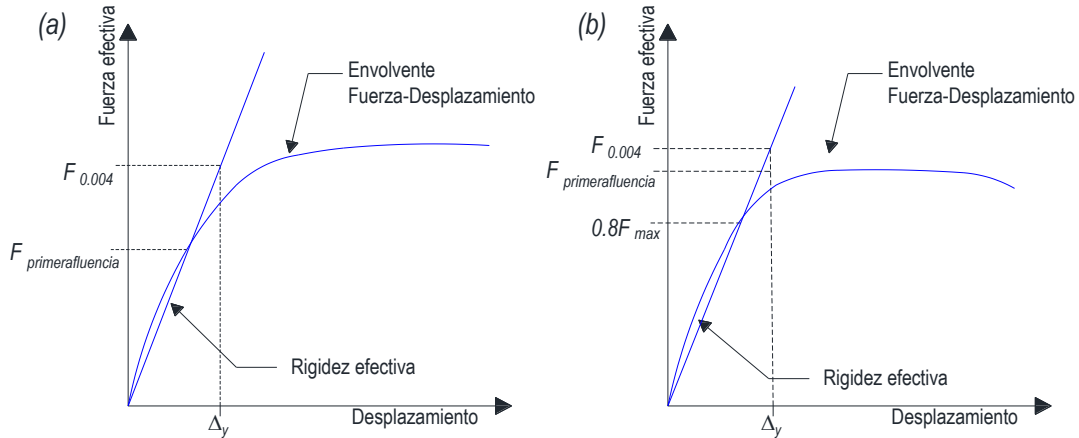


*Figura 2.22. Comparación de los valores observados y valores calculados con las fórmulas propuestas para la rigidez inicial (Haselton et al., 2008).*

### 2.5. Elwood y Eberhard (2009).

Posteriormente, Elwood y Eberhard (2009), realizaron estudios considerando la base de datos del “Pacific Earthquake Engineering Research Center” (PEER), al igual que Haselton *et al.* (2008), que cuenta con más de 400 ensayos de columnas bajo cargas cíclicas. Para su estudio conformaron una base de datos de 221 columnas de sección rectangular y 108 columnas de sección circular. Para limitar los análisis a columnas típicas de la práctica, los autores consideraron los casos en que la carga axial no excede de  $0.66A_g f'_c$  y la relación claro de cortante a peralte es menor a 1.4.

El desplazamiento de fluencia ( $\Delta_y$ ) y la rigidez efectiva de cada columna se determinaron como se aprecia en la Figura 2.23. Aproximadamente para el 90% de las columnas, la rigidez efectiva se calculó con base en el criterio mostrado en la Figura 2.23a. La fuerza de fluencia ocurre cuando el acero de tensión fluye o la fibra extrema de compresión del concreto alcanza una deformación de 0.002, lo que ocurra primero. Para columnas cuya fuerza no superó el esfuerzo de fluencia (fallas por cortante), la rigidez efectiva se definió con el punto de la curva fuerza-desplazamiento con una fuerza efectiva de  $0.8F_{max}$  (Figura 2.23b).



*Figura 2.23. Desplazamiento de fluencia y rigidez efectiva en columnas (adaptada de Elwood y Eberhard, 2009).*

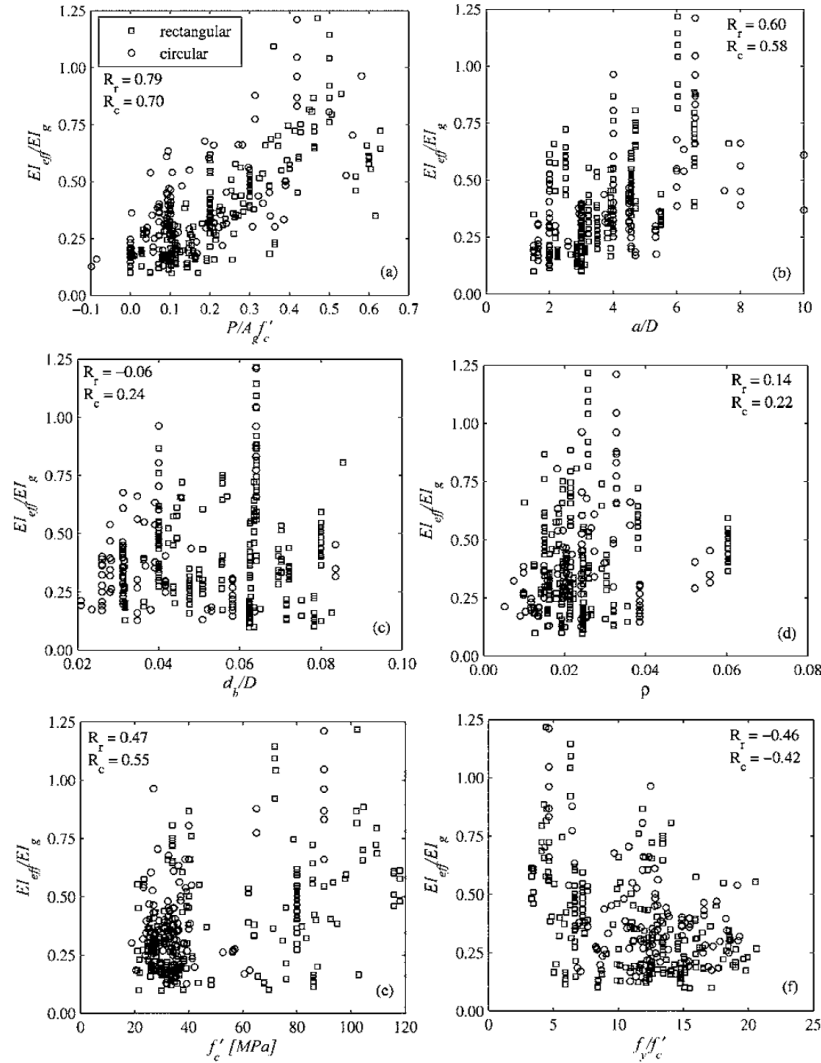
Asumiendo que la columna se fija evitando la rotación en ambos extremos y que esta tiene una variación lineal en su curvatura en toda su altura, según los autores, la rigidez efectiva puede calcularse con la Ecuación 2.32.

$$EI_e = \frac{F_{0.004} a^3}{3\Delta_y}$$

*Ecuación 2.32*

donde  $F_{0.004}$  es la fuerza efectiva cuando la fibra extrema de la columna alcanza una deformación a compresión máxima de 0.004, y  $\Delta_y$  es el desplazamiento de fluencia de acuerdo con la Figura 2.23 para un voladizo equivalente de longitud  $a$ .

En la Figura 2.24, se observa la influencia que tienen algunos parámetros en la determinación de la rigidez efectiva. La rigidez efectiva aumenta con el aumento de la relación de carga axial ( $P/A_g f'_c$ ), la relación de aspecto ( $a/D$ ) y la resistencia a compresión del concreto ( $f'_c$ ). Por otro lado, la rigidez efectiva disminuye al incrementarse la relación entre la resistencia de fluencia del acero y la resistencia a compresión del concreto ( $f_y/f'_c$ ).



*Figura 2.24. Efecto de parámetros clave en la determinación de la rigidez efectiva (Elwood y Eberhard, 2009).*

Para determinar el desplazamiento de fluencia ( $\Delta_y$ ) para una columna equivalente en voladizo de longitud  $a$ , los autores consideran la suma de tres componentes (Ecuación 2.33); la deformación por flexión, deformación por deslizamiento de las barras por falla de adherencia y deformación por cortante.

$$\Delta_y = \Delta_{flex} + \Delta_{cortante} + \Delta_{deslizamiento}$$

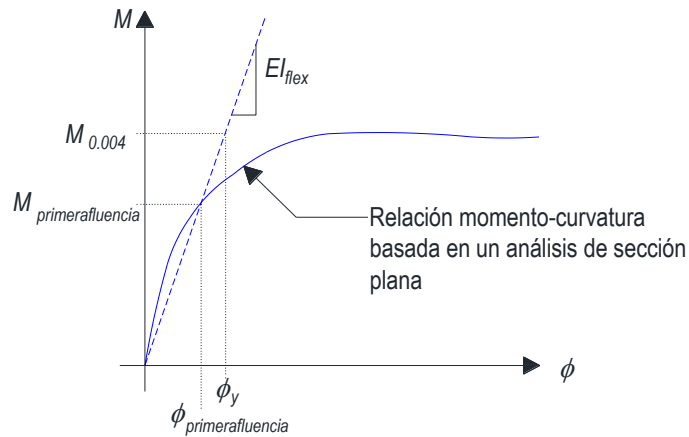
*Ecuación 2.33*

*Deformación por flexión.* Las curvaturas de flexión calculadas en una columna de concreto reforzado, pueden integrarse directamente para estimar las deformaciones de la columna atribuibles a la flexión. Alternativamente, asumiendo una variación lineal en la curvatura sobre la altura de la columna, la contribución de las deformaciones por flexión al desplazamiento de fluencia puede estimarse con la Ecuación 2.34.

$$\Delta_{flex} = \frac{a^2}{3} \phi_y = \frac{a^2 M_{0.004}}{3 EI_{flex}}$$

*Ecuación 2.34*

donde  $M_{0.004}$  es el momento de flexión en el máximo esfuerzo de compresión de 0.004, y  $\phi_y$  es la curvatura de fluencia (Figura 2.25).



*Figura 2.25. Definición de la curvatura de fluencia y rigidez a flexión (adaptada de Elwood y Eberhard, 2009).*

La deformación de la columna debido a cortante dentro de la rama elástica de respuesta es pequeña para la mayoría de las columnas, pero puede ser alta para las columnas robustas con demandas altas de cortante. Antes de agrietarse, la contribución del cortante puede estimarse asumiendo que el módulo efectivo de cortante es igual a la sección gruesa ( $G=E/2.4$ ). Mientras el agrietamiento por cortante aumenta, el módulo efectivo de cortante se reduce.

Para muchas aplicaciones es conveniente estimar el desplazamiento por cortante (Ecuación 2.35) de una columna equivalente en voladizo idealizando la columna como un material isotrópico homogéneo.

$$\Delta_{cortante} = \frac{M_{0.004}}{A_v G_e}$$

*Ecuación 2.35*

donde  $A_v$  es el área de cortante efectivo de la sección transversal de la columna (5/6 del área bruta de una columna rectangular y 85% del área bruta de una circular). En la práctica el módulo efectivo de cortante  $G_e$ , puede aproximarse como la mitad del valor elástico para todos los niveles de deformación.

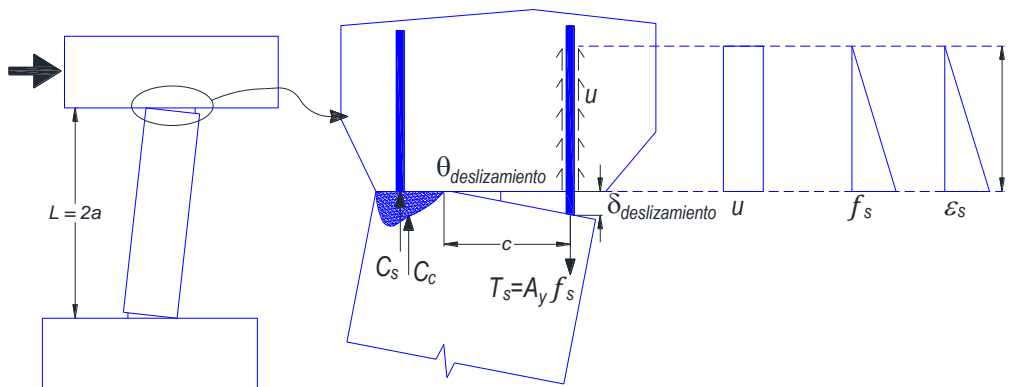
El deslizamiento de las barras de refuerzo dentro de las uniones viga-columna o cimentaciones aumenta los desplazamientos laterales. A continuación, se presenta el desarrollo de una fórmula propuesta por los autores para el cálculo de este desplazamiento debido al deslizamiento de las barras de refuerzo antes de que el acero longitudinal fluya.

Los momentos en los extremos de una columna de concreto reforzado tienden a causar tensión en las barras de refuerzo longitudinal (Figura 2.26). Esta fuerza de tensión  $T_s$  debe resistirse mediante el esfuerzo de adherencia ( $u$ ) entre el acero de refuerzo y el concreto de la cimentación o el nudo. Si se asume un esfuerzo de adherencia constante, las condiciones de equilibrio conducen a la Ecuación 2.36 para determinar la longitud requerida de la barra para resistir  $T_s$ .

$$l = \frac{d_b f_s}{4u}$$

*Ecuación 2.36*

donde;  $d_b$  es el diámetro de la barra de acero, y  $f_s$  es el esfuerzo del acero en el extremo fijo de la columna.



*Figura 2.26. Deformaciones debido a deslizamiento de las barras (adaptada de Elwood y Eberhard, 2009).*

Con base en la Ecuación 2.36 y la Figura 2.26, se puede determinar el deslizamiento de la barra con la Ecuación 2.37.

$$\delta_{deslizamiento} = \frac{\epsilon_s d_b f_s}{8u}$$

*Ecuación 2.37*

La rotación en el extremo de la columna debido al deslizamiento del refuerzo ( $\theta_{deslizamiento}$ ) es dado por la relación del  $\delta_{deslizamiento}$  a la distancia desde el refuerzo al eje neutro ( $c$ ). Usando la Ecuación 2.37 y recordando que  $(\epsilon_s/c)$  es igual a la curvatura en la sección, el



desplazamiento de una columna equivalente en voladizo de longitud  $a$  debido al deslizamiento del acero de refuerzo se define con la Ecuación 2.38.

$$\Delta_{destliz} = a\theta_{destliz} = \frac{ad_b f_s \phi_y}{8u}$$

*Ecuación 2.38*

La Figura 2.27, presenta la contribución que estos parámetros (flexión, cortante, deslizamiento de barras) tienen en la determinación de la rigidez efectiva, se observa que la rigidez varía considerablemente en relación con la carga axial y la relación de aspecto. Para columnas tanto rectangulares como circulares, la deformación por flexión contribuye entre 50 y 100% de la deformación total, dependiendo de la relación de carga axial y la relación de aspecto. Respecto a la contribución de la deformación por deslizamiento, ésta es nula para columnas con cargas axiales elevadas, pero puede representar hasta un 40% en columnas robustas con cargas axiales bajas. Finalmente, con excepción de columnas robustas con cargas axiales elevadas, la contribución de las deformaciones por cortante al desplazamiento de fluencia es inferior al 15%.

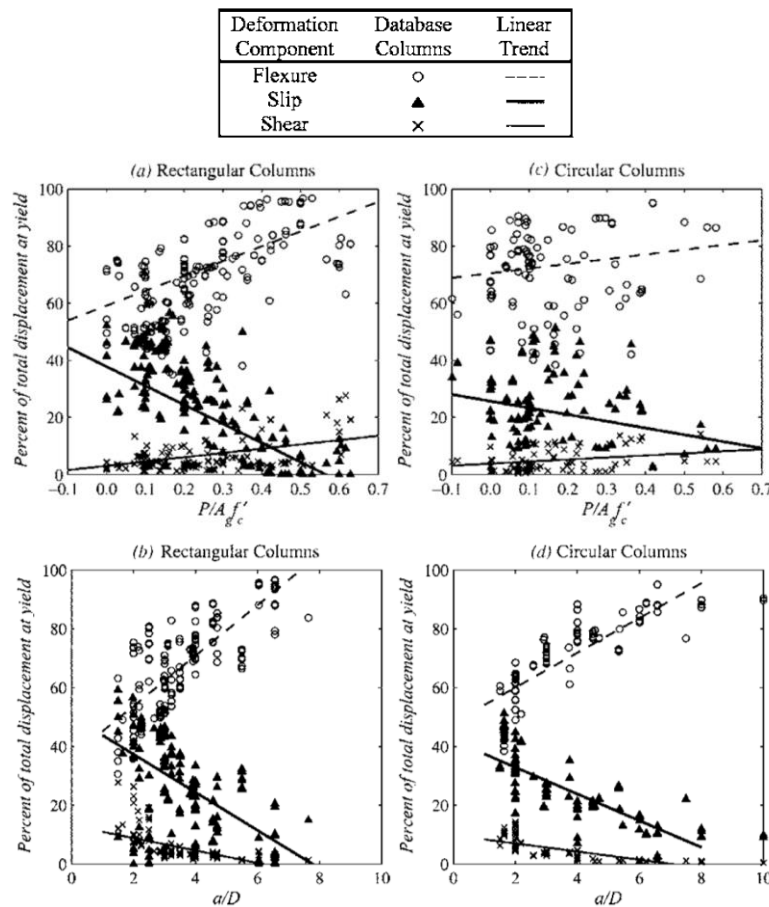


Figura 2.27. Contribución de los componentes en la deformación en función de cargas axiales y relación de aspecto (Elwood y Eberhard, 2009).

En la práctica profesional, es conveniente usar una única rigidez efectiva para una columna. Por lo que, la Ecuación 2.33, puede expresarse en función de parámetros adimensionales, en la que se incluye la influencia de los parámetros anteriormente comentados (Ecuación 2.39).

$$\frac{EI_{efec-cal}}{EI_g} = \frac{\alpha}{\left[ 1 + \frac{3}{8} \frac{d_b}{D} \frac{D}{a} \frac{f_s}{f_y} \frac{f_y}{u} + \frac{18}{5} \alpha \left( \frac{r_v}{D} \right)^2 \left( \frac{D}{a} \right)^2 \frac{E_c}{G_e} \right]}$$

*Ecuación 2.39*

donde  $E$  es el módulo de elasticidad del concreto,  $d_b$  es el diámetro de las barras longitudinales,  $D$  es el diámetro de columnas circulares o el peralte total en columnas rectangulares en la dirección de la carga,  $a$  es el claro de cortante,  $\alpha = \frac{EI_{flex}}{EI_g}$  y  $r_v$  es el radio de giro de la sección de la columna en dirección de la carga ( $r_v^2 = I_g/A_v$ ). Para un valor promedio del esfuerzo de adherencia  $u = 0.8\sqrt{f'_c}$  Mpa ( $u = 9.6\sqrt{f'_c}$  psi), un módulo de cortante efectivo,  $G_e$ , igual a la mitad del valor elástico.

Con propósitos de diseño, los autores desarrollaron una fórmula a partir de la Ecuación 2.39, para el cálculo de la rigidez efectiva en columnas de concreto reforzado (Ecuación 2.40).

$$\frac{EI_{eff cal}}{EI_g} = 0.2 \leq \frac{0.45 + 2.5P/A_g f'_c}{1 + 110 \left( \frac{d_b}{D} \right) \left( \frac{D}{a} \right)} \leq 1.0$$

*Ecuación 2.40*

En la Ecuación 2.40,  $E$  es el módulo de elasticidad del concreto,  $P$  es la carga axial actuante,  $A_g$  es el área transversal de la columna,  $f'_c$  es la resistencia a compresión del concreto,  $d_b$  es el diámetro de las barras longitudinales,  $D$  es el diámetro de columnas circulares o el peralte total en columnas rectangulares en la dirección de la carga, y  $a$  es el claro de cortante.  $d_b/D$  puede aproximarse a 1/25 para columnas de puentes y 1/18 para columnas en edificios.

En la Figura 2.28 se presentan los resultados de la rigidez efectiva de las columnas del estudio, determinadas mediante la Ecuación 2.40. Se observa la dependencia de la rigidez efectiva respecto a la carga axial de la columna y la relación de aspecto. Además, los datos no muestran sesgos respecto a la cuantía de acero ( $\rho$ ).

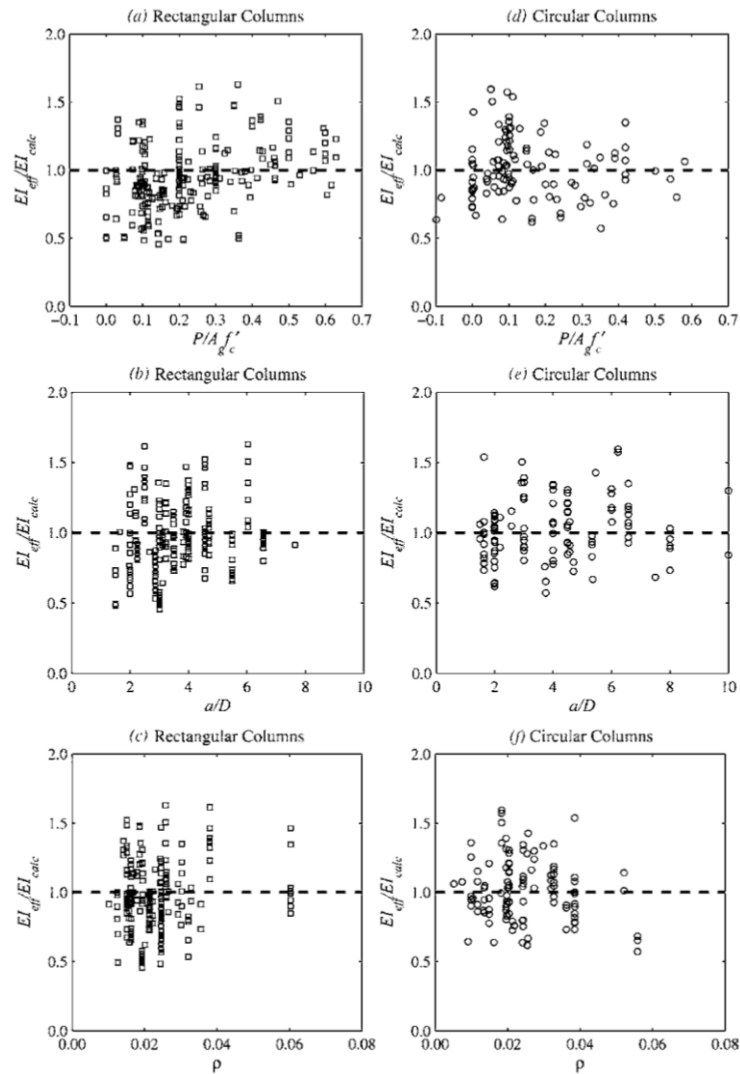


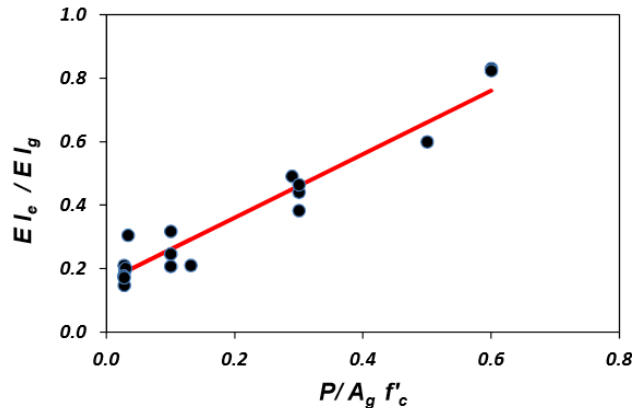
Figura 2.28. Comparación de los cálculos de la ecuación propuesta y la rigidez efectiva medida (Elwood y Eberhard, 2009).

## 2.6. Rodríguez y Restrepo (2012).

Al igual que Haselton *et al.* (2008) y Elwood y Eberhard (2009), Rodríguez y Restrepo (2012), tomaron la base de datos del PEER para realizar el estudio. En este caso, consideraron únicamente los casos de especímenes representativos de columnas en estructuras. Por ejemplo, no consideraron casos en los que, por condiciones de borde de los especímenes, no se representaba de manera adecuada las condiciones de penetración de fluencia del acero de refuerzo longitudinal, como son los casos en los que las columnas se ensayan en doble voladizo. Por lo que finalmente realizaron un análisis considerando 18 columnas de concreto reforzado de sección rectangular.

De los resultados de sus estudios, los autores presentan una fórmula que considera el cálculo de las rigideces efectivas en columnas de acuerdo con la relación de carga axial

$(P/A_g f'_c)$ . Como se aprecia en la Figura 2.29, existe una fuerte correlación entre la rigidez efectiva y la relación de carga axial. Además, como lo señalan los autores, para valores de esta relación menores que 0.3, los cuales se pueden considerar típicos en columnas de edificaciones de concreto, los valores de la rigidez efectiva son menores que  $0.4 EI_g$ . Lo que, conforme a ellos, indica que los reglamentos como el ACI-318-14 y las NTCC-17 están sobreestimando la rigidez efectiva de las columnas.



*Figura 2.29. Rigidez efectiva en columnas rectangulares de concreto reforzado en función de la relación carga axial, resultados experimentales y calculados (Rodríguez y Restrepo, 2012).*

Con base en los resultados, los autores proponen la Ecuación 2.41 para evaluar el momento de inercia efectivo de columnas rectangulares de concreto reforzado.

$$I_e = \left( 0.16 + \frac{P}{A_g f'_c} \right) I_b$$

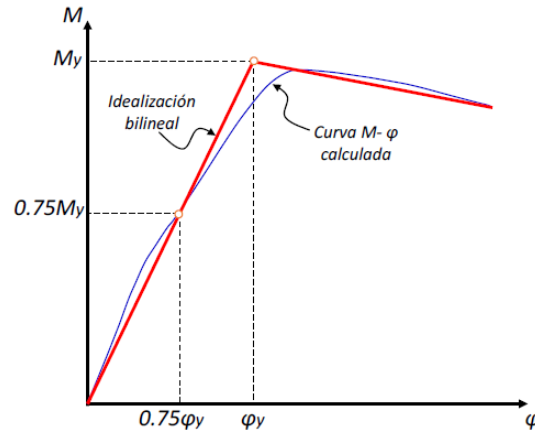
*Ecuación 2.41*

donde;  $P$  es la carga axial actuante,  $A_g$  es el área transversal de la columna,  $f'_c$  es la resistencia a compresión del concreto, medida en cilindros de prueba, e  $I_b$  es el momento de inercia bruto del elemento.

### **2.7. Godínez et al. (2018).**

Los autores presentan un estudio paramétrico en el que evalúan diferentes variables que pueden afectar la determinación de las rigideces efectivas a flexión,  $EI_e$ , en secciones de concreto reforzado sujetas a flexión. Dentro de las variables evaluadas se encuentran: la forma de las secciones transversales (rectangular, L invertida y T), la dimensión de la base de las secciones ( $b$ ), la relación de aspecto ( $h/b$ ), la resistencia a compresión del concreto ( $f'_c$ ), la cuantía de refuerzo a tensión ( $\rho$ ), la relación entre las cuantías de tensión y compresión ( $\rho/\rho'$ ), el detallado de las secciones (dúctil y no dúctil) y, el confinamiento (considerado en función de la separación especificada del refuerzo transversal,  $s$ ).

Para realizar el estudio consideraron elementos con detallado no dúctil (baja ductilidad,  $Q=2$ ) y dúctil (alta ductilidad,  $Q=4$ ). La rigidez efectiva a flexión,  $EI_e$ , se obtuvo con base en relaciones momento-curvatura ( $EI_e=M/\varphi$ ), para las cuales realizaron una idealización bilineal (Figura 2.30). Emplearon el programa BIAX para la obtención de las relaciones momento-curvatura del estudio.



*Figura 2.30. Idealización bilineal considerada para el cálculo de la rigidez efectiva a flexión (Godínez et al., 2018).*

En la Figura 2.31 se presenta un esquema que sintetiza las variables consideradas en el estudio, e indica los intervalos de valores empleados en las mismas. Con la finalidad de evaluar el efecto de la losa, se consideraron vigas de sección rectangular (R), te (T) y L invertida (L). Para cada forma se consideraron cuatro dimensiones de base ( $b$ ) para las secciones transversales ( $b=25, 30, 40$  y  $50$  cm). Para cada base se evaluaron cinco relaciones de aspecto ( $h/b = 1.25, 1.5, 2.0, 2.5$  y  $3.0$ ). Asimismo, para cada base y relación de aspecto, se consideraron seis diferentes resistencias a compresión del concreto ( $f'_c=250, 300, 350, 400, 450$  y  $500$ , en  $\text{kg/cm}^2$ ). Para cada resistencia a compresión se consideraron varias cuantías de refuerzo a tensión, diferenciando entre los requisitos para vigas no dúctiles y dúctiles. En vigas no dúctiles, se consideraron siete cuantías de refuerzo longitudinal a tensión en función de la cuantía de refuerzo balanceada ( $\rho_{min}=0.7 \sqrt{f'_c}/f_y, 0.25\rho_{bal}, 0.35\rho_{bal}, 0.45\rho_{bal}, 0.55\rho_{bal}, 0.65\rho_{bal}, 0.75\rho_{bal}$ ). Para las vigas dúctiles se consideraron seis cuantías ( $\rho=0.010, 0.0125, 0.0175, 0.020, 0.0225$  y  $0.025$ ), siendo los límites inferior y superior los correspondientes a las cuantías mínimas y máximas. También, para cada una de estas cuantías se evaluaron siete relaciones entre cuantías de refuerzo por tensión y compresión ( $\rho/\rho' = 0.5, 0.75, 1.0, 1.25, 1.5, 1.75$  y  $2.0$ ). Finalmente, por cada relación  $\rho/\rho'$  se evaluó el efecto del confinamiento considerando tres diferentes separaciones del refuerzo transversal. En este caso se emplearon las recomendaciones de las NTCC-04 referentes a los requisitos mínimos de confinamiento. En resumen, el número de secciones estudiadas para cada forma, separación de estribos y base fue de 2,730. Por lo tanto, para las cuatro bases consideradas se obtuvo un total de 10,920 secciones a estudiar. Al considerar las tres formas (R, L y T), el total de secciones estudiadas para cada separación de estribos es de 32,760.

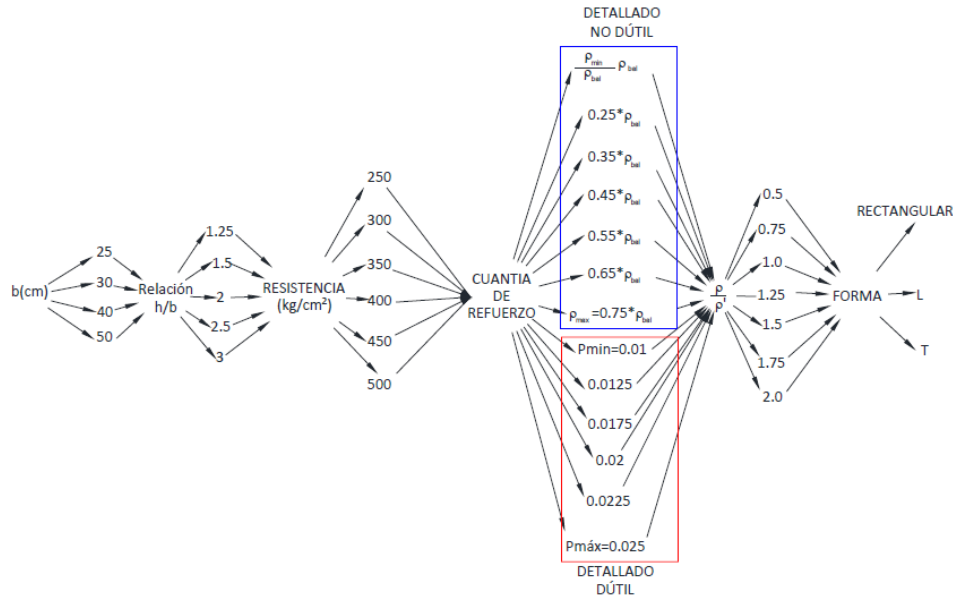


Figura 2.31. Esquema descriptivo del estudio paramétrico (Godínez et al., 2018).

En palabras de los autores, el detallado de los elementos estructurales ha mostrado ser uno de los aspectos de mayor relevancia durante la respuesta estructural ante sismos intensos. En la Figura 2.32 se muestra el efecto del confinamiento, específicamente asociado a su efecto en función de la consideración de diferentes separaciones del refuerzo transversal (para un mismo armado y tipo de detallado,  $Q=2$ ). Como es bien sabido (Park y Paulay 1986), el efecto del confinamiento es notorio en la capacidad de deformación última de las secciones transversales (curvatura última). Sin embargo, su efecto en la rigidez efectiva es despreciable. Lo anterior se debe a que, a niveles bajos del esfuerzo de compresión, el refuerzo transversal apenas está esforzado y el propio refuerzo no afecta el comportamiento del concreto, contrario a lo que ocurre a niveles de deformación elevados, donde el confinamiento que ejerce el acero de refuerzo al concreto, mejora considerablemente sus características esfuerzo-deformación (Godínez et al. 2018). Por esta razón, los autores únicamente muestran los resultados correspondientes a una separación de estribos uniforme ( $s=10$  cm).

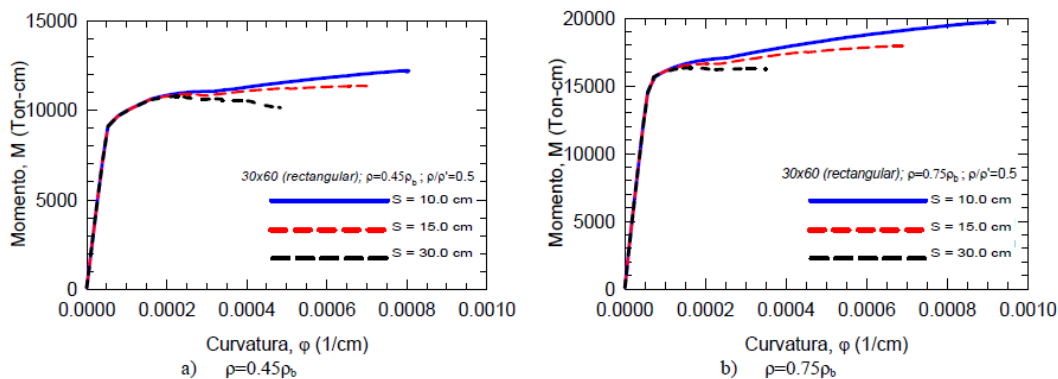


Figura 2.32. Efecto de la separación de estribos en la rigidez efectiva a flexión de vigas (Godínez et al., 2018).

Los autores consideraron distribuciones de acero de refuerzo realistas, procurando que los arreglos planteados se aproximaran, en la medida de lo posible, a las cuantías de refuerzo teóricas. En la Figura 2.33, se muestra la influencia de la cuantía de refuerzo en tensión,  $\rho$ , en la rigidez efectiva a flexión,  $EI_e$ . Esto permite comparar, aunque no de forma directa, los factores de rigidez, con los actualmente propuestos en las NTCC-17 para el cálculo de rigideces efectivas en vigas con fines de diseño sísmico ( $EI_e=0.5 EI_g$ ). Los autores realizan la comparación teniendo en cuenta que los resultados expuestos corresponden únicamente a las secciones extremas de un elemento estructural, zonas donde se concentrarían las demandas de deformación plástica ante un evento sísmico intenso, y no representan la rigidez efectiva promedio del elemento estructural, como se considera, teóricamente, en las NTCC-17.

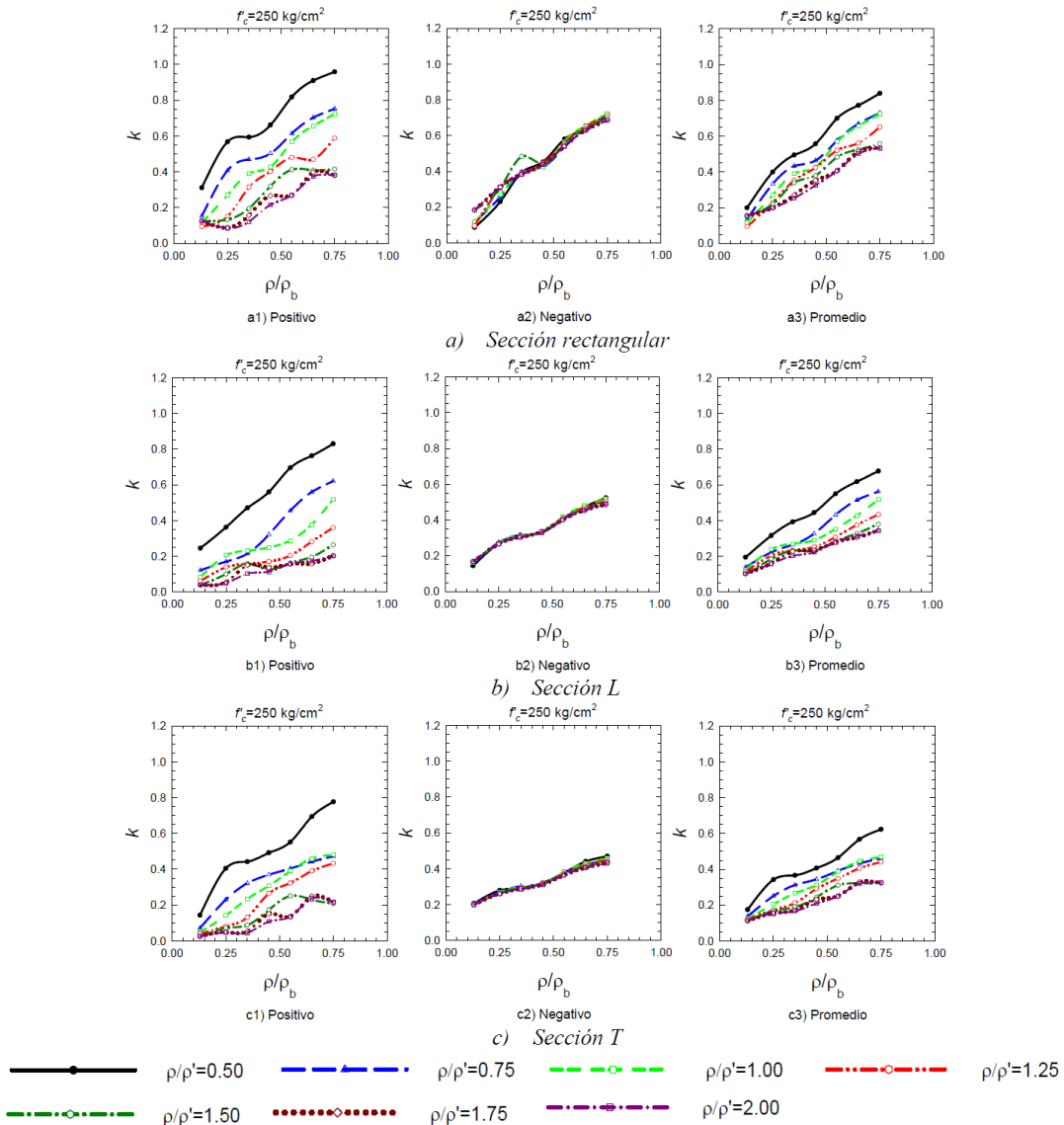


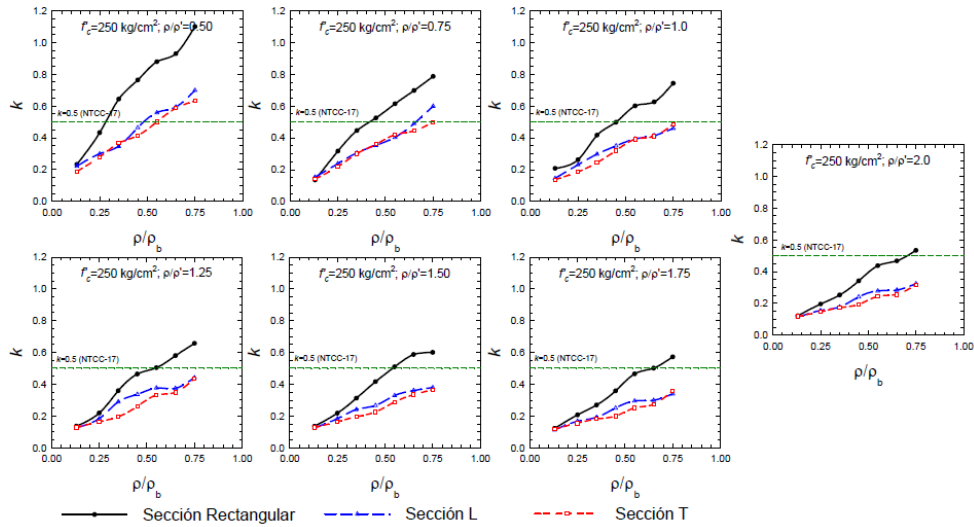
Figura 2.33. Influencia de la cuantía de refuerzo longitudinal en la rigidez efectiva para diferentes relaciones  $\rho/\rho'$ ,  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ , detallado no dúctil, para una viga de sección  $40 \times 60 \text{ cm}$  (Godínez et al., 2018).

De los resultados obtenidos, los autores observaron que un incremento de la cuantía de refuerzo en tensión,  $\rho$ , representa un incremento significativo en la relación de rigideces ( $k=I_e/I_g$ ), lo cual es congruente para las tres diferentes formas de secciones transversales consideradas (rectangular, L y T). Lo anterior coincide con lo observado por Khuntia y Ghosh (2004a). Sin embargo, dada la dispersión obtenida en la parte positiva, de las curvas asociadas a los valores promedio, los autores observaron que sí existe un efecto de la relación  $\rho/\rho'$  en la determinación de la relación de rigideces,  $k$ , en lo que difieren a lo reportado por Khuntia y Ghosh (2004a). En prácticamente todos los casos se observa que conforme se incrementa la relación  $\rho/\rho'$  la relación de rigideces decrece, tanto para detallado no dúctil como dúctil.

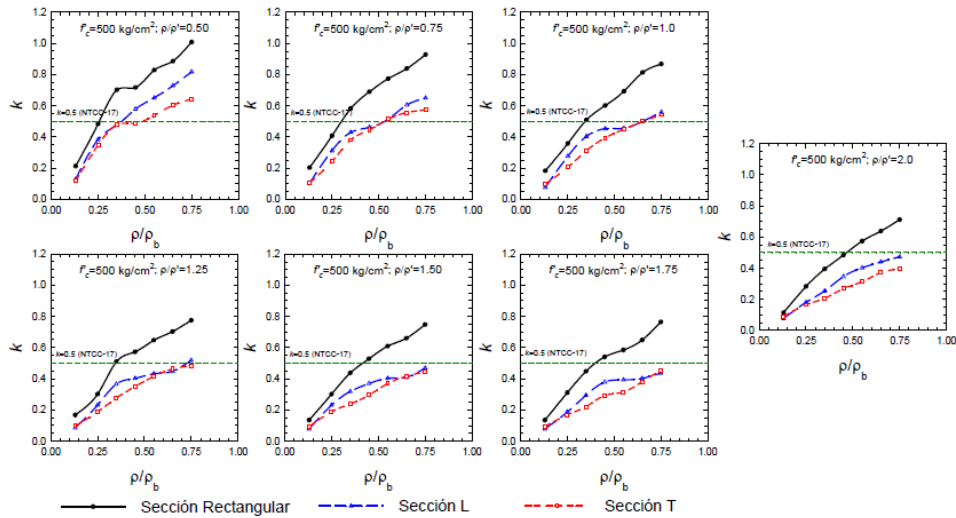
Los autores también estudiaron el efecto de la resistencia a compresión del concreto, de lo cual observaron que, en general, para el caso de elementos con detallado no dúctil con cuantías mayores a la mínima, existe un incremento de la rigidez efectiva conforme se incrementa la resistencia a compresión, mientras que para el caso de elementos con detallado dúctil, contrario a lo observado en los modelos no dúctiles, al incrementar la resistencia a compresión del concreto, la rigidez efectiva decrece. Lo anterior puede deberse a que cuando se incrementa la resistencia del concreto, la profundidad de las grietas de flexión se incrementa, pues la profundidad del eje neutro decrece para mantener el equilibrio de fuerzas, conduciendo a una reducción del momento de inercia efectivo (Godínez *et al.* 2018).

Con la finalidad de evaluar el efecto de la forma de la sección, los autores comparan curvas correspondientes a vigas con detallado no dúctil de sección rectangular, L y T, asociadas a diferentes relaciones  $\rho/\rho'$  y dos diferentes valores de  $f'_c$  (250 y 500 kg/cm<sup>2</sup>) (Figura 2.34). En la que observaron que conforme se incrementa la relación  $\rho/\rho'$ , la relación de rigideces,  $k$ , decrece, independientemente de la forma de la sección transversal. Además, al incrementarse la relación  $\rho/\rho'$  ( $\rho/\rho' \geq 1$ ), las curvas correspondientes a las secciones L y T son más próximas entre sí, para todas las resistencias a compresión consideradas, lo cual es congruente con el criterio de las NZS-06, en que se establece un criterio uniforme para ambas formas. Los factores de rigidez obtenidos para vigas de sección rectangular resultan siempre mayores a los correspondientes a vigas de sección L y T.





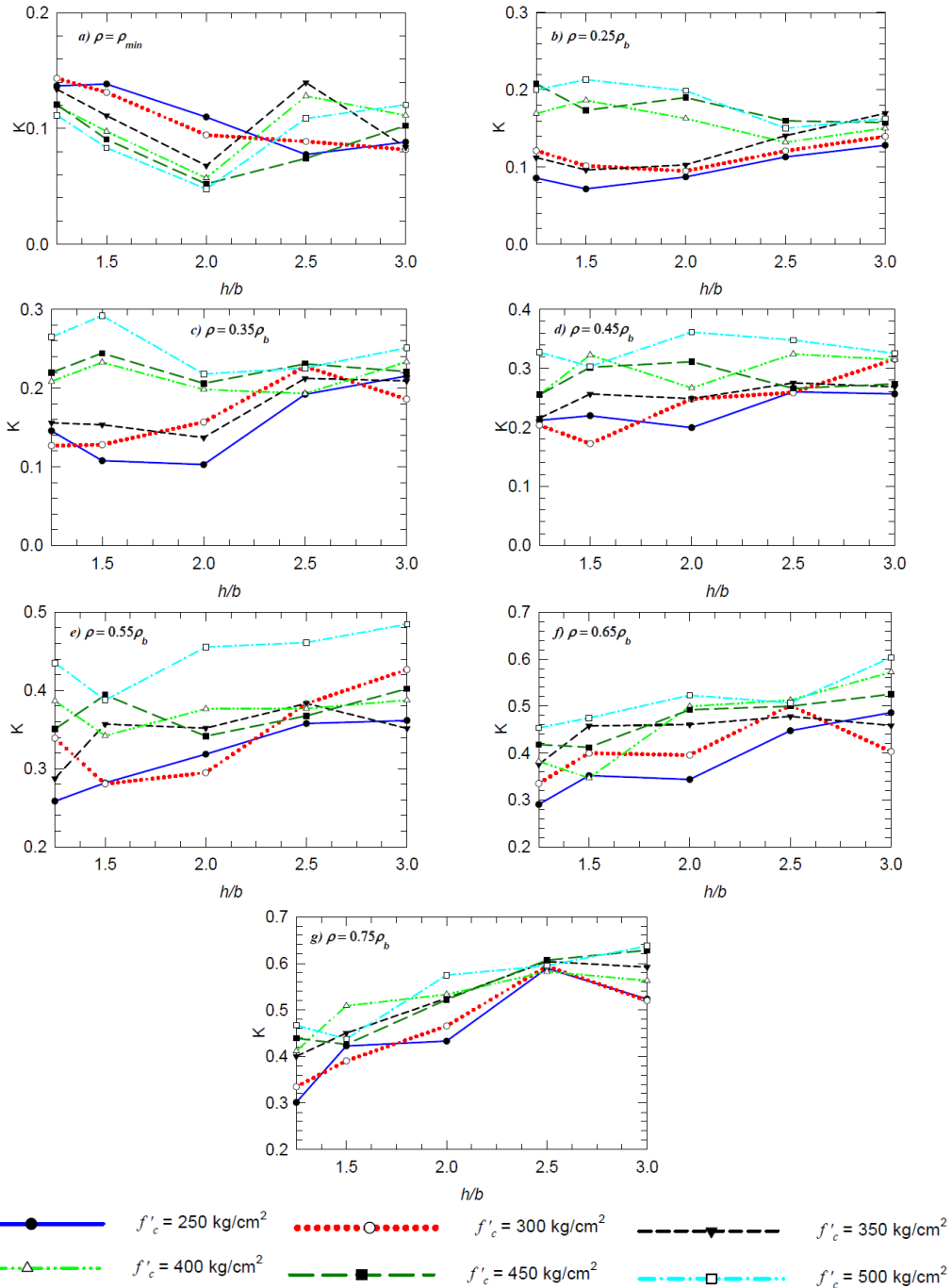
a) Viga de sección 30 x 60 cm,  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$



b) Viga de sección 30 x 60 cm,  $f'_c = 500 \text{ kg/cm}^2$

Figura 2.34. Influencia de la forma de la sección transversal (Godínez et al., 2018).

En la Figura 2.35 se ilustra de forma simultánea, tanto el efecto de la variación de la resistencia a compresión como de la cuantía de refuerzo, conforme varía la relación  $h/b$ . Los autores observaron que, aunque existen fluctuaciones en las curvas, para la mayoría de los casos, cuando la relación  $h/b \geq 2.0$ , el valor de la rigidez efectiva crece conforme lo hace la relación  $h/b$ . Asimismo, en la mayoría de los casos, cuando  $h/b < 2.0$ , el valor de  $k$  decrece. El comportamiento no indica un incremento constante de la rigidez efectiva conforme incrementa la relación  $h/b$ , sino más bien, se observan zonas con diferentes tendencias en función del intervalo de valores en que se encuentren las variables en consideración (Godínez et al. 2018).



*Figura 2.35. Efecto de la relación de aspecto,  $b/h$  vs  $k$ , sección  $b=30\text{cm}$  y  $\rho/\rho'=2.0$ , para cada cuantía (Godínez et al., 2018).*

Los autores concluyen que, sus resultados evidencian la complejidad del fenómeno, pues la variación de la rigidez efectiva es función no solamente del efecto conjunto de las variables consideradas ( $\rho$ ,  $f'_c$ ,  $\rho/\rho'$ ,  $h/b$ ), sino también del valor o intervalo de valores que estas adopten.

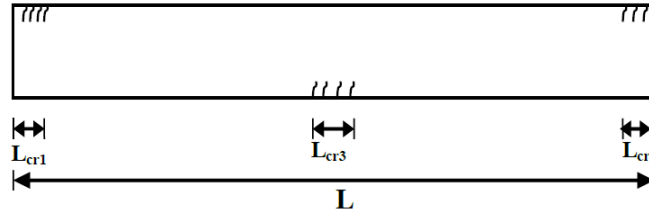
## **2.8. Tena (2019).**

El autor presenta una serie de argumentos, apoyándose en resultados analíticos y evidencia experimental, con los que discute y reflexiona respecto a los criterios para la estimación de la rigidez efectiva de elementos estructurales de concreto reforzado, que recomiendan reglamentos y normas internacionales de diseño, los cuales se basan en algunos de los estudios analíticos/experimentales que se presentaron en secciones anteriores de este capítulo. El autor considera excesivas las recomendaciones de los reglamentos de diseño, como el considerar el 50% o hasta 35% de la inercia de la sección gruesa como inercia efectiva para realizar los análisis elásticos, como se recomienda en las NTCC-17 y el ACI-318-14, para todos los elementos en toda la altura del edificio.

Tena (2019) comenta que los fundamentos de los criterios para considerar inercias efectivas hechas por investigadores y reglamentos de diseño, surgen con base en un excelente estudio realizado por Hage y MacGregor en 1974, que se desarrolló para determinar la rigidez secante de una viga aislada a un daño muy importante, es decir, representativa del agrietamiento y daño después de la ocurrencia del sismo, no antes de que este se presente.

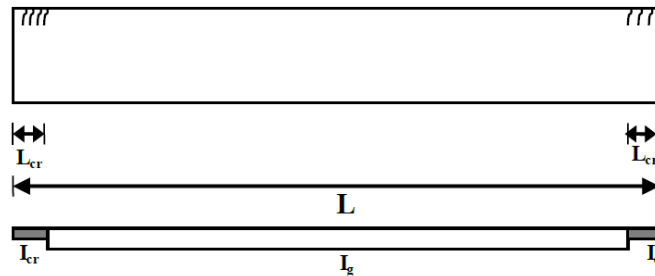
El autor comenta que, para calcular una rigidez efectiva a flexión, se debe tomar en cuenta la variación de las propiedades de la sección transversal (inercia, área, área de cortante) y del módulo de elasticidad en toda la longitud del elemento, no sólo en una “rebanada infinitesimal” o parte de la sección transversal, como lo plantean los estudios citados anteriormente en este capítulo, y, por ello, conforme a los principios fundamentales de análisis, esta rigidez se debe obtener mediante una integral de volumen a lo largo y ancho de todo el elemento de interés.

A pesar de que el autor considera poco realista e innecesario el incluir secciones efectivas para tomar en cuenta agrietamientos en el diseño sismorresistente de estructuras de concreto reforzado, en su artículo se presentan ecuaciones simplificadas, pero racionales, que el autor desarrolló a partir de sólidos fundamentos del análisis estructural, en caso de que algunos ingenieros deseen tomar rigideces efectivas en secciones de concreto, si se considera que en ciertos casos especiales algunas cuantas vigas de concreto reforzado bien diseñadas para fallar dúctilmente a flexión ante combinaciones de cargas verticales y laterales, presenten agrietamientos incipientes ante la acción de las cargas verticales y acciones accidentales frecuentes (vientos y/o sismos de pequeña magnitud) antes de la acción de un sismo de gran magnitud. En ese caso, las regiones críticas serían (Figura 2.36): a) los extremos de las vigas donde se desarrollarían las articulaciones plásticas en un estado de prevención de colapso y, b) en algunos casos, en la zona cercana al centro del claro, cuando dominen en el diseño las cargas gravitacionales.



*Figura 2.36. Secciones de potencial agrietamiento en una viga prismática continua bien diseñada para fallar dúctilmente a flexión (Tena, 2019).*

Si se realiza una simplificación adicional, en la cual se supone que la viga forma parte de un edificio en una zona fuertemente sísmica, por lo que, el diseño se rige por las combinaciones con sismo, entonces el agrietamiento en la zona central de la viga por cargas gravitacionales pudiera despreciarse, por lo que la sección efectiva de diseño sería la mostrada en la Figura 2.37, donde además se presenta la idealización de la viga continua con fines de rigidez. Si para fines prácticos se supone que el armado en ambos extremos de la viga es simétrico y, por ello, la inercia agrietada efectiva ( $I_{cr}$ ) y la longitud de agrietamiento ( $L_{cr}$ ) en esa zona es similar en ambos extremos, y se supone que la sección de concreto reforzado es homogénea también, entonces se puede estimar la rigidez efectiva a flexión del elemento por integración, empleando cualquier procedimiento válido en elementos finitos o en análisis estructural tradicional.



*Figura 2.37. Secciones de potencial agrietamiento en una viga prismática continua bien diseñada para fallar dúctilmente a flexión en una zona altamente sísmica y una consideración simplista y aproximada de las inercias efectivas para fines de análisis (Tena, 2019).*

Empleando el método de las flexibilidades, integrando e invirtiendo la matriz de flexibilidad para obtener los coeficientes de rigidez a flexión, si se desprecian las deformaciones por cortante se obtiene, suponiendo que el módulo de elasticidad del concreto ( $E_c$ ) es constante a lo largo y ancho de todo el elemento, que el momento de inercia efectivo equivalente para toda la viga ( $I_{ef}$ ), se puede aproximar bajo estas hipótesis como se indica en la Ecuación 2.42:

$$I_{ef} = I_g \left( \frac{A}{4AB - 3B^2} \right)$$

*Ecuación 2.42*

Para el cálculo de los coeficientes  $A$  y  $B$ , se emplean la Ecuación 2.43 y la Ecuación 2.44. En el caso de que las deformaciones por cortante sean consideradas, la expresión para el coeficiente  $A$  tiene un término adicional para tomar en cuenta dicha deformación, por lo que, en este caso se emplea la Ecuación 2.45.

$$A = 1 + \left[ \frac{I_g}{I_{cr}} - 1 \right] \left[ 2 \left( \frac{L_{cr}}{L} \right)^3 - 3 \left( \frac{L_{cr}}{L} \right)^2 + 3 \frac{L_{cr}}{L} \right]$$

*Ecuación 2.43*

$$B = 1 + 2 \frac{L_{cr}}{L} \left( \frac{I_g}{I_{cr}} - 1 \right)$$

*Ecuación 2.44*

$$A = 1 + \left[ \frac{I_g}{I_{cr}} - 1 \right] \left[ 2 \left( \frac{L_{cr}}{L} \right)^3 - 3 \left( \frac{L_{cr}}{L} \right)^2 + 3 \frac{L_{cr}}{L} \right] + \frac{\Phi}{4} \left[ 1 + 2 \left( \frac{L_{cr}}{L} \right) \left( \frac{A_{cg}}{A_{ccr}} - 1 \right) \right]$$

*Ecuación 2.45*

$$\Phi = \frac{12E_c I_g}{G_c A_{cg} L^2}$$

*Ecuación 2.46*

donde  $I_{cr}$  es el momento de inercia de la sección agrietada,  $L_{cr}$  es la longitud supuesta donde ocurrirá este agrietamiento en los extremos de las vigas (Figura 2.37),  $\Phi$ ,  $E_c$  y  $G_c$  son respectivamente el coeficiente adimensional de la deformación por cortante, el módulo de elasticidad y el módulo de rigidez a cortante del concreto bajo un modelado elástico lineal, homogéneo e isotrópico,  $A_{cg}$  es el área de cortante de la sección gruesa y  $A_{ccr}$  es el área de cortante efectiva de la sección agrietada.

Para ilustrar el impacto de considerar el agrietamiento en vigas de una manera práctica, pero racional, el autor realizó una comparativa en la cual contempló las siguientes suposiciones, que en sus propias palabras considera demasiado conservadoras: a) se desprecian las deformaciones por cortante, por ser poco significativas en vigas bien proporcionadas, b) tres longitudes de agrietamiento  $L_{cr} = 0.25h$ ,  $0.5h$  y  $0.75h$  y, c) tres rigideces efectivas para la sección transversal considerando el agrietamiento:  $I_{cr} = 0.35I_g$ ,  $0.5I_g$  y  $0.7I_g$ . Las curvas obtenidas para las distintas relaciones claro-peralte consideradas, se muestran en la Figura 2.38. Como era esperado por el autor, la inercia efectiva aumenta a medida que: a) el claro efectivo de la viga ( $L/h$ ) aumenta, b) la inercia de la sección agrietada ( $I_{cr}$ ) aumenta y, c) la longitud de agrietamiento ( $L_{cr}$ ) disminuye. De la Figura 2.38, el autor comenta que el caso más representativo y conservador para una viga estaría dado por la curva donde  $I_{cr}=0.5I_g$  y  $L_{cr}=0.5h$ , y para esta curva observó que la rigidez efectiva más baja es 71.2% de la inercia gruesa para la relación de aspecto más baja que permiten las normas de diseño mexicanas para el diseño de una viga a flexión ( $L/h=5$ ), pero si la viga está bien proporcionada ( $L/h>9$ ), entonces es igual o mayor al 80.3%.

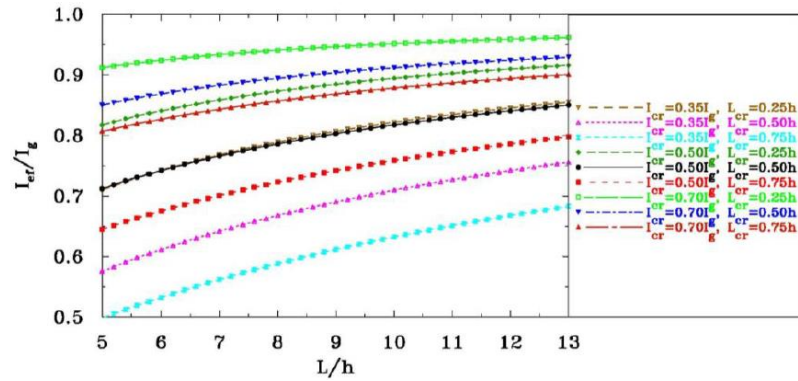


Figura 2.38. Variación de la inercia efectiva para vigas prismáticas para distintas hipótesis de la inercia agrietada efectiva de la sección transversal ( $I_{cr}$ ) y la extensión de la longitud de agrietamiento ( $L_{cr}$ ) en los extremos de la viga (Tena, 2019).

Finalmente, el autor es de la opinión que en las investigaciones relacionadas con el diseño sismorresistente, se debería enfatizar y promover medios racionales para evitar el agrietamiento y el daño severo de los elementos estructurales principales de concreto reforzado, más que promoverlos con planteamientos como el de las “secciones efectivas”, si en realidad lo importante en nuestro trabajo y nuestro compromiso con la sociedad es “controlar al daño estructural”, para proteger a las estructuras, a la gente y a su principal patrimonio (Tena, 2019).

## 2.9. Comentarios

Contrario a lo que se reporta en la mayoría de los estudios citados anteriormente, Tena y Correa (2008) y Tena (2019), comentan que todo edificio nuevo que aún no experimenta sismo cuenta con todos sus elementos estructurales intactos y con las propiedades de las secciones brutas. Ya que modelar marcos considerando que sus elementos tienen una reducción considerable en la inercia de su sección bruta contempla una degradación importante de la rigidez de estos, lo cual para una estructura diseñada con reglamentos modernos solo puede estar asociado a un estado último de deformación. A la vez refieren, que los criterios para considerar el agrietamiento estipulado en algunos reglamentos internacionales pueden ser imperfectos, pues la degradación de la rigidez de los elementos estructurales en elevación y en planta no es uniforme.

Además, es importante tomar en cuenta algunas consideraciones para el diseño sísmico de estructuras en las que se usen secciones agrietadas. Cuando se considera que las trabes de una estructura están agrietadas, la rigidez disminuye y, su periodo fundamental ( $T_{cr}$ ) y de orden superior aumentan; sin embargo, esto no necesariamente redundará en un aumento de las fuerzas laterales de diseño. Si el periodo fundamental elástico de la estructura ( $T_e$ ) se encuentra cerca del final de la meseta del espectro para diseño sísmico, un aumento en el periodo por considerar secciones agrietadas ( $T_{cr}$ ) podría llevarlo más allá del periodo característico ( $T_b$ ), ubicándolo en la zona de la caída de las ordenadas espectrales, lo cual derivaría en la obtención de demandas sísmicas menores, como se aprecia en la Figura 2.39, teniendo así diseños inseguros. Aunque las recomendaciones de reducir las inercias gruesas de las secciones son buenas, no puede generalizarse su aplicación, pues esto podría llevar en

algunos casos a diseños inseguros y en otros a diseños demasiado conservadores (Tena y Correa, 2008).

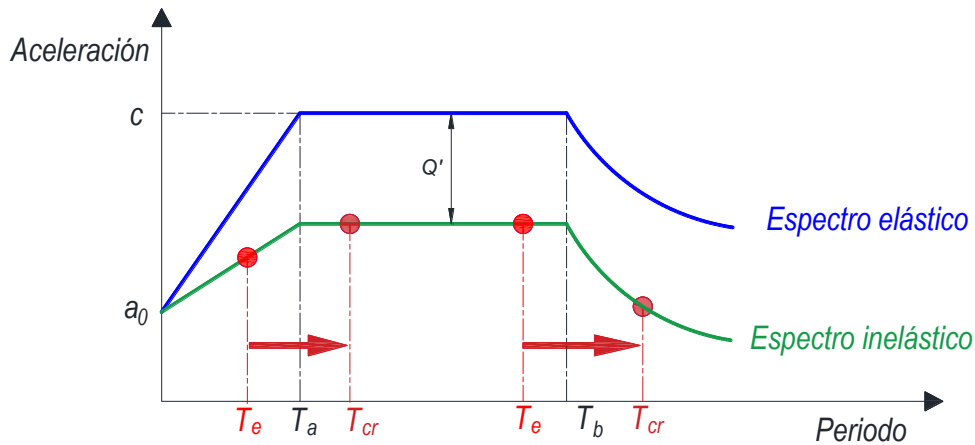


Figura 2.39. Ilustración simplista de por qué no resulta siempre seguro diseñar estructuras de concreto reforzado considerando una rigidez agrietada en vigas (adaptada de Tena y Correa, 2008).

Teniendo en cuenta lo anterior, la experiencia y conocimientos del diseñador juegan un papel muy importante en los criterios de diseño a considerar, pues es el diseñador quien debe tener siempre como principal objetivo brindar estructuras seguras y con la capacidad de presentar un comportamiento adecuado ante eventos sísmicos o de cualquier otra naturaleza, contemplados dentro de las normativas de diseño. Finalmente, se puede comentar que, en su mayoría, los estudios comentados en este capítulo concluyen que la correcta determinación de la rigidez efectiva de los elementos estructurales de concreto reforzado, está fuertemente relacionada con parámetros como la geometría de la sección, la cuantía de acero longitudinal, la resistencia a compresión del concreto y la relación de carga axial, entre otros. Sin embargo, como lo comenta Tena (2019), debe tenerse en cuenta que la degradación de rigidez de los elementos estructurales no es uniforme en planta y elevación, por lo que es necesario realizar estudios que determinen la variación de esta degradación, considerando la ubicación del elemento dentro del sistema global. Todos estos aspectos no se consideran explícitamente en las NTCC-17.

# **CAPÍTULO 3**

***CRITERIOS REGLAMENTARIOS  
PARA LA CONSIDERACIÓN DE  
LAS RIGIDECES EFECTIVAS EN  
EL PROCESO DE DISEÑO  
SÍSMICO***



## **CAPÍTULO 3 . CRITERIOS REGLAMENTARIOS PARA LA CONSIDERACION DE LAS RIGIDECES EFECTIVAS EN EL PROCESO DE DISEÑO SÍSMICO.**

### **3.1. Introducción.**

Un aspecto de gran importancia dentro del ámbito del análisis y diseño sísmico de estructuras de concreto reforzado radica en la adecuada estimación de las rigideces efectivas de los elementos estructurales para considerar el efecto del agrietamiento.

La selección de un criterio arbitrario para definir las rigideces efectivas de los elementos estructurales puede conducir a diseños no conservadores, pues podría diseñarse una estructura para niveles de aceleración menores que los que realmente experimentaría durante un evento sísmico importante, así como brindar a la estructura una capacidad de deformación insuficiente para garantizar un comportamiento estructural congruente con la filosofía de diseño, en que se garantice la seguridad de sus habitantes (Godínez *et al.* 2018).

Como se comentó en el capítulo anterior, existen diversos estudios analíticos y/o experimentales enfocados en la definición de criterios para la estimación de rigideces efectivas de elementos de concreto reforzado. Algunos de los estudios comentados se han empleado como base para el planteamiento de propuestas reglamentarias (ACI-318-14, Euro código, NZS-06, NTCC-17), y aunque en dichas propuestas existen algunas variaciones, en general, el criterio se basa en reducir el momento de inercia de la sección gruesa mediante el empleo de factores simplificados.

Con la finalidad de identificar las principales diferencias entre los reglamentos internacionales con la normativa actual en México, a continuación, se presenta una breve descripción de las principales reglas normativas que existen para determinar la rigidez efectiva a flexión de elementos de concreto reforzado.

Las propuestas a las que se hace referencia se enlistan a continuación:

1. Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, y sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17 2017).
2. Reglamento del Instituto Americano de Concreto (ACI-318-14 2014).
3. Reglamento de Nueva Zelanda (2006)
4. Eurocódigo
5. Código Canadiense
6. Instituto de Arquitectura de Japón (AIJ)
7. Normas Iraníes
8. Código Rumano
9. Pre-estándar y Comentarios para la Rehabilitación Sísmica de Edificios (FEMA-356). Es importante hacer notar que este documento no es un reglamento.

En las secciones posteriores,  $I_g$  representa el momento de inercia grueso de la sección,  $A_g$  es el área total de la sección transversal,  $E_c$  es el módulo de elasticidad del concreto,  $f'_c$  es la resistencia índice a compresión del concreto,  $h$  el peralte de las secciones transversales,  $L$  el claro libre de las vigas,  $I_e$  el momento de inercia efectivo (calculado como un porcentaje de  $I_g$ ) y,  $E_c I_e$  la rigidez efectiva de los elementos estructurales.

### **3.2. Evolución de los criterios en los reglamentos de México.**

Después de las lamentables experiencias derivadas de los sismos de septiembre de 1985, hubo la imperiosa necesidad de replantear los requisitos estipulados en el Reglamento de Construcciones y las correspondientes Normas Técnicas Complementarias del Distrito Federal (hoy la Ciudad de México). Uno de los aspectos de mayor relevancia fue el asociado a un incremento considerable en las aceleraciones de diseño, pues el peligro considerado en el reglamento de 1976 claramente no estuvo acorde a los niveles de aceleración observados en la zona del Lago (Gómez 2002, Godínez 2005). Por lo tanto, se emitieron las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el D.F. publicadas el 19 de noviembre de 1987. Existieron muchos cambios; sin embargo, en esta versión no se consideraba ningún criterio para la determinación de rigideces efectivas en el proceso de diseño sísmico de las estructuras de concreto reforzado. Fue hasta la actualización del 06 de octubre de 2004, cuando se publicaron las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-04 2004), en las que se especifica que en el cálculo de las rigideces de los miembros estructurales se tomará en cuenta el efecto del agrietamiento. En esta versión de las normas, se estipula que las rigideces efectivas de vigas y muros agrietados se calculan con la mitad del momento de inercia de la sección bruta de concreto ( $E_c I_e = 0.5 E_c I_g$ ), y las rigideces de columnas y muros no agrietados se calculan con el momento de inercia total de la sección bruta de concreto. En vigas T, la sección bruta debe incluir los anchos de patín. Es notorio que únicamente se contemplaba el efecto del agrietamiento en vigas, mientras que las columnas se diseñaban empleando el momento de inercia total; es decir, con secciones brutas.

En las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17 2017) del nuevo Reglamento de Construcciones para la Ciudad de México (RCDF-17 2017), que entró en vigor el 15 de diciembre de 2017, se presentan cambios referentes al criterio empleado para la definición de las rigideces efectivas en elementos estructurales de concreto reforzado, en particular para el caso de las columnas, siguiendo la tendencia internacional, los cuales se resumen a continuación.

#### **3.2.1. Criterios de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17).**

De acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17 2017) del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF-17 2017), los criterios para la consideración del agrietamiento durante la etapa de diseño sísmico en elementos de concreto reforzado son las siguientes:

**CAPÍTULO 3. CRITERIOS REGLAMENTARIOS  
PARA LA CONSIDERACIÓN DE LAS RIGIDECES  
EFECTIVAS EN EL PROCESO DE DISEÑO  
SÍSMICO.**

Las rigideces de vigas y muros agrietados se calculan con el módulo de elasticidad del concreto,  $E_c$ , y con los siguientes momentos de inercia efectivos de los elementos:

- a) Vigas y muros agrietados  $0.5I_g$  (en vigas T, la sección bruta debe incluir los anchos de patín)
- b) Columnas agrietadas  $0.7I_g$
- c) Columnas y muros no agrietados se calculan con el momento de inercia total de la sección bruta de concreto.

Además de los valores indicados en el párrafo anterior, en la sección 3.2.1.2 de las NTCC-17 (Análisis no lineal), se permite el uso de la Ecuación 3.1 en la zona central de la barra (zona con comportamiento elástico en un modelo de plasticidad concentrada), propuesta por Haselton *et al.* (2008). Este criterio se comentó con detalle en la sección 2.4 de esta tesis, y corresponde al caso de la estimación de una rigidez secante inicial asociada al 40% de la fuerza de fluencia (Figura 2.19), en su forma completa.

$$I_e = I_g \left( -0.02 + 0.98 \left( \frac{P}{A_g f'_c} \right) + 0.09 \left( \frac{L_s}{H} \right) \right) \text{ donde } 0.35I_g \leq I_e \leq 0.8I_g$$

*Ecuación 3.1*

### 3.3. Criterios del Instituto Americano del Concreto (ACI-318-14 2014).

En el Reglamento ACI-318-14, se menciona lo siguiente sobre los criterios para considerar el agrietamiento con fines de diseño sísmico:

Los momentos de inercia de los elementos de concreto reforzado pueden calcularse con ayuda de la Tabla 3.1, a menos que se emplee un análisis más riguroso. Cuando existen cargas laterales sostenidas, el momento de inercia,  $I$ , para las columnas y muros debe dividirse por  $(1+\beta_{ds})$ , donde  $\beta_{ds}$  es la relación entre la máxima fuerza cortante sostenida factorizada dentro de un piso y la máxima fuerza cortante en ese piso asociada con la misma combinación de carga.

*Tabla 3.1. Momento de inercia y área de la sección transversal permitidos para el análisis elástico al nivel de carga factorizada (ACI-318-14).*

Elemento y condición		Momento de inercia	Área de la sección transversal
Columnas		$0.70 I_g$	$1.0 A_g$
Muros	No fisurados	$0.70 I_g$	
	Fisurados	$0.35 I_g$	
Vigas		$0.35 I_g$	
Placas planas y losas planas		$0.25 I_g$	

El momento de inercia de vigas T debe basarse en el ancho efectivo del alma. Se indica que, en general, es suficientemente preciso tomar  $I_g$  para una viga T como dos veces

**CAPÍTULO 3. CRITERIOS REGLAMENTARIOS  
PARA LA CONSIDERACIÓN DE LAS RIGIDECES  
EFECTIVAS EN EL PROCESO DE DISEÑO  
SÍSMICO.**

el  $I_g$  del alma (Ecuación 3.2). Como se comenta en Godínez *et al.* (2017), esta simplificación para el cálculo del momento de inercia en vigas T puede no ser siempre adecuado.

$$2 \left( \frac{b_w h^3}{12} \right)$$

*Ecuación 3.2*

donde;  $b_w$  es el ancho efectivo del alma y  $h$  es la altura del alma.

Los momentos de inercia especificados en la Tabla 3.1 fueron tomados del estudio desarrollado por MacGregor and Hage en 1977, los cuales incluyen un factor de reducción de rigidez  $\phi_k=0.875$ . Por ejemplo, el momento de inercia para columnas es  $0.875(0.8I_g)=0.7I_g$ .

Como alternativa, se permite que los momentos de inercia de los elementos sometidos a compresión y a flexión, para realizar análisis elásticos, se calculen con la Ecuación 3.3 y la Ecuación 3.4.

Elementos en compresión (columnas y muros):

$$0.35I_g \leq I_e = \left( 0.80 + 25 \frac{A_{st}}{A_g} \right) \left( 1 - \frac{M_u}{P_u h} - 0.5 \frac{P_u}{P_o} \right) \leq 0.875I_g$$

*Ecuación 3.3*

donde:  $A_{st}/A_g$  es la cuantía de refuerzo longitudinal en la columna valuada en el área de la sección,  $P_o$  es la resistencia axial nominal para una excentricidad igual a cero,  $P_u$  y  $M_u$  deben provenir de la combinación de carga particular en consideración, o la combinación de  $P_u$  y  $M_u$  que conduzca al menor valor del momento de inercia.

Elementos a flexión (vigas, placas planas, y losas planas):

$$0.25I_g \leq I_e = (0.10 + 25\rho) \left( 1.2 - 0.2 \frac{b_w}{d} \right) \leq 0.5I_g$$

*Ecuación 3.4*

donde

$b_w$  es el ancho del alma o diámetro de la sección circular.

$d$  es la distancia desde la fibra extrema en compresión hasta el centroide del refuerzo longitudinal en tensión.

$\rho$  la cuantía del refuerzo longitudinal a tensión evaluada sobre el área  $bd$ .

$b$  es el ancho de la cara en compresión de la sección.

Para miembros continuos sometidos a flexión, se permite que  $I$  sea el promedio de los valores obtenidos para secciones críticas a momento positivo y negativo.

### **CAPÍTULO 3. CRITERIOS REGLAMENTARIOS PARA LA CONSIDERACIÓN DE LAS RIGIDECES EFECTIVAS EN EL PROCESO DE DISEÑO SÍSMICO.**

La Ecuación 3.3 y la Ecuación 3.4, proporcionan, en teoría, valores más refinados del momento de inercia efectivo, y por ende, de la rigidez efectiva ( $E_c I_e$ ), considerando los efectos de la carga axial, la excentricidad, la cuantía de refuerzo y la resistencia a la compresión del concreto. Ambas ecuaciones se basan en los trabajos realizados por Khuntia y Ghosh (2004a y 2004b), pero considerando un factor de reducción de rigidez  $\phi_k$  comparable al incluido en los valores especificados en la Tabla 3.1. Los detalles principales del estudio de referencia comentaron en el capítulo precedente.

Ambos criterios, en teoría, brindan valores mediante los que se aproxima la rigidez de los sistemas de concreto reforzado cargados hasta cerca o más allá del nivel de fluencia, y tienen una correlación razonable tanto con estudios experimentales como analíticos.

Finalmente, se indica que para el análisis ante cargas laterales factorizadas, se permite suponer  $I=0.5I_g$  para todos los miembros o calcular  $I$  mediante un análisis más detallado que considere la rigidez reducida de todos los miembros bajo las condiciones de carga.

#### **3.4. Criterios del Reglamento de Nueva Zelanda (NZS-06 2006).**

En el Reglamento de Nueva Zelanda (NZS-06 2006), basado en los estudios realizados por Paulay y Priestley (1992), se recomienda usar el 40% de la inercia de la sección bruta de concreto ( $0.40I_g$ ) para calcular la rigidez a flexión de las vigas rectangulares, mientras que para vigas “T” y “L” se propone usar el 35% de la inercia de la sección bruta de concreto ( $0.35I_g$ ). En el caso de las columnas, el criterio se basa en los niveles de carga axial actuante, como se indica en la Tabla 3.1. Es necesario realizar interpolaciones lineales para los niveles de carga intermedios (entre  $-0.05A_g f'_c$  y  $0.20A_g f'_c$ , y entre  $0.20A_g f'_c$  y  $0.50A_g f'_c$ ). En la Tabla 3.2 se muestran las recomendaciones para estimar las rigideces efectivas tanto para el estado límite último, como de servicio. Asimismo, se muestran las recomendaciones para otros elementos estructurales como muros y vigas de acoplamiento.

#### **3.5. Eurocódigo (EC-08)**

Los Eurocódigos estructurales son las normas que emite el Comité Europeo de Normalización (CEN), con el fin de unificar criterios y normativas que pueden emplearse en todos los países europeos.

Respecto a los criterios para la determinación de la rigidez efectiva de elementos de concreto reforzado, se indica que la rigidez efectiva para las vigas se tomará como el 50% de su sección bruta ( $0.5EI_g$ ), mientras que para las columnas se empleará el 70% si esta se encuentra en compresión ( $0.7EI_g$ ) y el 50% si se encuentra a tensión ( $0.5EI_g$ ).

**CAPÍTULO 3. CRITERIOS REGLAMENTARIOS  
PARA LA CONSIDERACIÓN DE LAS RIGIDECES  
EFECTIVAS EN EL PROCESO DE DISEÑO  
SÍSMICO.**

Tabla 3.2. Criterios para considerar la rigidez efectiva para elementos mecánicos de acuerdo al NZS-06 (Paulay, 1996).

Tipo de elemento	Estado límite último	Estado límite de servicio		
		$\mu_{\Delta} = 1.25$	$\mu_{\Delta} = 3$	$\mu_{\Delta} = 6$
1.- Vigas				
(a) Rectangulares	$0.40I_g$	$I_g$	$0.70I_g$	$0.40I_g$
(b) T y L.	$0.35I_g$	$I_g$	$0.60I_g$	$0.35I_g$
2.- Columnas				
(a) $P_u/f'_cA_g > 0.5$	$0.80I_g$	$I_g$	$0.90I_g$	$0.80I_g$
(b) $P_u/f'_cA_g = 0.2$	$0.60I_g$	$I_g$	$0.80I_g$	$0.60I_g$
(c) $P_u/f'_cA_g = -0.05$	$0.40I_g$	$I_g$	$0.70I_g$	$0.40I_g$
3.- Muros				
(a) $P_u/f'_cA_g = 0.2$	$0.45I_g, 0.80A_g$	$I_g, A_g$	$0.70I_g, 0.90A_g$	$0.45I_g, 0.80A_g$
(b) $P_u/f'_cA_g = 0.0$	$0.25I_g, 0.50A_g$	$I_g, A_g$	$0.50I_g, 0.75A_g$	$0.25I_g, 0.50A_g$
(c) $P_u/f'_cA_g = -0.1$	$0.15I_g, 0.30A_g$	$I_g, A_g$	$0.40I_g, 0.65A_g$	$0.15I_g, 0.50A_g$
4.- Vigas de acoplamiento				
(a) Refuerzo diagonal	$\frac{0.40I_g}{1.7 + 2.7 \left(\frac{h}{L}\right)^2}$	$\frac{I_g}{1.7 + 1.3 \left(\frac{h}{L}\right)^2}$	$\frac{0.70I_g}{1.7 + 2.7 \left(\frac{h}{L}\right)^2}$	$\frac{0.40I_g}{1.7 + 2.7 \left(\frac{h}{L}\right)^2}$
(b) Refuerzo convencional	$\frac{0.40I_g}{1 + 8 \left(\frac{h}{L}\right)^2}$	$\frac{I_g}{1 + 5 \left(\frac{h}{L}\right)^2}$	$\frac{0.70I_g}{1 + 8 \left(\frac{h}{L}\right)^2}$	$\frac{0.40I_g}{1 + 8 \left(\frac{h}{L}\right)^2}$

### 3.6. Código Canadiense

Según lo comentado por Ahmed *et al.* (2008), el Código Canadiense sugiere el uso de los factores indicados en la Tabla 3.3 para la consideración de la inercia efectiva en vigas, columnas y muros, para un estado límite último.

Tabla 3.3. Momento de inercia efectivos conforme al Código Canadiense.

Elemento	Momento de inercia
Vigas	$0.40 I_g$
Vigas de acoplamiento	$\frac{0.4I_g}{1 + 3 \left(\frac{h}{l_c}\right)^2}$
Columnas	$a_c I_g$
Muros	$a_w I_g$

En la Tabla 3.3,  $a_c$  y  $a_w$  son factores que dependen de la relación de carga axial y la resistencia a compresión del concreto.

### **3.7. Instituto de Arquitectura de Japón (AIJ)**

Conforme a lo comentado por Hibino *et al.* (2012), el criterio para determinar la rigidez efectiva de una columna rectangular se basa en lo establecido en la Ecuación 3.5. No se encontró información referente al caso de vigas.

$$\frac{EI_e}{EI_g} = \left( 0.043 + 1.64\eta\rho + 0.043 \frac{a}{D_c} + 0.33 \frac{\sigma_0}{f'_c} \right) \left( \frac{d}{D_c} \right)^2$$

*Ecuación 3.5*

En la Ecuación 3.5,  $\eta$  es la relación modular ( $E_s/E_c$ ),  $\rho$  es la relación de acero de refuerzo a tensión,  $\rho = \rho_{st}/4$ ,  $D_c$  es el ancho de columna, y  $d$  es la distancia desde el acero de refuerzo a tensión a la fibra extrema a compresión. Para calcular la rigidez efectiva de una columna circular, el ancho equivalente,  $D_e = D/2 \sqrt{\pi}$ , puede sustituirse por el ancho  $D_c$ .

### **3.8. Normas Iraníes**

Como se comenta en Ahmed *et al.* (2008), en los estándares iraníes, la rigidez efectiva a flexión de los elementos de concreto reforzado pueden tomarse como  $0.35I_g$  para vigas y  $0.70I_g$  para columnas, similar a lo establecido en otros Reglamentos previamente comentados.

### **3.7. Código Rumano**

El antiguo código de diseño rumano para marcos de concreto, publicado en 1996, recomienda factores de reducción, para determinar la rigidez efectiva, estos factores son: 0.6 para vigas, 0.8 para columnas en compresión y 0.2 para columnas en tensión (Popa *et al.* 2014).

### **3.8. Criterios del Pre-estándar y Comentarios para la Rehabilitación Sísmica de Edificios (FEMA-356, 2000).**

Es importante aclarar que el FEMA (FEMA-356, 2000) no es un reglamento de diseño, sino un documento en que se plasman recomendaciones de seguridad propuestas por la Agencia Federal para la Gestión de Emergencias, misma que lleva como siglas “FEMA”. Dicha dependencia da respuesta ante desastres naturales de cualquier índole en EEUA.

Los criterios del FEMA-356 proponen usar el 50% de la inercia de la sección bruta de concreto ( $0.50I_g$ ) para calcular la rigidez a flexión de las vigas. Mientras que para las columnas se propone un criterio basado en el nivel de carga axial de las mismas, tal y como se hace en el NZS-06. Es decir, para columnas con carga axial mayor o igual a  $0.50A_g f'_c$  el cálculo de la rigidez a flexión deberá hacerse con el 70% de la inercia de la sección bruta de

concreto ( $0.70I_g$ ), mientras que para columnas con carga axial menor o igual a  $0.30A_gf'_c$ , o en tensión, se recomienda utilizar el 50% de la inercia de la sección bruta ( $0.50I_g$ ). Para muros sin agrietar y muros agrietados se recomienda usar el 80% y el 50% de la inercia de la sección bruta ( $0.80I_g$  y  $0.50I_g$ ), respectivamente.

### **3.9. Comentarios**

Con la finalidad de visualizar globalmente las propuestas descritas en las secciones precedentes, en la Tabla 3.4 se presenta un resumen/comparativa de las mismas. Se observa que para el cálculo de los momentos de inercia efectivos en vigas, los valores oscilan entre el 35 y 60% del momento de inercia grueso de la sección. Además, el único reglamento que propone factores de reducción como función de la geometría de la sección de las vigas (rectangulares, “T” o “L”), es el NZS-06.

Por otro lado, se observa que, para el cálculo de la rigidez efectiva en columnas, las NTCC-17, el ACI-318-14, el código canadiense y el código iraní no estipulan factores de reducción en función de los niveles de carga axial, tal y como sí se hace en el reglamento NZS-06, el Eurocódigo, el código rumano y el FEMA 356. En el AIJ se establece, además, el uso de una ecuación que contempla la dependencia de este parámetro en función de la relación modular, la relación de acero de refuerzo, ancho de columna y peralte efectivo.

Probablemente debido a aspectos prácticos, en la mayoría de las propuestas para el cálculo de la rigidez efectiva de los elementos estructurales, no se toma en consideración la influencia de la posición que guardan tanto en planta como en elevación en un sistema (Godínez *et al.*, 2017). Por esto, es necesario realizar estudios adicionales enfocados en determinar la variación de la degradación de la rigidez de los elementos estructurales (vigas, columnas) en función de su ubicación.



**CAPÍTULO 3. CRITERIOS REGLAMENTARIOS  
PARA LA CONSIDERACIÓN DE LAS RIGIDECES  
EFECTIVAS EN EL PROCESO DE DISEÑO  
SÍSMICO.**

*Tabla 3.4. Resumen/Comparativa de criterios para considerar el agrietamiento en algunos reglamentos de diseño.*

<b>Reglamento</b>	<b>Vigas</b>	<b>Columnas</b>
<b>NTCC-04</b>	$0.50EI_g$	$1.0EI_g$
<b>NTCC-17</b>	$0.50EI_g$	$0.7EI_g$
<b>ACI-318-14</b>	$0.35EI_g$	$0.70EI_g$
<b>Reglamento NZS-06</b>	“Rectangulares” $0.40EI_g$  “T” y “L” $0.35EI_g$	$0.80EI_g$ si $P_u/f'_cA_g > 0.5$  $0.60EI_g$ si $P_u/f'_cA_g = 0.2$  $0.40EI_g$ si $P_u/f'_cA_g = -0.05$
<b>Eurocódigo</b>	$0.50EI_g$	$0.70EI_g$ (en compresión)  $0.50EI_g$ (en tensión)
<b>Código Canadiense</b>	$0.40EI_g$	$a_c EI_g$
<b>AIJ</b>	<i>Sin Datos</i>	<i>Ec. 3.5</i>
<b>Normas Iranies</b>	$0.35EI_g$	$0.70EI_g$
<b>Código Rumano</b>	$0.60EI_g$	$0.80EI_g$ (en compresión)  $0.20EI_g$ (en tensión)
<b>FEMA 356</b>	$0.50EI_g$	$0.70EI_g$ si $P_u \geq 0.50A_g f'_c$  $0.50EI_g$ si $P_u \leq 0.30A_g f'_c$

# **CAPÍTULO 4**

***HIPÓTESIS PARA EL DISEÑO  
DE ELEMENTOS DE CONCRETO  
REFORZADO***

## **CAPÍTULO 4 . HIPÓTESIS PARA EL DISEÑO DE ELEMENTOS DE CONCRETO REFORZADO.**

En este capítulo se presentan los criterios empleados para el diseño de los elementos de concreto reforzado. En general, las hipótesis corresponden a lo especificado en las NTCC-17. En las ecuaciones que se presentan en este capítulo se emplean las siguientes unidades: Fuerza “kgf” (kilogramo fuerza), Longitud “cm” (centímetro), Momento “kgf-cm”, Esfuerzo “kgf/cm<sup>2</sup>”.

### **4.1. Hipótesis generales.**

La determinación de resistencias de secciones sujeta a flexión, carga axial o una combinación de ambas, se determinaron a partir de las condiciones de equilibrio y de las siguientes hipótesis, las cuales se ilustran en la Figura 4.1.

- a) La distribución de deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal de un elemento es plana.
- b) Existe adherencia entre el concreto y el acero de tal manera que la deformación unitaria del acero es igual a la del concreto adyacente.
- c) El concreto no resiste esfuerzos de tensión.
- d) La deformación unitaria del concreto en compresión cuando alcanza la resistencia de la sección es 0.003.
- e) La distribución de esfuerzos de compresión en el concreto, cuando se alcanza la resistencia de la sección, es uniforme con un valor  $f'_c$  igual a  $0.85f'_c$  hasta una profundidad de la zona de compresión igual a  $\beta_1c$ .  $\beta_1$  se calcula conforme a lo siguiente:

$$\beta_1 = 0.85; \quad \text{si } f'_c \leq 28 \text{ MPa (280 kg/cm}^2\text{)} \quad \text{Ecuación 4.1}$$

$$\beta_1 = 1.05 - \frac{f'_c}{140}; \quad \text{si } f'_c > 28 \text{ MPa} \quad \text{Ecuación 4.2}$$

$$\beta_1 = 1.05 - \frac{f'_c}{1400}; \quad \text{si } f'_c > 280 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{Ecuación 4.3}$$

$c$  = profundidad del eje neutro medido desde la fibra extrema en compresión.

La resistencia determinada con estas hipótesis, multiplicada por el factor de reducción ( $F_R$ ) correspondiente, da la resistencia de diseño. Estos factores tienen los siguientes valores:

- |              |  |
|--------------|--|
| $F_R = 0.90$ | para flexión.  |
| $F_R = 0.75$ | para cortante y torsión.                                   |
| $F_R = 0.65$ | para transmisión de flexión y cortante en losas o zapatas. |

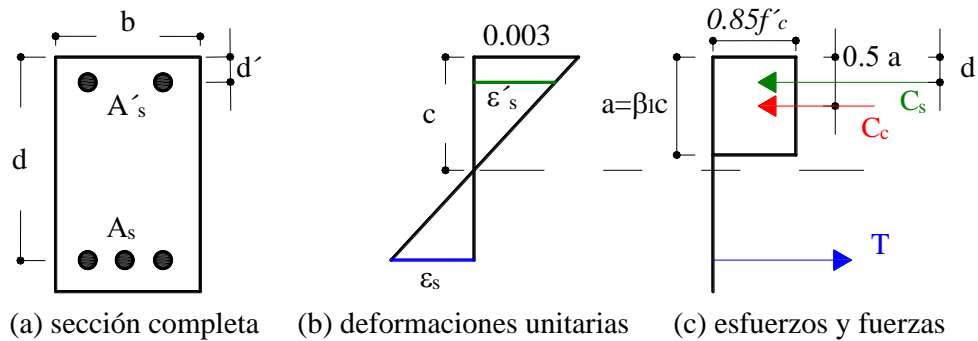
Para flexocompresión:

$F_R = 0.75$  cuando el elemento falle a tensión y el núcleo este confinado.

$F_R = 0.65$  si el núcleo no está confinado y la falla es en compresión.

Para aplastamiento:

$F_R = 0.65$



*Figura 4.1. Deformaciones y bloque de esfuerzos de acuerdo a las NTCC-17.*

Para calcular las resistencias se recomiendan reducciones de 20 mm en las siguientes dimensiones:

- a) Espesor de muros;
- b) Diámetro de columnas circulares;
- c) Ambas dimensiones transversales de columnas rectangulares;
- d) Peralte efectivo correspondiente al refuerzo de lecho superior de elementos horizontales o inclinados, incluyendo cascarones y arcos;
- e) Ancho de vigas y arcos.

Estas reducciones no son necesarias en dimensiones mayores a 200 mm, ni en elementos donde se tomen precauciones que garanticen que las dimensiones resistentes no serán menores que las de cálculo y que dichas precauciones se consignent en los planos estructurales.

## 4.2. Flexión.

Las secciones rectangulares sin acero de compresión tienen falla balanceada cuando su área de acero es:

$$A_s = \frac{f_c''}{f_y} \frac{6000\beta_1}{(f_y + 6000)} bd$$

*Ecuación 4.4*

En la Ecuación 4.4,  $f'_c = 0.85 f'_c$ ,  $f_y$  es el esfuerzo de fluencia del acero,  $b$  y  $d$  son el ancho y peralte efectivo de la sección (Figura 4.1).

Para el caso de vigas T y L, el ancho del patín que se consideró trabajando a compresión a cada lado del alma es el menor de los tres valores siguientes:

- a) La octava parte del claro menos la mitad del ancho del alma;
- b) La mitad de la distancia al paño del alma del miembro más cercano;
- c) Ocho veces el espesor del patín.

#### **4.2.1. Dimensionamiento.**

Los elementos estructurales sujetos a flexión se dimensionaron de tal manera que su resistencia a flexión, sea por lo menos igual a los momentos flexionantes calculados con cargas factorizadas.

#### **4.2.2. Resistencia a flexión.**

La resistencia a flexión  $M_R$  se calculó con las expresiones que se presentan en esta sección, en dichas expresiones  $F_R$  se tomó igual a 0.9.

Para secciones rectangulares sin acero de compresión se emplearon la Ecuación 4.5 a la Ecuación 4.8.

$$M_R = F_R b d^2 f'_c q (1 - 0.5q) \quad \text{Ecuación 4.5}$$

o bien

$$M_R = F_R A_s f_y d (1 - 0.5q) \quad \text{Ecuación 4.6}$$

donde:

$$q = \frac{\rho f_y}{f'_c} \quad \text{Ecuación 4.7}$$

$$\rho = \frac{A_s}{bd} \quad \text{Ecuación 4.8}$$

$b$  ancho de la sección  
 $d$  peralte efectivo  
 $f'_c$  esfuerzo uniforme de compresión  
 $A_s$  área del acero de refuerzo en tensión

Para secciones rectangulares con acero de compresión se emplearon la Ecuación 4.9 y la Ecuación 4.10.

$$M_R = F_R \left[ (A_s - A_s') f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) + A_s' f_y (d - d') \right]$$

*Ecuación 4.9*

donde:

$$a = \frac{(A_s - A_s') f_y}{f_c'' b}$$

*Ecuación 4.10*

- $a$  profundidad del bloque equivalente de esfuerzos
- $A_s$  área del acero a tensión
- $A_s'$  área del acero a compresión
- $d'$  distancia entre el centroide del acero a compresión y la fibra extrema a compresión

La Ecuación 4.9 es válida si el acero a compresión fluye cuando se alcanza la resistencia de la sección. Esto se cumple si:

$$\rho - \rho' \geq \frac{6000 \beta_1 f_c'' d'}{6000 - f_y f_y d}$$

*Ecuación 4.11*

donde:

$$\rho' = \frac{A_s'}{bd}$$

*Ecuación 4.12*

o, en términos de las áreas de refuerzo:

$$A_s - A_s' \geq \frac{6000 \beta_1 f_c'' d'}{6000 - f_y f_y d}$$

*Ecuación 4.13*

Cuando no se cumpla esta condición,  $M_R$  se calculó aproximadamente con la Ecuación 4.5 o la Ecuación 4.6 despreciando el acero de compresión. En todos los casos se revisó que el acero de tensión no exceda la cuantía máxima. Además, el acero de compresión se restringió contra el pandeo con el uso de estribos.

En secciones T e I sin acero de compresión, si la profundidad del bloque,  $a$ , calculada con la Ecuación 4.14 no es mayor que el espesor del patin,  $t$ , el momento resistente se calculó con la Ecuación 4.5 o la Ecuación 4.6, usando el ancho del patin a compresión como  $b$ . Si  $a$  resulta mayor que  $t$ , el momento resistente se calculó con la Ecuación 4.15.

$$a = \frac{A_s f_y}{f_c " b}$$

*Ecuación 4.14*

$$M_R = F_R \left[ A_{sp} f_y \left( d - \frac{t}{2} \right) + (A_s - A_{sp}) f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \right]$$

*Ecuación 4.15*

donde:

$$A_{sp} = \frac{f_c "(b - b')t}{f_y}$$

*Ecuación 4.16*

$$a = \frac{(A_s - A_{sp}) f_y}{f_c " b'}$$

*Ecuación 4.17*

$b$       ancho del patin  
 $b'$      ancho del alma

La Ecuación 4.15 es valida si el acero fluye cuando se alcanza la resistencia. Esto se cumple si:

$$\rho - \rho_{sp} \leq \frac{6000 \beta_1 f_c "}{6000 + f_y f_y}$$

*Ecuación 4.18*

donde:

$$\rho = \frac{A_s}{b' d}$$

*Ecuación 4.19*

$$\rho_{sp} = \frac{A_{sp}}{b' d}$$

*Ecuación 4.20*

o, en terminos de las areas de refuerzo:

$$A_s - A_{sp} \leq \frac{6000\beta_1}{6000 + f_y} \frac{f_c''}{f_y} b'd$$

*Ecuación 4.21*

### **4.2.3. Refuerzo a flexión.**

El área mínima de refuerzo de secciones rectangulares de concreto reforzado de peso normal, se calculó con la Ecuación 4.22.

$$A_{s,min} = \frac{0.7\sqrt{f_c'}}{f_y} bd$$

*Ecuación 4.22*

donde  $b$  y  $d$  son el ancho y el peralte efectivo, no reducidos, de la sección, respectivamente. Sin embargo, no es necesario que el refuerzo mínimo sea mayor que 1.33 veces el requerido por el análisis.

El área de acero máximo de tensión en secciones de concreto reforzado que no deban resistir fuerzas sísmicas será el 90 por ciento de la que corresponde a la falla balanceada de la sección considerada. La falla balanceada ocurre cuando el acero llega a su esfuerzo de fluencia y simultáneamente el concreto alcanza su deformación máxima de 0.003 en compresión. Este criterio es general y se aplica a secciones de cualquier forma sin acero de compresión o con él.

En elementos a flexión que formen parte de sistemas que deban resistir fuerzas sísmicas, tanto el área máxima como el área mínima de acero no deberá ser mayor o menor, respectivamente, que las especificadas en la sección 4.6.1 de esta tesis, de acuerdo con el valor del factor  $Q$  usado en el análisis de la estructura.

## **4.3. Flexocompresión.**

Toda sección sujeta a compresión axial y flexión en una dirección, se dimensionaron para la combinación más desfavorable de dichas acciones incluyendo los efectos de esbeltez. El dimensionamiento se realizó con ayuda de diagramas de interacción.

### **4.3.1. Dimensionamiento.**

La excentricidad de diseño mínima considerada fue  $0.05 h$  o 20 mm, donde  $h$  es la dimensión de la sección en la dirección en que se considera la flexión.



### **4.3.2. Resistencia a compresión y flexión en dos direcciones.**

Para secciones cuadradas o rectangulares se usó la Ecuación 4.23.

$$P_R = \frac{1}{\frac{1}{P_{Rx}} + \frac{1}{P_{Ry}} - \frac{1}{P_{R0}}}$$

*Ecuación 4.23*

donde:

- $P_R$  carga normal resistente de diseño, aplicada con las excentricidades  $e_x$  y  $e_y$ .
- $P_{R0}$  carga axial resistente de diseño, suponiendo  $e_x = e_y = 0$ .
- $P_{Rx}$  carga normal resistente de diseño, aplicada con una excentricidad  $e_x$  en un plano de simetría.
- $P_{Ry}$  carga normal resistente de diseño, aplicada con una excentricidad  $e_y$  en el otro plano de simetría.

La Ecuación 4.23 es válida para  $P_R/P_{R0} \geq 0.1$ . Los valores de  $e_x$  y  $e_y$  deben incluir los efectos de esbeltez y no deben ser menores que la excentricidad prescrita en la sección 4.3.1.

Para valores de  $P_R/P_{R0}$  menores que 0.1, se usó la Ecuación 4.24.

$$\frac{M_{ux}}{M_{Rx}} + \frac{M_{uy}}{M_{Ry}} \leq 1.0$$

*Ecuación 4.24*

donde:

- $M_{ux}$  y  $M_{uy}$  momentos de diseño alrededor de los ejes X y Y.
- $M_{Rx}$  y  $M_{Ry}$  momentos resistentes de diseño alrededor de los mismos ejes.

## **4.4. Cortante.**

### **4.4.1. Resistencia a fuerza cortante.**

La resistencia a fuerza cortante de un elemento sujeto a flexión o a flexocompresión es la suma de la fuerza cortante que toma el concreto,  $V_{cR}$ , de la fuerza cortante que toma el acero de refuerzo para cortante,  $V_{sR}$ , y, en su caso, de la componente vertical de la fuerza de presfuerzo,  $V_p$ .

En vigas con relación claro peralte total,  $L/h$ , no menor que 5, la fuerza cortante que toma el concreto,  $V_{cR}$ , se calculó con la Ecuación 4.25 o la Ecuación 4.26, según sea el caso.

Si  $\rho < 0.015$

$$V_{CR} = F_R(0.2 + 20\rho)\sqrt{f'_c}bd$$

*Ecuación 4.25*

Si  $\rho \geq 0.015$

$$V_{CR} = F_R 0.5\sqrt{f'_c}bd$$

*Ecuación 4.26*

Si  $L/h$  es menor que 4 y las cargas y reacciones comprimen directamente las caras superiores e inferiores de la viga,  $V_{CR}$  será el valor obtenido con la Ecuación 4.27.

$$V_{CR} = F_R \left( 3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd} \right) 0.5\sqrt{f'_c}bd$$

*Ecuación 4.27*

donde:  $\left( 3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd} \right) > 1.0$

En el factor anterior,  $M$  y  $V$  son el momento flexionante y la fuerza cortante que actúan en la sección, respectivamente. Si las cargas y reacciones no comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga, se aplica la Ecuación 4.26 sin modificar el resultado.

Para relaciones  $L/h$  comprendidas entre 4 y 5,  $V_{CR}$  se hará variar linealmente entre los valores dados por la Ecuación 4.25 o la Ecuación 4.26 y la Ecuación 4.27, según sea el caso.

En todo caso  $V_{CR}$  deberá cumplir con:

$$V_{CR} \leq F_R 1.5\sqrt{f'_c}bd$$

*Ecuación 4.28*

En elementos anchos como losas, zapatas y muros en los que el ancho,  $b$ , no sea menor que cuatro veces el peralte efectivo,  $d$ , el espesor no sea mayor de 600 mm y la relación  $M/Vd$  no exceda de 2.0, la fuerza resistente,  $V_{CR}$  se calcula mediante la Ecuación 4.26 independientemente de la cuantía de refuerzo.

En miembros a flexocompresión en los que el valor absoluto de la fuerza axial de diseño  $P_u$ , cumpla con la Ecuación 4.29. La fuerza cortante que toma el concreto,  $V_{CR}$ , se obtendrá con la Ecuación 4.30 o la Ecuación 4.31, según sea el caso.

$$P_u \leq F_R(0.7f_c'A_g + 2000A_s)$$

*Ecuación 4.29*

$$V_{cR} = F_R(0.2 + 20\rho) \left(1 + 0.007 \frac{P_u}{A_g}\right) \sqrt{f_c'}bd; \text{ Si } \rho < 0.015$$

*Ecuación 4.30*

$$V_{cR} = F_R \left(1 + 0.007 \frac{P_u}{A_g}\right) 0.5\sqrt{f_c'}bd; \text{ Si } \rho \geq 0.015$$

*Ecuación 4.31*

Para valuar la cuantía  $\rho$  se usará el área de las barras de la capa más próxima a la cara de tensión o a la de compresión mínima en secciones rectangulares, y  $0.33A_s$  en secciones circulares, donde  $A_s$  es el área total de acero en la sección. Para estas últimas,  $b d$  se sustituirá por  $A_g$ , donde  $A_g$  es el área bruta de la sección transversal.

Por otro lado, en miembros a flexocompresión en los que el valor absoluto de la fuerza axial de diseño,  $P_u$ , cumpla con:

$$P_u \geq F_R(0.7f_c'A_g + 2000A_s)$$

*Ecuación 4.32*

$V_{cR}$  se hará variar linealmente en función de  $P_u$ , hasta cero para

$$P_u = F_R(A_g f_c'' + A_s f_y)$$

*Ecuación 4.33*

En miembros sujetos a flexotensión,  $V_{cR}$ , se obtiene mediante la Ecuación 4.34 o la Ecuación 4.35, según corresponda.

$$V_{cR} = F_R(0.2 + 20\rho) \left(1 - 0.03 \frac{P_u}{A_g}\right) \sqrt{f_c'}bd; \text{ Si } \rho < 0.015$$

*Ecuación 4.34*

$$V_{cR} = F_R \left(1 - 0.03 \frac{P_u}{A_g}\right) 0.5\sqrt{f_c'}bd; \text{ Si } \rho \geq 0.015$$

*Ecuación 4.35*

Para valuar la cuantía  $\rho$  y tratar secciones circulares, se aplicará lo especificado para miembros a flexocompresión.

#### 4.4.2. Limitación para la fuerza cortante

En ningún caso se permitirá que la fuerza cortante de diseño,  $V_u$  sea superior a los siguientes valores.

En vigas

$$V_u < F_R 2.5 \sqrt{f_c'} bd$$

*Ecuación 4.36*

En columnas, y en elementos de ductilidad media y alta donde  $V_{CR}$  se suponga igual a cero.

$$V_u < F_R 2 \sqrt{f_c'} bd$$

*Ecuación 4.37*

#### 4.4.3. Refuerzo para fuerza cortante

El refuerzo en vigas y columnas sin presfuerzo, debe estar formado por estribos cerrados perpendiculares u oblicuos al eje de la pieza, barras dobladas o una combinación de estos elementos.

Para estribos de columnas, vigas principales y arcos, no se usará acero de  $f_y$  mayor que 420 MPa (4 200 kg/cm<sup>2</sup>). Para diseño, el esfuerzo de fluencia de la malla no se tomará mayor que 420 MPa (4 200 kg/cm<sup>2</sup>).

La separación del refuerzo transversal dependerá de la relación entre  $V_u$  y  $V_{CR}$  como sigue:

- a) Si  $V_u > V_{CR}$ , la separación  $s$ , del refuerzo se determina con la Ecuación 4.38.

$$s = \frac{F_R A_v f_y d (\sin \theta + \cos \theta)}{V_{SR}}$$

*Ecuación 4.38*

donde:

- $A_v$     área transversal del refuerzo para fuerza cortante comprendido en una distancia  $s$   
 $\theta$     ángulo que dicho refuerzo forma con el eje de la pieza  
 $V_{SR}$     fuerza cortante de diseño que toma el acero (Ecuación 4.39)

$$V_{SR} = V_u - V_{CR}$$

*Ecuación 4.39*

Para secciones circulares se sustituirá el peralte efectivo,  $d$ , por el diámetro de la sección,  $D$ .

La separación,  $s$ , no debe ser menor de 60 mm.

- b) Si  $V_u > V_{CR}$ , pero menor que el calculado con la Ecuación 4.28, la separación de estribos perpendiculares al eje del elemento no deberá ser mayor que  $0.5d$ .
- c) Si  $V_u$  es mayor que el calculado con la Ecuación 4.28, la separación de estribos perpendiculares al eje del elemento no deberá ser mayor que  $0.25d$ .

Cuando el refuerzo conste de un solo estribo o grupo de barras paralelas dobladas en una misma sección, su área se calcula con la Ecuación 4.40.

$$A_v = \frac{V_{SR}}{F_R f_y \sin \theta}$$

*Ecuación 4.40*

En este caso no se admitirá que  $V_u$  sea mayor que el valor calculado con la Ecuación 4.28.

En vigas sin presfuerzo se suministró un refuerzo mínimo por tensión diagonal cuando la fuerza cortante de diseño,  $V_u$ , fue menor que  $V_{CR}$ . El área de refuerzo mínimo para vigas será la calculada con la ec. 4.41.

$$A_{v,min} = 0.30 \sqrt{f_c'} \frac{b_s}{f_y}$$

*Ecuación 4.41*

Este refuerzo estará formado por estribos verticales de diámetro no menor de 7.9 mm (número 2.5), cuya separación no excederá de medio peralte efectivo,  $d/2$ .

## **4.5. Longitud de desarrollo, anclaje y requisitos complementarios**

### **4.5.1. Anclaje**

La fuerza de tensión o compresión que actúa en el acero de refuerzo en toda la sección debe desarrollarse a cada lado de la sección considerada por medio de adherencia en una longitud suficiente de barra o de algún dispositivo mecánico.

La longitud de desarrollo,  $L_d$ , en la cual se considera que una barra a tensión se ancla de modo que desarrolle su esfuerzo de fluencia, se obtiene multiplicando la longitud básica,  $L_{db}$  dada por la Ecuación 4.42, por el factor o los factores indicados en la Tabla 4.1. Las

disposiciones de este inciso son aplicables a barras de diámetro no mayor que 38.1 mm (número 12).

$$L_{db} = \frac{a_s f_y}{3(c + K_{tr})\sqrt{f'_c}} \geq 0.11 \frac{d_b f_y}{\sqrt{f'_c}}$$

*Ecuación 4.42*

donde:

- $a_s$     área transversal de la barra;
- $d_b$     diámetro nominal de la barra;
- $c$       separación o recubrimiento; úsese el menor de los valores siguientes:
  - 1) distancia del centro de la barra a la superficie de concreto más próxima.
  - 2) la mitad de la separación entre centros de barras.
- $K_{tr}$     índice de refuerzo transversal; igual a  $\frac{A_{tr} f_{yv}}{100 s n}$ ;
- $A_{tr}$     área total de las secciones rectas de todo el refuerzo transversal comprendido en la separación  $s$ , y que cruza el plano potencial de agrietamiento entre las barras que se anclan;
- $f_{yv}$     esfuerzo especificado de fluencia del refuerzo transversal;
- $s$       máxima separación centro a centro del refuerzo transversal, en una distancia igual a  $L_d$ ;
- $n$       número de barras longitudinales en el plano potencial de agrietamiento.

Por sencillez en el diseño se permite suponer  $K_{tr}=0$ , aunque exista refuerzo transversal. En ningún caso  $L_d$  será menor que 300 mm.

La longitud de desarrollo,  $L_d$ , de cada barra que forme parte de un paquete de barras será igual a la que requeriría si estuviera aislada, multiplicada por 1.20, cuando el paquete es de dos barras no se modifica  $L_d$ .

En barras a tensión que terminan con dobleces a 90 o 180 grados seguidos de tramos rectos de longitud no menor que  $12d_b$  para dobleces a 90 grados, ni menor que  $4d_b$  para dobleces a 180 grados. Se toma como longitud de desarrollo la longitud paralela a la barra, comprendida entre la sección crítica y el paño externo de la barra después del doblez (Figura 4.2). La longitud de desarrollo se obtendrá multiplicando la longitud de desarrollo básica dada por la Ecuación 4.43, por el factor o los factores de la Tabla 4.2 que sean aplicables, pero sin que se tome menor que 150 mm ni que  $8d_b$ .

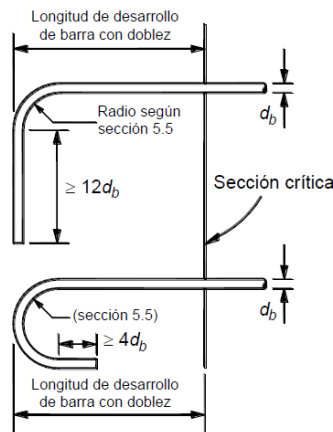
*Tabla 4.1. Factores que modifican la longitud básica de desarrollo.*

Condición del refuerzo	Factor
Barras de diámetro igual a 19.1 mm (número 6) o menor.	0.8
Barras horizontales o inclinadas colocadas de manera que bajo ellas se cueelen más de 300 mm de concreto.	1.3
En concreto ligero	1.3
Barras con $f_y$ mayor de 4200 kg/cm <sup>2</sup>	$2 - \frac{4200}{f_y}$
Acero de flexión en exceso <sup>1</sup>	$\frac{A_{s,requerida}}{A_{s,proporcionada}}$
Barras lisas	2.0
Barras cubiertas con resina epóxica, o con lodo bentonítico:	
- Recubrimiento libre de concreto menor que $3d_b$ , o separación libre entre barras menor que $6d_b$	1.5
- Otras condiciones	1.2
Todos los otros casos	1.0

*Nota: Si se aplican varias condiciones, se multiplican los factores correspondientes.  
(1) Excepto en zonas de articulaciones plásticas y marcos con ductilidad alta.*

$$L_{db} = 0.076d_b \frac{f_y}{\sqrt{f_c}}$$

*Ecuación 4.43*



*Figura 4.2. Longitud de desarrollo de barras con dobleces.*

La longitud de desarrollo de una barra a compresión será cuando menos el 60 por ciento de la que requeriría a tensión y no se considerarán efectivas porciones dobladas. En ningún caso será menor de 200 mm.

*Tabla 4.2. Factores que modifican la longitud básica de desarrollo de barras con dobleces.*

<b>Condición del refuerzo</b>	<b>Factor</b>
Barras de diámetro no mayor que 34.9 mm (numero 11), con recubrimiento libre lateral (normal al plano de doblez) no menor que 60 mm, y para barras con doblez a 90 grados, con recubrimiento libre del tramo de barra recto después del doblez no menor que 50 mm.	0.7
Barras de diámetro no mayor que 34.9 mm (numero 11), confinadas en toda la longitud de desarrollo con estribos verticales u horizontales separados entre sí no más de $3d_b$ <sup>1</sup> .	0.8
En concreto ligero	1.3
Barras lisas	1.9
Barras cubiertas con resina epóxica, o con bentonítico	1.2
Todas las otras condiciones	1.0

*Nota: Si se aplican varias condiciones, se multiplican los factores correspondientes.*

*(1) El primer estribo debe confinar la parte doblada de la barra, a una distancia menor a  $2d_b$ , del borde externo del doblez.*

#### **4.5.2. Paquetes de barras**

Las barras longitudinales pueden agruparse formando paquetes con un máximo de dos barras cada uno en columnas y de tres en vigas. La sección donde se corte una barra de un paquete en el claro de una viga no distará de la sección de corte de otra barra menos de 40 veces el diámetro de la más gruesa de las dos. Los paquetes se usarán sólo cuando queden alojados en un ángulo de los estribos. Para determinar la separación mínima entre paquetes y determinar su recubrimiento, cada uno se tratará como una barra simple de igual área transversal que la del paquete. Para calcular la separación del refuerzo transversal, rige el diámetro de la barra más delgada del paquete. Los paquetes de barras deben amarrarse firmemente con alambre.

#### **4.5.3. Uniones del refuerzo**

Las barras de refuerzo pueden unirse mediante traslapes o estableciendo continuidad por medio de soldadura o dispositivos mecánicos. Las especificaciones y detalles dimensionales de las uniones deben mostrarse en los planos. Toda unión soldada o con dispositivo mecánico debe ser capaz de transferir por lo menos 1.25 veces la fuerza de fluencia de tensión de las barras, sin necesidad de exceder la resistencia máxima de éstas.

En lo posible deben evitarse las uniones en secciones de máximo esfuerzo de tensión. Se procurará, asimismo, que en una cierta sección cuando mucho se unan barras alternadas.

La longitud de un traslape no será menor que 1.33 veces la longitud de desarrollo,  $L_d$ , calculada con la Ecuación 4.42, ni menor que  $(0.01f_y - 6)d_b$ .



Cuando se une por traslape más de la mitad de las barras en un tramo de 40 diámetros, o cuando las uniones se hacen en secciones de esfuerzo máximo, deben tomarse precauciones especiales, consistentes, por ejemplo, en aumentar la longitud de traslape o en utilizar hélices o estribos muy próximos en el tramo donde se efectúa la unión.

Los anclajes mecánicos deben ser capaces de desarrollar la resistencia del refuerzo por anclar, sin que se dañe el concreto. Pueden ser, por ejemplo, placas soldadas a las barras, o dispositivos manufacturados para este fin. Los anclajes mecánicos deben diseñarse y en su caso comprobarse por medio de ensayos. Bajo cargas estáticas, se puede admitir que la resistencia de una barra anclada es la suma de la contribución del anclaje mecánico más la adherencia en la longitud de barra comprendida entre el anclaje mecánico y la sección crítica.

Si se usan uniones soldadas o mecánicas deberá comprobarse experimentalmente su eficacia. En una misma sección transversal no deben unirse con soldadura o dispositivos mecánicos más del 50 por ciento del refuerzo. Las secciones de unión distarán entre sí no menos de 20 diámetros. Sin embargo, cuando por motivos del procedimiento de construcción sea necesario unir más refuerzo del señalado, se admitirá hacerlo, con tal que se garantice una supervisión estricta en la ejecución de las uniones.

Para uniones de barras sujetas a compresión, si la unión se hace por traslape, la longitud traslapada no será menor que la longitud de desarrollo para barras a compresión, ni que  $(0.01f_y - 10)d_b$ .

#### **4.5.5. Refuerzo por cambio volumétrico**

En toda dirección en que la dimensión de un elemento estructural sea mayor que 1.5 m, el área de refuerzo que se suministre no será menor que el calculado con la Ecuación 4.44.

$$a_{s1} = \frac{660x_1}{f_y(x_1 + 100)}$$

*Ecuación 4.44*

donde:

$a_{s1}$     área transversal del refuerzo colocado en la dirección que se considera, por unidad de ancho de la pieza, mm<sup>2</sup>/mm (cm<sup>2</sup>/cm). El ancho mencionado se mide perpendicularmente a dicha dirección y a  $x_1$ ;

$x_1$     dimensión mínima del miembro medida perpendicularmente al refuerzo, mm (cm).

Si  $x_1$  no excede de 150 mm, el refuerzo puede colocarse en una sola capa. Si  $x_1$  es mayor que 150 mm, el refuerzo se colocará en dos capas próximas a las caras del elemento.

En elementos estructurales expuestos directamente a la intemperie o en contacto con el terreno, el refuerzo no será menor de  $1.5a_s1$ .

Por sencillez, en vez de emplear la Ecuación 4.44, puede suministrarse un refuerzo mínimo con cuantía igual a 0.002 en elementos estructurales protegidos de la intemperie, y 0.003 en los expuestos a ella, o que estén en contacto con el terreno.

La separación del refuerzo por cambios volumétricos no excederá de 500 mm ni de  $3.5x_l$ .

Debe aumentarse la cantidad de acero a no menos de 1.5 veces la antes prescrita, o tomarse otras precauciones en casos de contracción pronunciada (por ejemplo, en morteros neumáticos) de manera que se evite agrietamiento excesivo. También, cuando sea particularmente importante el buen aspecto de la superficie del concreto.

Puede prescindirse del refuerzo por cambios volumétricos en elementos donde desde el punto de vista de resistencia y aspecto se justifique.

#### **4.5.6. Separación entre barras de refuerzo**

La separación libre entre barras paralelas (excepto en columnas y entre capas de barras en vigas) no será menor que el diámetro nominal de la barra ni que 1.5 veces el tamaño máximo del agregado. Cuando el refuerzo de vigas esté colocado en dos o más capas, la distancia vertical libre entre capas no será menor que el diámetro de las barras, ni que 20 mm. Las barras de las capas superiores se colocarán de modo que no se menoscabe la eficacia del colado. En columnas, la distancia libre entre barras longitudinales no será menor que 1.5 veces el diámetro de la barra, 1.5 veces el tamaño máximo del agregado, ni que 40 mm.

### **4.6. Diseño de elementos estructurales**

#### **4.6.1. Vigas**

Las disposiciones de esta sección se aplican a miembros en los que la carga axial de diseño,  $P_u$ , sea menor que  $A_g f_c' / 10$ , que formen parte de estructuras de ductilidad baja ( $Q = 2$ ), ductilidad media ( $Q = 3$ ) y ductilidad alta ( $Q = 4$ ), según se indique para cada caso.

##### **4.6.1.1. Requisitos geométricos**

- a) Para vigas diseñadas con  $Q=3$  y  $Q=4$ , el claro libre no debe ser menor que cuatro veces el peralte efectivo;
- b) En sistemas de vigas y losa monolítica, la relación entre la separación de apoyos que eviten el pandeo lateral y el ancho de la viga no debe exceder de 35, para vigas

- diseñadas con  $Q=2$  y  $Q=3$ , mientras que esta relación no debe exceder de 30 para elementos diseñados con  $Q=4$ ;
- c) La relación entre el peralte y el ancho no será mayor de 6.0 ( $Q=2$ ), 4.0 ( $Q=3$ ) y 3.0 ( $Q=4$ ).
  - d) El ancho de la viga no será menor de 250 mm, ni excederá el ancho de las columnas a las que llega;
  - e) El eje de la viga no debe separarse horizontalmente del eje de la columna más de un décimo del ancho de la columna normal a la viga.

#### **4.6.1.2. Refuerzo longitudinal**

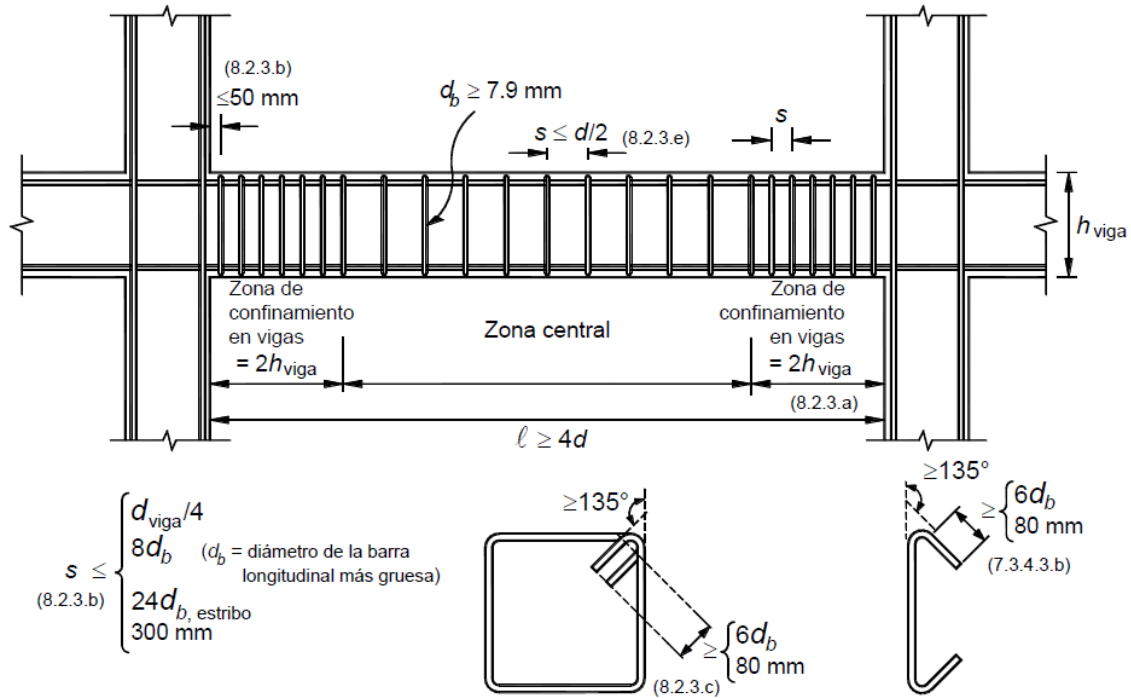
- a) En toda sección se dispondrá de refuerzo tanto en el lecho inferior como en el superior. En cada lecho, el área de refuerzo no será menor que la obtenida de la Ecuación 4.22 y constará de por lo menos dos barras corridas de 12.7 mm de diámetro (número 4).
- b) El refuerzo máximo de tensión no excederá de 90 por ciento del área balanceada (Ecuación 4.4), para vigas que pertenecen a estructuras de ductilidad baja, mientras que, para vigas pertenecientes a estructuras de ductilidad media, la cuantía de acero longitudinal a tensión,  $\rho$ , no excederá del 75 por ciento del área balanceada (Ecuación 4.4 y la cuantía de acero longitudinal a tensión,  $\rho$ , para vigas que pertenecen a estructuras de alta ductilidad no excederá de 0.025.
- c) El momento resistente positivo en el paño de la unión viga-columna no será menor que un tercio (elementos de ductilidad media) ó la mitad (elementos de ductilidad alta), del momento resistente negativo que se suministre en esa sección. En ninguna sección a lo largo del miembro, ni el momento resistente negativo, ni el resistente positivo, serán menores que la cuarta parte del máximo momento resistente que tenga en los extremos.
- d) Para elementos de ductilidad alta, se permiten traslapes del refuerzo longitudinal sólo si en la longitud del traslape se suministra refuerzo transversal de confinamiento en forma de hélices o estribos cerrados. El paso o la separación de este refuerzo no será mayor que  $0.25d$ , ni que 100 mm.
- e) En todos los casos, no se permitirán las uniones por traslape en los casos siguientes:
  - 1) Dentro de los nudos (uniones viga– columna);
  - 2) En una distancia de dos veces el peralte del miembro, medida desde el paño del nudo; y
  - 3) En aquellas zonas donde se suponga que pueden formarse articulaciones plásticas causadas por desplazamientos laterales del marco.
- f) Para vigas diseñadas con  $Q=3$  y  $Q=4$ , con el refuerzo longitudinal pueden formarse paquetes de dos barras cada uno.
- g) Las uniones soldadas o con dispositivos mecánicos, deberán cumplir los requisitos marcados en la NTCC-17, a condición de que en toda sección de unión cuando mucho

se unan barras alternadas y que las uniones de barras adyacentes no disten entre sí menos de 600 mm en la dirección longitudinal del miembro.

#### **4.6.1.3. Refuerzo transversal para confinamiento**

Las siguientes disposiciones se aplican a vigas diseñadas para estructuras de ductilidad media y alta.

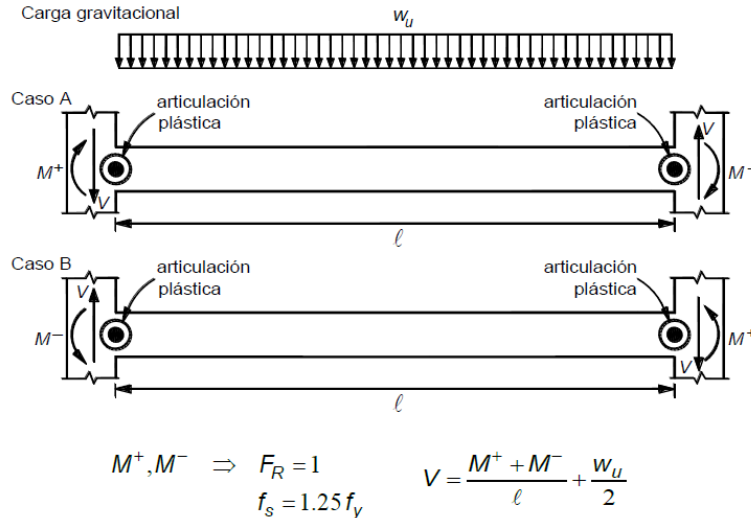
- a) Se suministrarán estribos cerrados de al menos 7.9 mm de diámetro (número 2.5), en las zonas siguientes (Figura 4.3):
  - 1) En cada extremo del miembro sobre una distancia de dos peraltes, medida a partir del paño del nudo; y
  - 2) En la porción del elemento que se halle a una distancia igual a dos peraltes ( $2h$ ) de toda sección donde se suponga que puede formarse una articulación plástica causada por desplazamientos laterales del marco. Si la articulación se forma en una sección intermedia, los dos peraltes se tomarán a cada lado de la sección.
- b) El primer estribo se colocará a no más de 50 mm de la cara del miembro de apoyo. La separación de los estribos no excederá ninguno de los valores siguientes:
  - 1)  $0.25d$ ;
  - 2) Ocho veces el diámetro de la barra longitudinal más delgada;
  - 3) 24 veces el diámetro de la barra del estribo; o
  - 4) 300 mm.
- c) Los estribos deben ser cerrados, de una pieza, y deben rematar en una esquina con dobleces de 135 grados, seguidos de tramos rectos de no menos de seis diámetros de largo ni de 80 mm. En cada esquina del estribo debe quedar por lo menos una barra longitudinal. La localización del remate del estribo debe alternarse de uno a otro.
- d) En las zonas definidas en el inciso a) de esta sección, se usarán estribos de por lo menos cuatro ramas si el ancho de la viga excede de 40 cm.
- e) Fuera de las zonas definidas en el inciso a) de esta sección, la separación de los estribos no será mayor que  $0.5d$  a todo lo largo. En todo el elemento, la separación de estribos no será mayor que la requerida por fuerza cortante.



*Figura 4.3. Detallado de elementos a flexión de ductilidad media y alta.*

#### 4.6.1.4. Requisitos para fuerza cortante

Los elementos diseñados con  $Q=3$  y  $Q=4$ , que trabajan principalmente a flexión se dimensionarán de manera que no se presente falla por cortante antes que puedan formarse las articulaciones plásticas por flexión en sus extremos. Para ello, la fuerza cortante de diseño se obtendrá del equilibrio del miembro entre caras de apoyos; se supondrá que en los extremos actúan momentos del mismo sentido (Figura 4.4). Estos momentos representan una aproximación de la resistencia a flexión y son valuados con las propiedades del elemento en esas secciones, con factor de resistencia unitario, y con el esfuerzo en el acero de tensión al menos igual a  $1.25 f_y$ . A lo largo del miembro actuarán las cargas correspondientes multiplicadas por el factor de carga. En el caso de vigas que formen parte de conexiones viga–columna con articulaciones alejadas de la cara de la columna, para calcular la fuerza cortante de diseño se podrá usar el método anterior considerando que el claro □□ de la Figura 4.4 es la distancia centro a centro entre dichas articulaciones.



El sentido de la fuerza cortante  $V$  depende de la magnitud relativa de la fuerza cortante producida por la carga gravitacional de diseño  $w_u$  y de aquella que equilibra a los momentos que aproximan la resistencia a flexión.

*Figura 4.4. Determinación de la fuerza cortante de diseño en un elemento a flexión de ductilidad media y alta.*

Al calcular el refuerzo transversal por cortante, se despreciará la contribución del concreto a la resistencia si, en las zonas definidas en el paréntesis a) de la sección de refuerzo transversal para confinamiento, la fuerza cortante de diseño causada por el sismo es igual o mayor que la mitad de la fuerza cortante de diseño calculada según el párrafo anterior. La fuerza cortante de diseño no excederá de la indicada en el inciso 4.4.2.

El refuerzo para fuerza cortante estará formado por estribos verticales cerrados de una pieza, de diámetro no menor que 7.9 mm (número 2.5).

#### 4.6.2. Columnas

Las disposiciones de esta sección se aplican a miembros en los que la carga axial de diseño,  $P_u$ , sea mayor que  $A_g f_c' / 10$ , que formen parte de estructuras de ductilidad baja ( $Q = 2$ ), ductilidad media ( $Q = 3$ ) y ductilidad alta ( $Q = 4$ ), según se indique para cada caso.

##### 4.6.2.1. Geometría

- a) La dimensión transversal mínima no será menor que 200 mm (columnas diseñadas con  $Q=2$ ), 250 mm (columnas diseñadas con  $Q=3$ ) y 300 mm (columnas diseñadas con  $Q=4$ ).
- b) Para columnas diseñadas con  $Q=2$  y  $Q=3$ , la relación entre la dimensión transversal mayor de una columna y la menor no excederá de 4. Mientras que para columnas diseñadas con  $Q=4$ , la relación entre la menor dimensión transversal y la dimensión transversal perpendicular no debe ser menor que 0.4
- c) Para columnas diseñadas con  $Q=4$ , el área  $A_g$ , no será menor que  $P_u / 0.5 f_c'$  para toda combinación de carga;

- d) Para columnas diseñadas con  $Q=4$ , la relación entre la altura libre y la menor dimensión transversal no excederá de 15.

#### **4.6.2.2. Resistencia mínima a flexión de columnas**

Con excepción de los nudos de azotea, las resistencias a flexión de las columnas en un nudo deberán ser al menos mayores que las resistencias a flexión de las vigas, de tal manera que se cumpla el criterio de diseño de columna fuerte-viga débil.

Las resistencias a flexión de las columnas en un nudo deben satisfacer la Ecuación 4.45, la Ecuación 4.46 y la Ecuación 4.47, para columnas diseñadas con  $Q=2$ ,  $Q=3$  y  $Q=4$ , respectivamente.

$$\sum M_e \geq 1.0 \sum M_g$$

*Ecuación 4.45*

$$\sum M_e \geq 1.2 \sum M_g$$

*Ecuación 4.46*

$$\sum M_e \geq 1.5 \sum M_g$$

*Ecuación 4.47*

donde:

$\Sigma M_e$  suma al paño del nudo de los momentos resistentes en el plano de análisis calculados con factor de resistencia igual a uno, de las columnas que llegan a ese nudo; el momento resistente será el que corresponde a la carga axial factorizada que, en un diagrama de interacción de la columna, produzca el menor momento resistente. Al calcular los momentos resistentes en el plano de análisis no se considerarán los momentos que actúan en el plano perpendicular;

$\Sigma M_g$  suma al paño del nudo de los momentos resistentes calculados con factor de resistencia igual a uno, de las vigas que llegan al nudo.

Las sumas anteriores deben realizarse de modo que los momentos de las columnas se opongan a los de las vigas. La condición debe cumplirse para los dos sentidos en que puede actuar el sismo.

#### **4.6.2.3. Refuerzo longitudinal**

- a) La cuantía del refuerzo longitudinal de la sección no será menor que  $0.01A_g$  ni mayor que  $0.06A_g$  (columnas diseñadas con  $Q=2$  y  $Q=3$ ) ó  $0.04A_g$  (columnas diseñadas con  $Q=4$ ). El número mínimo de barras será seis en columnas circulares y cuatro en rectangulares.
- b) Para columnas diseñadas con  $Q=4$ , sólo se permitirá formar paquetes de dos barras.
- c) El traslape de barras longitudinales sólo se permite en la mitad central del elemento; estos traslapes deben cumplir con los requisitos normados. La zona de traslape debe confinarse con refuerzo transversal.
- d) Las uniones soldadas o mecánicas de barras deben cumplir con la normatividad. Se pueden usar con tal que en una misma sección cuando más se unan barras alternadas y que las uniones de barras adyacentes no disten entre sí menos de 600 mm en la dirección longitudinal del miembro.

#### **4.6.2.4. Refuerzo transversal**

Los elementos a flexocompresión de sistemas diseñados con  $Q=3$  y  $Q=4$ , se dimensionarán de manera que no fallen por fuerza cortante antes que se formen articulaciones plásticas por flexión en sus extremos. Para esto, las NTCC-17 recomiendan que la fuerza cortante de diseño se calcule del equilibrio del elemento en su altura libre, suponiendo que en sus extremos actúan momentos flexionantes del mismo sentido, numéricamente iguales a los momentos que representan una aproximación a la resistencia real a flexión de esas secciones, con factor de resistencia igual a uno, y obtenidos con la carga axial de diseño que conduzca al mayor momento flexionante resistente.

Se despreciará la contribución del concreto,  $V_{cR}$ , si se satisface simultáneamente que:

- a) La fuerza axial de diseño, incluyendo los efectos del sismo, sea menor que  $A_g f_c' / 20$ ; y que
- b) La fuerza cortante de diseño causada por el sismo sea igual o mayor que la mitad de la fuerza cortante de diseño calculada según el párrafo anterior.

El refuerzo transversal no será menor que el necesario por resistencia a fuerza cortante y torsión. El diámetro usado no será menor que 7.9 mm (número 2.5) para columnas diseñadas con  $Q=2$  y 9.5 mm (número 3) para las diseñadas con  $Q=3$  y  $Q=4$ . Se debe cumplir con las disposiciones siguientes:

- a) Los elementos diseñados para  $Q=4$ , deben cumplir con los requisitos mínimos de la Figura 4.5.



b) Para columnas diseñadas con  $Q=2$  y  $Q=3$ , la separación máxima de estribos, arriba y abajo de cada unión de columna con traveses o losas, medida a partir del respectivo plano de intersección, se reducirá a la mitad en una longitud no menor que:

1. La mayor dimensión transversal del miembro;
2. Un sexto de su altura libre; o
3. 600 mm.

En caso de columnas diseñadas con  $Q=4$ , se suministrará el refuerzo transversal mínimo que se especifica en el inciso c) en una longitud en ambos extremos del miembro y a ambos lados de cualquier sección donde sea probable que fluya por flexión el refuerzo longitudinal ante desplazamientos laterales en el intervalo inelástico de comportamiento. La longitud será la mayor de las enlistadas anteriormente. En la parte inferior de columnas de planta baja este refuerzo debe llegar hasta media altura de la columna, y debe continuarse dentro de la cimentación al menos en una distancia igual a la longitud de desarrollo en compresión de la barra más gruesa.

c) Para columnas diseñadas con  $Q=4$ , la cuantía mínima de refuerzo transversal es:

1. En columnas de núcleo circular, la cuantía volumétrica de refuerzo helicoidal o de estribos circulares,  $\rho_s$ , no será menor que la calculada con las Ecuación 4.48.

$$0.45 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \quad \text{ni que} \quad 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$$

*Ecuación 4.48*

2. En columnas de núcleo rectangular, la suma de las áreas de estribos y grapas,  $A_{sh}$ , en cada dirección de la sección de la columna no será menor que la obtenida a partir de la Ecuación 4.49 y la Ecuación 4.50.

$$A_{sh} = 0.3 \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_{yh}} s b_c$$

*Ecuación 4.49*

$$A_{sh} = 0.09 \frac{f'_c}{f_{yh}} s b_c$$

*Ecuación 4.50*

donde  $b_c$  es la dimensión del núcleo del elemento a flexocompresión, normal al refuerzo con área  $A_{sh}$  y esfuerzo de fluencia  $f_{yh}$  (Figura 4.6).

- d) El refuerzo transversal debe estar formado por estribos cerrados de una pieza sencillos o sobrepuestos y rematados (Figura 4.6). Puede complementarse con grapas del mismo diámetro que los estribos, separadas igual que éstos a lo largo del miembro. Cada extremo de una grapa debe abrazar a una barra longitudinal de la periferia con un doblado de 135 grados seguido de un tramo recto de al menos seis diámetros de la grapa, pero no menor que 80 mm.

Los estribos o zunchos para columnas diseñadas con  $Q=2$  y  $Q=3$ , deben tener una separación no mayor que:

- a)  $269/\sqrt{f_y}$  veces el diámetro de la barra o de la barra más delgada del paquete ( $f_y$ , en MPa, es el esfuerzo de fluencia de las barras longitudinales, u  $850/\sqrt{f_y}$ , con  $f_y$  en  $\text{kg/cm}^2$ );
- b) 48 diámetros de la barra del estribo;
- c) La mitad de la menor dimensión de la columna.

Para el caso de columnas diseñadas con  $Q=4$ , la separación del refuerzo transversal no debe exceder de:

1. La cuarta parte de la menor dimensión transversal del elemento;
2. Seis veces el diámetro de la barra longitudinal más gruesa; o
3. 100 mm.

Si la distancia entre barras longitudinales no soportadas lateralmente es menor o igual que 200 mm, el límite podrá tomarse como 150 mm.

- e) La distancia centro a centro, transversal al eje del miembro, entre ramas de estribos sobrepuestos no será mayor de 450 mm, y entre grapas, así como entre éstas y ramas de estribos no será mayor de 250 mm. Si el refuerzo consta de estribos sencillos, la mayor dimensión de éstos no excederá de 450 mm.

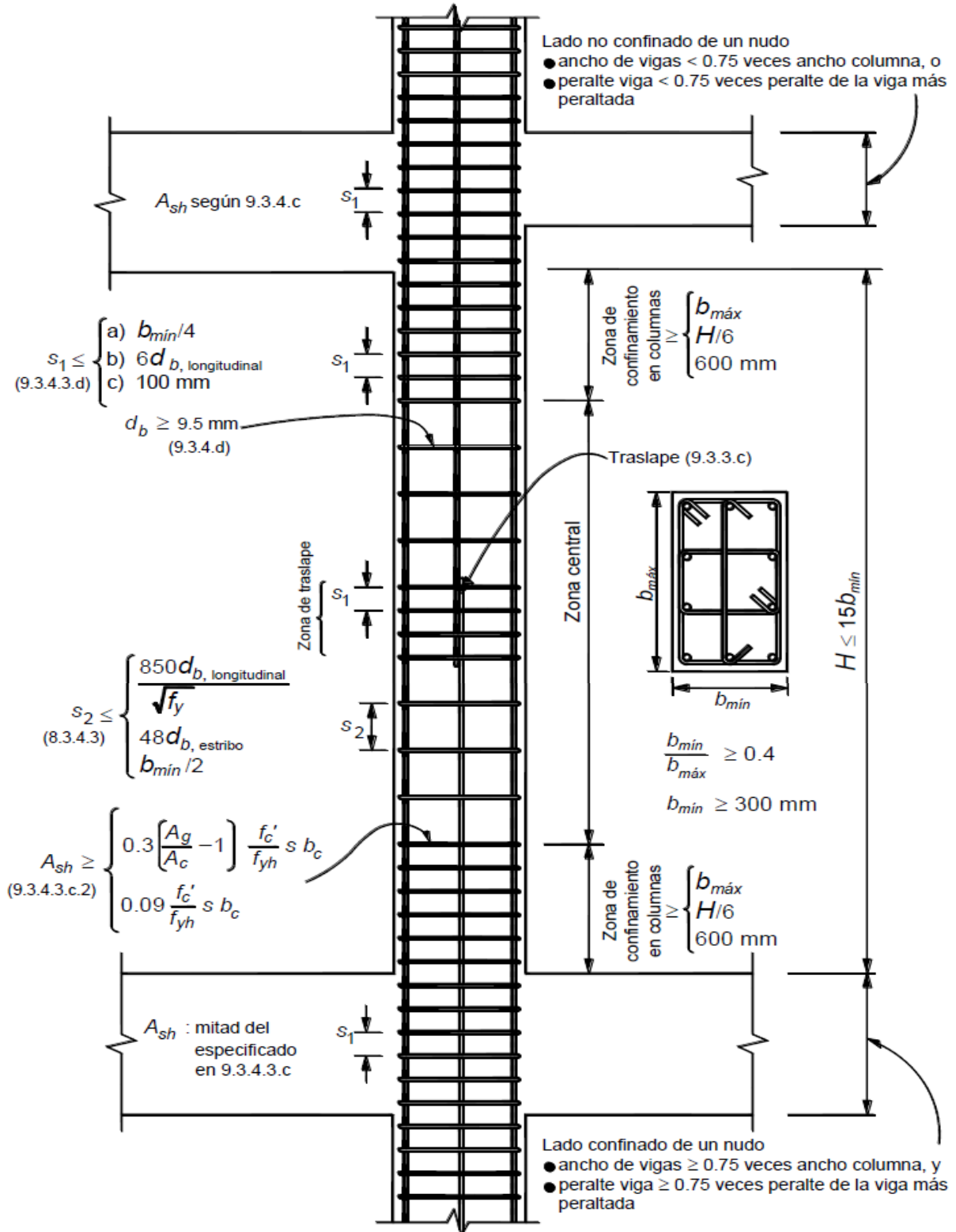
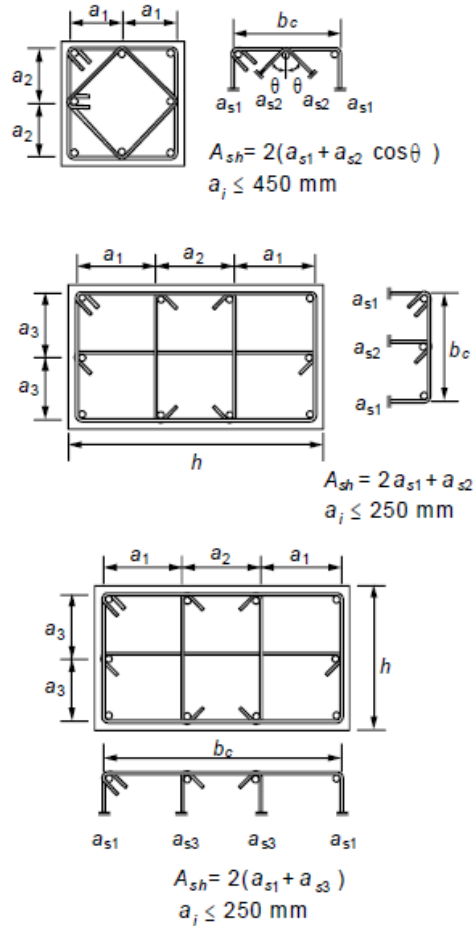


Figura 4.5. Detallado de elementos a flexocompresión marcos de ductilidad alta.



*Figura 4.6. Determinación de la cuantía de refuerzo transversal en miembros a flexocompresión.*

### **4.6.3. Conexiones viga-columna**

#### **4.6.3.1. Resistencia del concreto en las intersecciones**

Cuando el concreto de las columnas tenga una resistencia diferente a la del concreto de las vigas o losas, se usará en la intersección el concreto que tenga mayor resistencia. La zona en que se use el concreto de mayor resistencia se deberá extender hasta una distancia igual a dos veces el peralte total de la losa a partir del perímetro de la columna.

#### **4.6.3.2. Anclaje del refuerzo longitudinal**

Toda barra de refuerzo longitudinal de vigas que termine en un nudo debe prolongarse hasta la cara lejana del núcleo de la columna y rematarse con un doblé a 90 grados seguido de un tramo recto no menor de 12 diámetros. La sección crítica para revisar el anclaje de estas barras será en el plano externo del núcleo de la columna. La revisión se efectuará de acuerdo con la longitud de desarrollo de barras con dobleces, donde será suficiente usar una longitud

de desarrollo del 80 por ciento de la allí determinada. Este porcentaje no afecta a los valores mínimos, 150 mm y  $8d_b$ , ni el tramo recto de  $12 d_b$  que sigue al doblez.

En caso de conexiones de estructuras diseñadas con  $Q=4$ , los diámetros de las barras de vigas y columnas que pasen rectas a través de un nudo deben seleccionarse de modo que se cumplan las relaciones siguientes:

$$h_{(columna)}/d_b \text{ (barra de viga)} \geq 20$$

$$h_{(viga)}/d_b \text{ (barra de columna)} \geq 20$$

donde  $h_{(columna)}$  es la dimensión transversal de la columna en dirección de las barras de viga consideradas.

Si en la columna superior del nudo se cumple que  $P_u/A_g f_c' \geq 0.3$ , la relación del peralte total de la viga al diámetro de las barras de columna se puede reducir a 15. También es suficiente esta relación cuando en la estructura los muros de concreto reforzado resisten más del 50 por ciento de la fuerza lateral total inducida por el sismo.

#### **4.6.3.3. Resistencia a fuerza cortante**

De acuerdo a las NTCC-17, se admite revisar la resistencia del nudo a fuerza cortante en cada dirección principal de la sección en forma independiente. La fuerza cortante se calculará en un plano horizontal a media altura del nudo. Para calcular la resistencia de diseño a fuerza cortante del nudo se deberá clasificarlo según el número de caras verticales confinadas por los miembros horizontales y si la columna es continua o discontinua. Se considerará que la cara vertical está confinada si la viga cubre al menos 0.75 veces el ancho respectivo de la columna, y si el peralte del elemento confinante es al menos 0.75 veces la altura de la viga más peraltada que llega al nudo.

La resistencia de diseño a fuerza cortante de nudos con columnas continuas que forman parte de estructuras de alta ductilidad ( $Q=4$ ), se tomará igual a:

- a) Nudos confinados en sus cuatro caras verticales

$$5.5F_R\sqrt{f_c'}b_e h$$

*Ecuación 4.51*

- b) Nudos confinados en tres caras verticales o en caras verticales opuestas

$$4.5F_R\sqrt{f_c'}b_e h$$

*Ecuación 4.52*

c) Otros casos

$$3.5F_R\sqrt{f_c'}b_e h$$

*Ecuación 4.53*

En nudos con columnas discontinuas, la resistencia de diseño a fuerza cortante será 0.75 veces la obtenida de la Ecuación 4.51 a la Ecuación 4.53.

El ancho  $b_e$  se calculará promediando el ancho medio de las vigas consideradas y la dimensión transversal de la columna normal a la fuerza. Este ancho  $b_e$  no será mayor que el ancho de las vigas más el peralte de la columna,  $h$ , o que la dimensión transversal de la columna normal a la fuerza,  $b$  (Figura 4.7).

De forma ilustrativa, en la Figura 4.8 se muestran las variables que intervienen en el cálculo de la demanda de fuerza cortante en un nudo al que no concurren contravientos, y en que dicha demanda es función exclusivamente del acero de refuerzo de las vigas que llegan a la unión, la Ecuación 4.54 para el caso de conexiones de ductilidad baja y media, mientras que la Ecuación 4.57 para conexiones de ductilidad alta.. Para el caso de los nudos a los que concurren contravientos, se emplearan los criterios desarrollados por Godínez y Tena (2010).

$$V_u = T_{viga,1} + C_{viga,2} - V_{columna,1}$$

*Ecuación 4.54*

dónde:

$$T_{viga,1} = 1.25f_y(A_{s,viga,1})$$

*Ecuación 4.55*

$$C_{viga,2} = T_{viga,2} = 1.25(A_{s,viga,2})f_y$$

*Ecuación 4.56*

$$V_u = T_{viga,1} + T_{losa,arriba} + T_{losa,abajo} + C_{viga,2} - V_{columna,1}$$

*Ecuación 4.57*

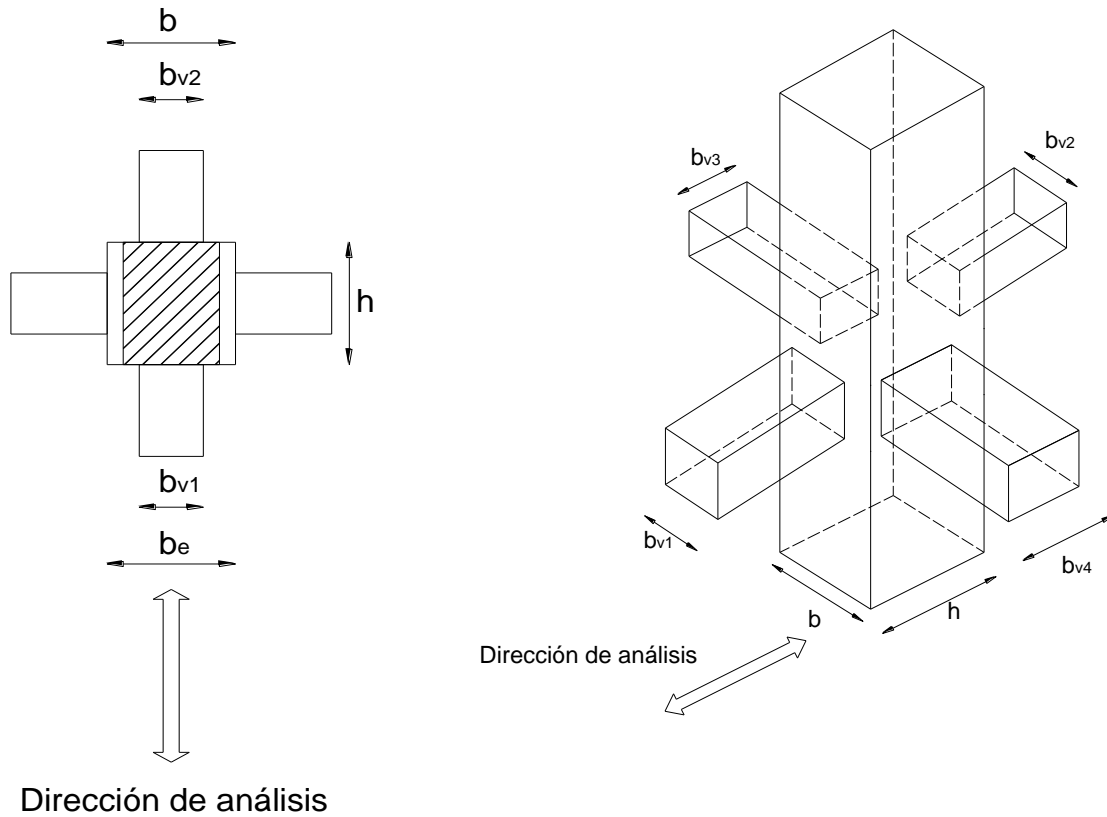
dónde:

$$T_{viga,1} + T_{losa,arriba} + T_{losa,abajo} = 1.25f_y(A_{s,viga,1} + A_{losa,arriba} + A_{losa,abajo})$$

*Ecuación 4.58*

$$C_{viga,2} = T_{viga,2} = 1.25(A_{s,viga,2})f_y$$

*Ecuación 4.59*



Si  $b_{v1} \neq b_{v2}$ , usar  $b_v = \frac{1}{2}(b_{v1} + b_{v2})$

$$b_e \leq \begin{cases} \frac{1}{2}(b_v + b) \\ b_v + h \\ b \end{cases}$$

*Figura 4.7. Área de la sección que resiste la fuerza cortante en nudos de estructuras de ductilidad alta.*

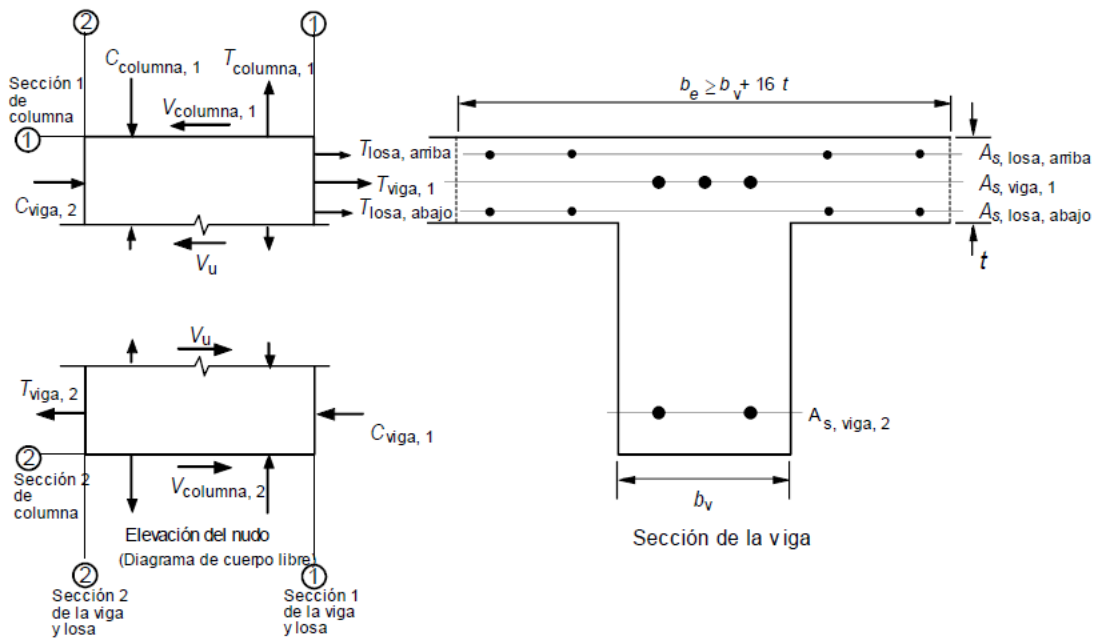


Figura 4.8. Determinación de la fuerza cortante actuante en un nudo de estructuras de ductilidad alta.



# **CAPÍTULO 5**

## ***DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS EDIFICIOS EN ESTUDIO***

## CAPÍTULO 5 . DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS EDIFICIOS EN ESTUDIO

### 5.1. Características generales de los edificios.

En esta sección se describen las características de los edificios diseñados conforme a los lineamientos estipulados en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF-17 2017) y sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17 2017). Los edificios se diseñaron para dos niveles de ductilidad global, considerado a través del factor de comportamiento sísmico; así, se diseñaron edificios de ductilidad baja ( $Q=2$ ) y ductilidad alta ( $Q=4$ ).

Se diseñarán edificios de tres, seis, nueve y doce niveles los cuales albergarán oficinas. Los edificios son regulares en planta y elevación. Cuentan con tres crujeías en cada dirección, con claros de 7.00 m. Por lo que se tiene una planta de 21.0 m en cada lado. Existen vigas secundarias orientadas en ambas direcciones con el objetivo de fomentar una mejor distribución de las cargas verticales (Tena *et al.* 2012). La altura de entrepiso es de 3.50 m., por lo que la altura total de los edificios es de 10.50 m, 21.00 m, 31.50 m y 42.00 m, respectivamente (Figura 5.1).

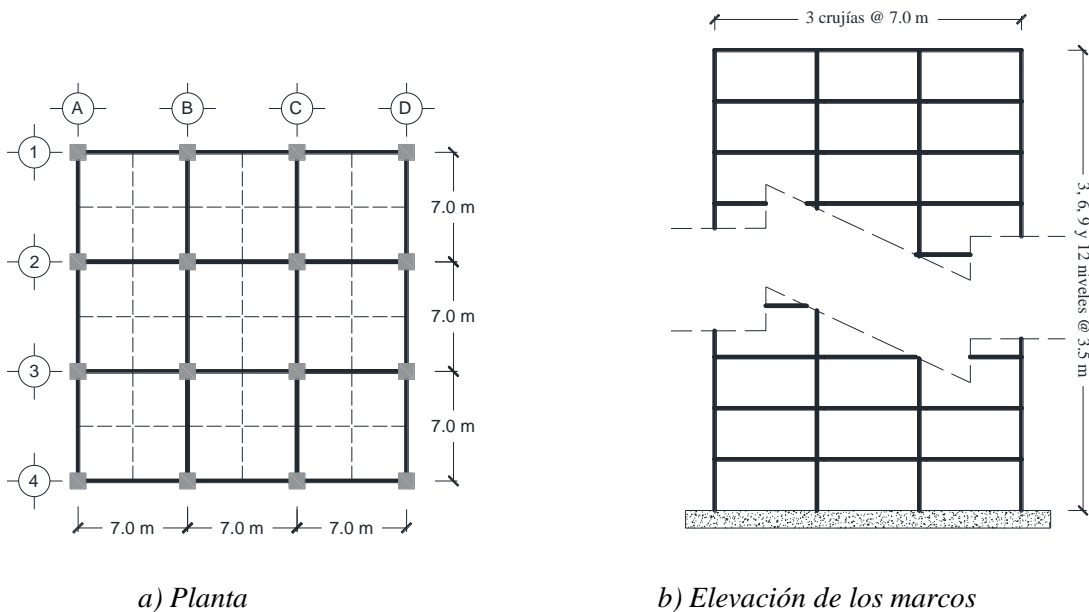


Figura 5.1. Planta y elevación de los edificios.

Las cargas consideradas para el análisis estructural, tanto para los entrepisos como para la azotea, se muestran en la Tabla 5.1.

En todos los casos se consideró concreto clase I con una resistencia a compresión ( $f'_c$ ) de  $250 \text{ kg/cm}^2$  y acero de refuerzo con esfuerzo de fluencia de  $4200 \text{ kg/cm}^2$ .

*Tabla 5.1. Cargas consideradas para el sistema de losas*

<b>LOSA DE AZOTEA</b>				<b>LOSA DE ENTREPISO</b>			
ELEMENTO	ESPESOR (m)	PESO VOL. (Kg/m <sup>3</sup> )	CARGA MUERTA (Kg/m <sup>2</sup> )	ELEMENTO	ESPESOR (m)	PESO VOL. (Kg/m <sup>3</sup> )	CARGA MUERTA (Kg/m <sup>2</sup> )
Impermeabilizante			15.00	Mosaico	0.02	2000.00	40.00
Entortado			40.00	Aplanado	0.02	2100.00	42.00
Losa	0.10	2400.00	240.00	Losa	0.10	2400.00	240.00
Instalaciones y plafón			45.00	Instalaciones y plafón			45.00
Sobrecarga por reglamento			20.00	Muro de tablarroca			36.00
<b>CARGA MUERTA</b>			<b>360.00</b>	Sobrecarga por reglamento			40.00
<b>CARGA VIVA MAXIMA</b>			<b>(W<sub>m</sub>) 100.00</b>	<b>CARGA MUERTA</b>			<b>443.00</b>
<b>CARGA VIVA INSTANTANEA</b>			<b>(W<sub>a</sub>) 70.00</b>	<b>CARGA VIVA MAXIMA</b>			<b>(W<sub>m</sub>) 250.00</b>
				<b>CARGA VIVA INSTANTANEA</b>			<b>(W<sub>a</sub>) 180.00</b>

En la modelación de los edificios se toma en cuenta el aporte de la losa, por lo que las vigas se consideran como secciones T y L invertida, según su ubicación. Cada uno de los modelos diseñados se identifica, de forma simple, mediante su número de niveles y el factor de comportamiento sísmico empleado para diseño ( $Q=2$  o  $Q=4$ ). Así los edificios en estudio se identifican como: 3Q2, 6Q2, 9Q2 y 12Q2, para los modelados con  $Q=2$  y 3Q4, 6Q4, 9Q4 y 12Q4, para los modelados con  $Q=4$ . Por ejemplo, la nomenclatura 6Q4 hace referencia a un edificio de seis niveles diseñado empleando un factor de comportamiento sísmico  $Q=4$ .

## 5.2. Consideraciones para el análisis.

El modelo para el análisis estructural se elaboró en el programa ETABS (ETABS v16.2.1). Se definieron las cargas a considerar, a partir de los cuales se toman en cuenta los efectos multidireccionales del movimiento sísmico. Las cargas consideradas son:

- a) Carga muerta.
- b) Carga viva máxima.
- c) Carga viva instantánea.
- d) Cargas laterales debidas a efectos sísmicos en dos direcciones ortogonales.

Las combinaciones de cargas consideradas según las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones son (NTCCADE-17 2017), considerando la simetría de la estructura:

- a)  $1.3C_m + 1.5C_{vm}$
- b)  $1.1 (C_m + C_{vi} \pm S_x \pm 0.3S_y)$
- c)  $1.1 (C_m + C_{vi} \pm 0.3S_x \pm S_y)$

donde:

- $C_m$  = Carga muerta.
- $C_{vm}$  = Carga viva máxima.
- $C_{vi}$  = Carga viva instantánea.
- $S_x$  = Carga por sismo en dirección global x.
- $S_y$  = Carga por sismo en dirección global y.

### 5.3. Criterios para la determinación del espectro para diseño sísmico.

Los espectros para diseño sísmico se definieron conforme a lo especificado en las Normas Técnicas Complementarias para diseño por Sismo (NTCS-17 2017). Se consideró un periodo dominante del terreno ( $T_s$ ) igual a 1.188 segundos. Para la determinación de los espectros de diseño reducidos, se consideraron factores de comportamiento sísmico  $Q=2$  y  $Q=4$ .

Con apoyo del software denominado Sistema de Acciones Sísmicas de Diseño (SASID), se obtuvieron los siguientes parámetros para las coordenadas 19.37, -99.15 (Figura 5.2): (a) coeficiente de aceleración del terreno  $a_0=0.262$ , (b) coeficiente sísmico  $c=0.971$ , (c)  $k=0.56$  y (d) los periodos característicos  $T_a=0.92$  seg. y  $T_b=1.687$  seg.

Para la definición del espectro inelástico de diseño, las ordenadas espectrales correspondientes al espectro elástico se redujeron por el factor de reducción por comportamiento sísmico,  $Q'$  (Ecuación 5.1) y por efectos de sobrerresistencia,  $R$  (Ecuación 5.2).

$$Q' = \begin{cases} 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta T}{k T_a}}; & \text{si } T \leq T_a \\ 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta}{k}}; & \text{si } T_a < T \leq T_b \\ 1 + (Q - 1) \sqrt{\frac{\beta \rho}{k}}; & \text{si } T > T_b \end{cases}$$

*Ecuación 5.1*

$$R = k_1 R_0 + k_2$$

*Ecuación 5.2*

En la Ecuación 5.2,  $R_0$  es un factor básico de sobrerresistencia del sistema estructural, que es función del valor  $Q$ . Para los sistemas de ductilidad alta ( $Q=4$ ), se consideró un valor  $R_0=2.0$  (para estructuras de mampostería, y para sistemas estructurales de concreto, acero o compuestos que cumplen con los requisitos para adoptar un factor de comportamiento  $Q$  de 3 o mayor); en tanto que para los sistemas de ductilidad baja ( $Q=2$ ), se consideró un valor  $R_0=1.75$  (para sistemas estructurales de concreto, acero o compuestos a los que se asigna  $Q$  menor que 3).

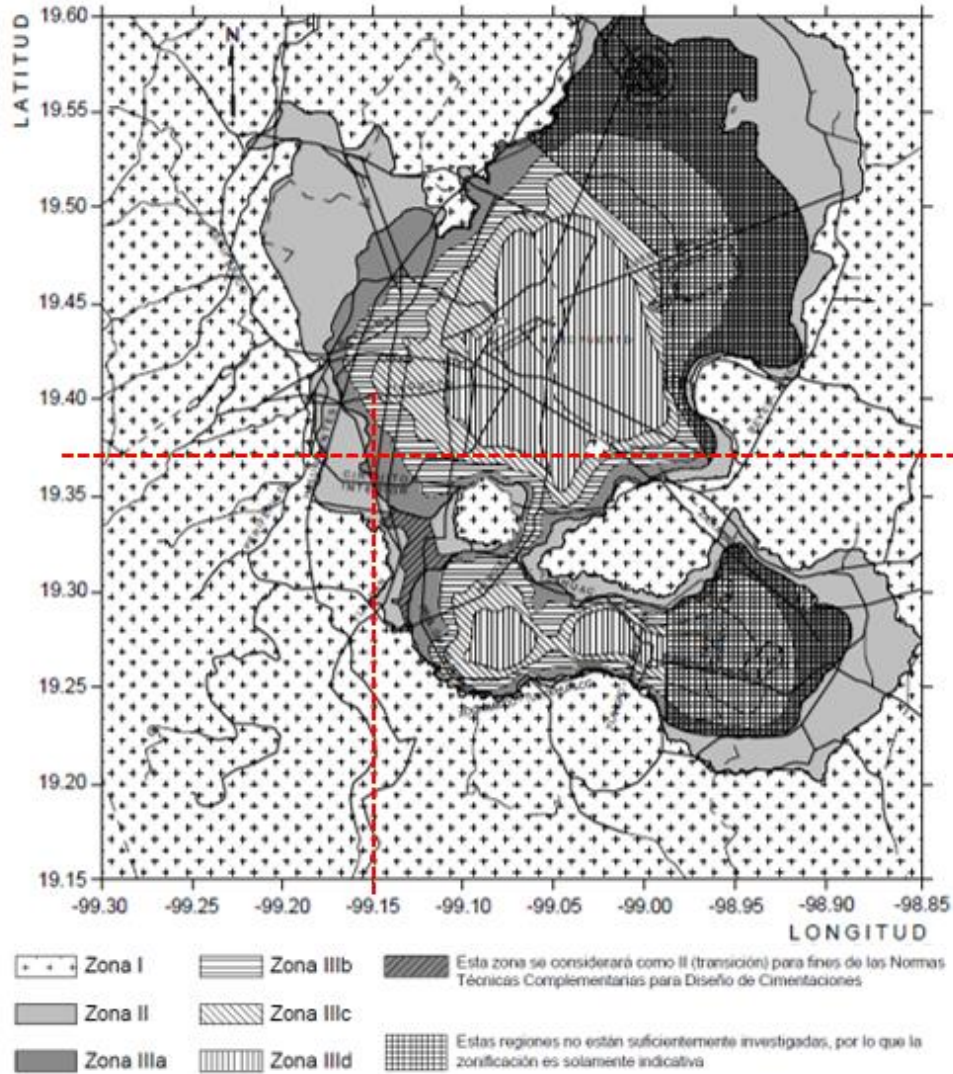


Figura 5.2. Ubicación de las coordenadas del sitio de estudio.

$k_1$ , es un factor de corrección por hiperestaticidad, que puede tomar los siguientes valores:

- 0.8 para sistemas estructurales de concreto, acero o compuestos que tengan menos de tres crujías resistentes a sismo en la dirección de análisis y dos o menos crujías resistentes a sismo en la dirección normal a la de análisis;
- 1.0 para estructuras de mampostería, y para sistemas estructurales de concreto, acero o compuestos que tengan tres o más crujías resistentes a sismo en las dos direcciones de análisis;
- 1.25 para sistemas estructurales duales.

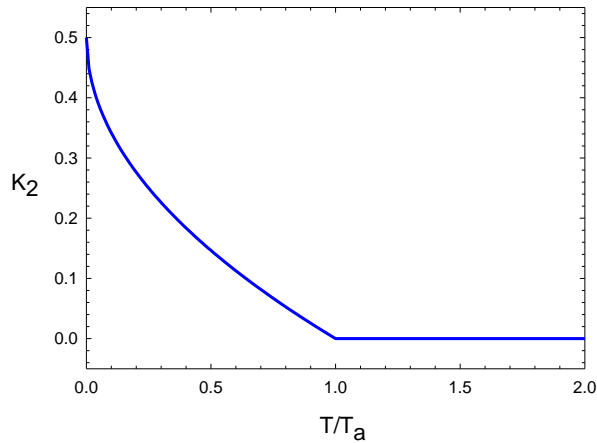
Por lo tanto, en este estudio se considera  $k_1=1.0$ .

El factor  $k_2$  considera un incremento para estructuras pequeñas y rígidas, que se obtiene con la Ecuación 5.3:

$$k_2 = 0.5 \left[ 1 - \left( T/T_a \right)^{1/2} \right] > 0$$

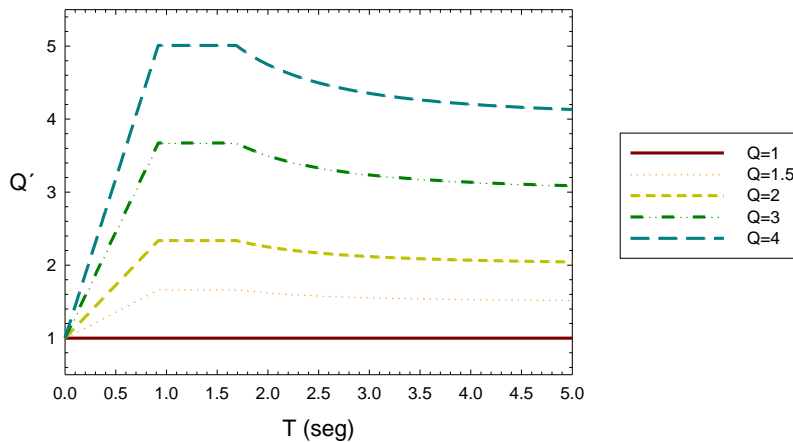
*Ecuación 5.3*

Se observa de la Ecuación 5.3 que para obtener valores de  $k_2$  mayores a 0, el valor de  $T$  debe ser menor que  $T_a$ . Si el valor de  $T$  iguala o sobrepasa el valor de  $T_a$  el factor  $k_2$  es nulo (Figura 5.3).

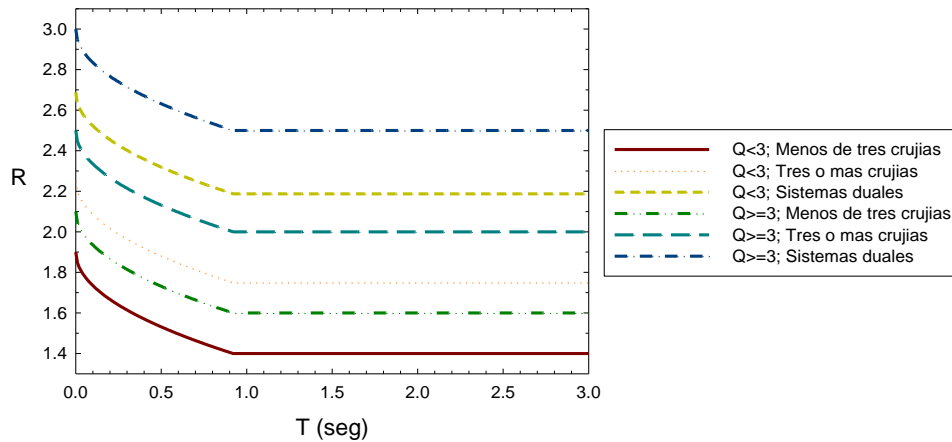


*Figura 5.3. Relación del factor  $K_2$  con  $T/T_a$ .*

En la Figura 5.4 y la Figura 5.5 se muestran gráficos que presentan la variación de los factores  $Q'$  (Ecuación 5.1) y  $R$  (Ecuación 5.2) en función del periodo de vibrar,  $T$ . Los parámetros  $T_a$  y  $T_b$  son los que corresponden a un  $T_s=1.188$  seg.



*Figura 5.4. Variación del factor de reducción por comportamiento sísmico ( $Q'$ ) con respecto al periodo de una estructura, para diferentes valores de  $Q$ .*

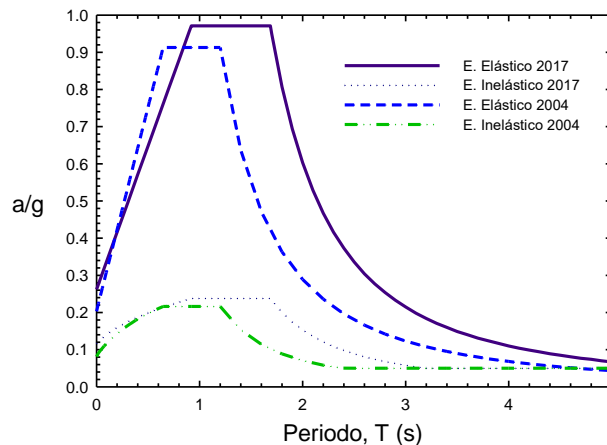


*Figura 5.5. Variación del factor de sobrerresistencia (R) con respecto al periodo de una estructura, para diferentes criterios.*

### 5.3.1. Espectro para diseño sísmico.

En la Figura 5.6 y la Figura 5.7, se presentan los espectros de diseño sísmico, calculados conforme a las NTCS-17, empleando el programa SASID. Las coordenadas consideradas son 19.37, -99.15 (ubicadas en la Figura 5.2). Con la finalidad de ilustrar los cambios en la estimación del peligro sísmico en la nueva versión de las NTCS, se muestra, además, el espectro de diseño sísmico obtenido con base en el apéndice A de las NTCS-04.

De la Figura 5.6 y la Figura 5.7, se puede observar la variación que existe entre los periodos característicos de ambos espectros (2004 y 2017), siendo mayores los correspondientes a las NTCS-17. A la vez, se observa que las aceleraciones máximas del espectro elástico de las NTCS-17, calculadas para ambos coeficientes sísmicos ( $Q=2$  y  $Q=4$ ), son mayores que las consideradas en las NTCS-04.



*Figura 5.6. Comparativa entre espectros de diseño sísmico obtenidos según las NTCS-17 y las NTCS-04, considerando  $Q=2$ .*

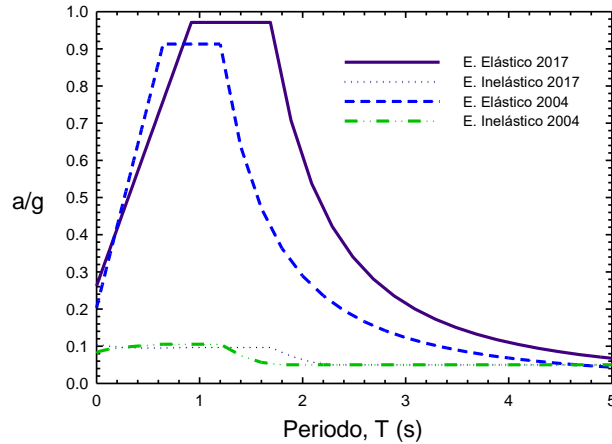


Figura 5.7. Comparativa entre espectros de diseño sísmico obtenidos según las NTCS-17 y las NTCS-04, considerando  $Q=4$ .

#### 5.4. Efectos de torsión.

Cuando se aplican el método estático o el dinámico modal espectral, el momento torsionante debe tomarse por lo menos igual a la fuerza lateral que actúa en el nivel multiplicada por la excentricidad que para cada caso resulte más desfavorable de las siguientes:

$$1.5e_s + e_a$$

*Ecuación 5.4*

$$e_s - e_a$$

*Ecuación 5.5*

La excentricidad  $e_s$ , calculada en cada entrepiso, debe tomarse como la distancia entre el centro de torsión del nivel correspondiente y la línea de acción de la fuerza lateral que actúa en él. La excentricidad accidental,  $e_a$ , en la dirección perpendicular a la de análisis en el  $i$ -ésimo entrepiso debe calcularse con la Ecuación 5.6.

$$\left[ 0.05 + 0.05(i - 1) / (n - 1) \right] b_i$$

*Ecuación 5.6*

Donde;  $b_i$  es la dimensión del  $i$ -ésimo piso en la dirección perpendicular a la dirección de análisis; y  $n$ , el número de pisos del sistema estructural.

En la Figura 5.8 y la Figura 5.10, se muestra la excentricidad accidental por cada nivel como porcentaje del ancho de la base del edificio para los modelos diseñados con  $Q=2$  y  $Q=4$ , respectivamente. Se observa que esta excentricidad tiene un valor mínimo del 5% del ancho de la base y alcanza un valor del 10% del mismo ancho en el nivel superior (Ecuación



5.6). Además, en la Figura 5.9 y la Figura 5.11 se muestran las excentricidades de diseño para cada edificio en estudio, las cuales se obtuvieron de la relación más desfavorable ya comentada anteriormente; las excentricidades de diseño se muestran en metros, para cada uno de los niveles de los edificios.

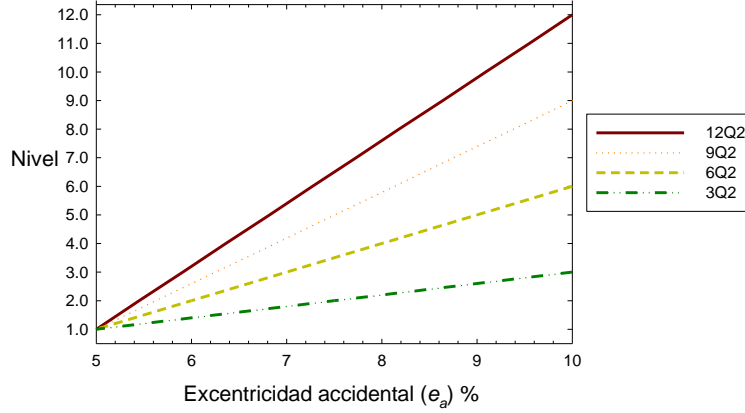


Figura 5.8. Excentricidad accidental calculada para los edificios con  $Q=2$ .

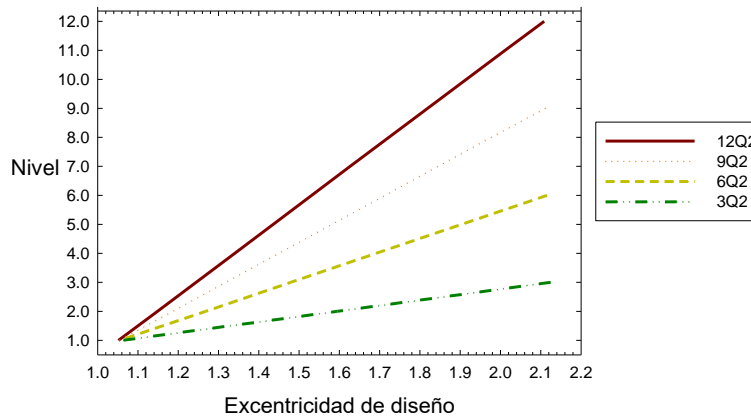


Figura 5.9. Excentricidad de diseño en metros calculada para los edificios con  $Q=2$ .

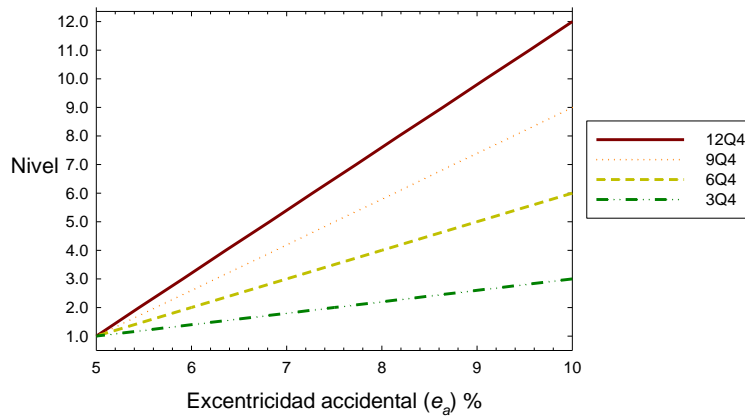
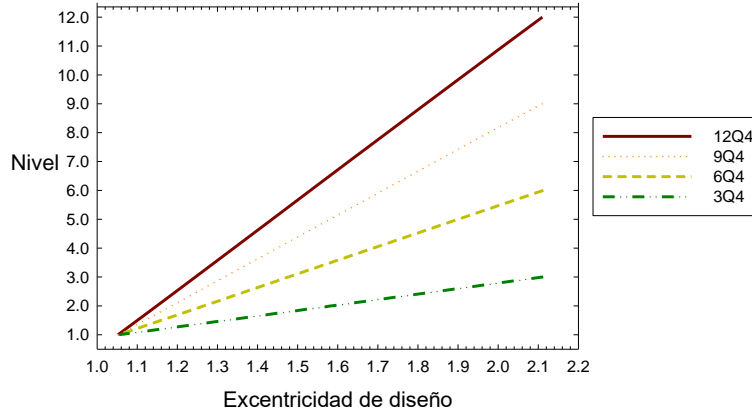


Figura 5.10. Excentricidad accidental calculada para los edificios con  $Q=4$ .



*Figura 5.11. Excentricidad de diseño en metros calculada para los edificios con  $Q=4$ .*

## **5.5. Diseño estructural de los modelos en estudio**

### **5.5.1. Modelos estructurales**

En la Figura 5.12a y la Figura 5.12b se muestran algunas vistas del modelo estructural del edificio de 12 niveles (la geometría para cada elevación es la misma), el cual fue desarrollado en el software para análisis y diseño estructural ETABS (ETABS v16.2.1). En el modelo estructural se identifican, mediante colores, los cambios de sección realizados en vigas y columnas, los cuales se realizaron en diferentes niveles con la finalidad de tratar de evitar la creación de planos de debilidad. Asimismo, en la Figura 5.12c a la Figura 5.12e, se muestran las tres primeras formas modales y los correspondientes periodos de vibrar del modelo 12Q4, el cual es representativo del resto de los modelos.

En la Tabla 5.2, se muestran los periodos fundamentales obtenidos para cada modelo. Se observa que los modelos 9Q2, 12Q2, 9Q4 y 12Q4 se encuentran entre los periodos característicos del espectro ( $T_a=0.92$  seg y  $T_b=1.68$  seg), por lo que estarán sometidos a las máximas demandas de aceleración de diseño. Mientras que los modelos 3Q2, 6Q2, 3Q4 y 6Q4 presentan periodos fundamentales por debajo de  $T_a$ , por lo que en estos casos, la aceleración de diseño se encuentra en la rama ascendente del espectro, acorde a su periodo de vibración. Además, se muestra la masa modal total, que en todos los casos es mayor al 90% de la masa total de la estructura, conforme a lo requerido en las NTCS-17.

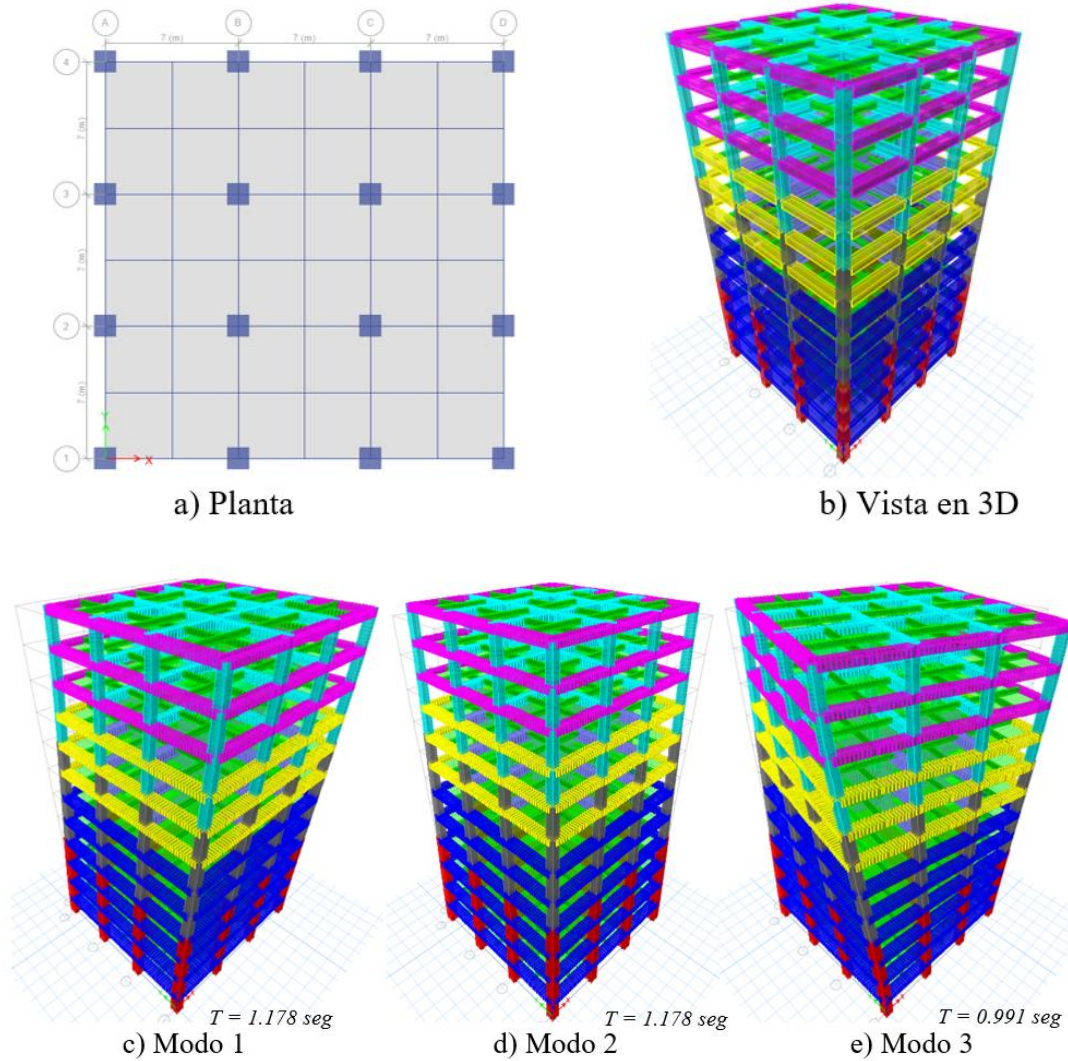


Figura 5.12. Modelo de un edificio en estudio y modos de vibración.

Tabla 5.2. Características dinámicas de los edificios en estudio.

<b>Modelo</b>	<b>Periodo, <math>T</math> (seg)</b>	<b><math>\Sigma</math> Masa Modal (%)</b>
<b>3Q2</b>	0.582	100.00%
<b>6Q2</b>	0.803	97.82%
<b>9Q2</b>	0.954	95.20%
<b>12Q2</b>	1.086	94.26%
<b>3Q4</b>	0.669	100.00%
<b>6Q4</b>	0.811	97.97%
<b>9Q4</b>	1.006	95.34%
<b>12Q4</b>	1.178	94.40%

### 5.5.2. Revisión por cortante basal.

Las NTCS-17 especifican que cuando se haga un análisis modal espectral,  $V_o/W_o$  no se tomará menor que el valor de  $a_{mín}$ . Donde  $V_o$  es la fuerza cortante en la base obtenida con el análisis dinámico modal y  $W_o$  el peso de la estructura al nivel del desplante.

Si en la dirección de análisis se encuentra que la relación  $V_o/W_o$  es menor que  $a_{mín}$ , se incrementarán todas las fuerzas de diseño en una proporción tal que la relación iguale ese valor; los desplazamientos no se afectarán por esta corrección. El valor de  $a_{mín}$  se tomará igual a 0.03 cuando  $T_s < 0.5$  seg. o 0.05 si  $T_s \geq 1.0$  seg., donde  $T_s$  es el periodo dominante más largo del terreno en el sitio de interés. Para valores de  $T_s$  comprendidos entre 0.5 y 1.0,  $a_{mín}$  se hará variar linealmente entre 0.03 y 0.05. Para los modelos en estudio el valor de  $T_s$  es de 1.188 seg., por lo que el valor de  $a_{mín}=0.05$ . En la Tabla 5.3 se presenta la revisión realizada para cada uno de los modelos, mostrando que en todos los casos se cumple con el requisito de cortante basal mínimo.

*Tabla 5.3. Revisión por cortante basal.*

<i>Modelo</i>	<i>Cortante Basal (Ton)</i>	<i>Peso (Ton)</i>	<i><math>V_o/W_o</math></i>
<b>3Q2</b>	237.17	1140.61	0.207
<b>6Q2</b>	602.73	2644.43	0.228
<b>9Q2</b>	1069.99	4497.29	0.238
<b>12Q2</b>	1661.36	6982.89	0.238
<b>3Q4</b>	111.24	1161.53	0.096
<b>6Q4</b>	261.31	2714.46	0.096
<b>9Q4</b>	427.95	4413.39	0.097
<b>12Q4</b>	626.30	6458.94	0.097

### 5.5.3. Distorsiones permisibles.

La distorsión de entrepiso se define como la diferencia entre los desplazamientos laterales de los pisos consecutivos que lo delimitan dividida entre la diferencia de elevaciones correspondiente. El criterio general para el diseño por rigidez del sistema estructural global, se basa en que los elementos estructurales se dimensionen simultáneamente para satisfacer los requisitos asociados a una distorsión máxima permisible para el estado límite de seguridad contra colapso, en función del valor del factor de comportamiento sísmico considerado, así como para una distorsión asociadas al estado límite de servicio de 0.004 (límite que corresponde al caso en que los elementos no estructurales están perfectamente desligados de la estructura).

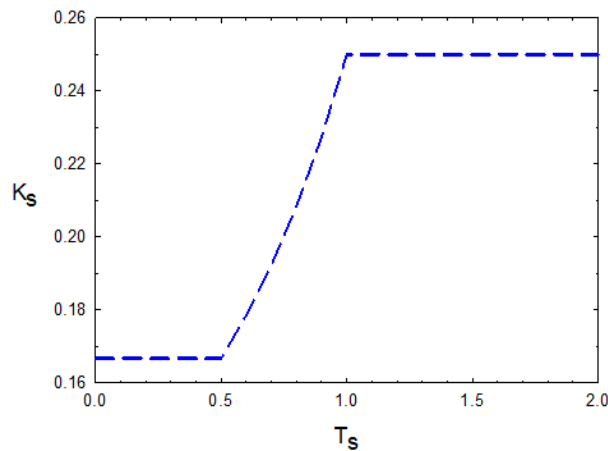
Para efectos de revisión, los desplazamientos laterales se obtuvieron del análisis realizado con las fuerzas sísmicas de diseño. Conforme a las NTCS-17, la revisión de desplazamientos laterales debe considerar:

- a) Para el cumplimiento del estado límite de seguridad contra colapso, se revisó que las distorsiones de entrepiso, obtenidas con el espectro de diseño (Figura 5.6 y Figura 5.7), multiplicadas por  $QR$ , no excedieran los valores especificados para la distorsión límite;  $\Delta_{max}=0.015$  para los modelos diseñados con  $Q=2$  y  $\Delta_{max}=0.03$  para los diseñados con  $Q=4$ .
- b) Para el cumplimiento del requisito de limitación de daños ante sismos frecuentes, las distorsiones máximas de entrepiso se obtuvieron del análisis con el espectro de diseño reducido en función de los factores de comportamiento sísmico y sobrerresistencia, multiplicándolas por  $Q'R$  y por el factor  $K_s$ , que se determina mediante la Ecuación 5.7. Es importante hacer notar que el criterio para la revisión del estado límite de servicio es uno de los cambios más significativos en las NTCS-17 respecto a la versión previa de esta norma (NTCS-04 2004). En las NTCS-17, para periodos de sitio ( $T_s$ ) mayores o iguales que 1.0 seg,  $K_s$  es igual a  $\frac{1}{4}$ , valor mucho mayor al considerado en las NTCS-04, donde se consideraba un factor igual a  $\frac{1}{7}$ . Lo anterior repercute de manera importante en el proceso de diseño sísmico, pues el criterio que rige en muchos casos, es el asociado al estado límite de servicio.

$$K_s = \begin{cases} \frac{1}{6}; & \text{si } T_s < 0.5 \text{ seg} \\ \frac{1}{6 - 4(T_s - 0.5)}; & \text{si } 0.5 \leq T_s < 1.0 \text{ seg} \\ \frac{1}{4}; & \text{si } T_s \geq 1.0 \text{ seg} \end{cases}$$

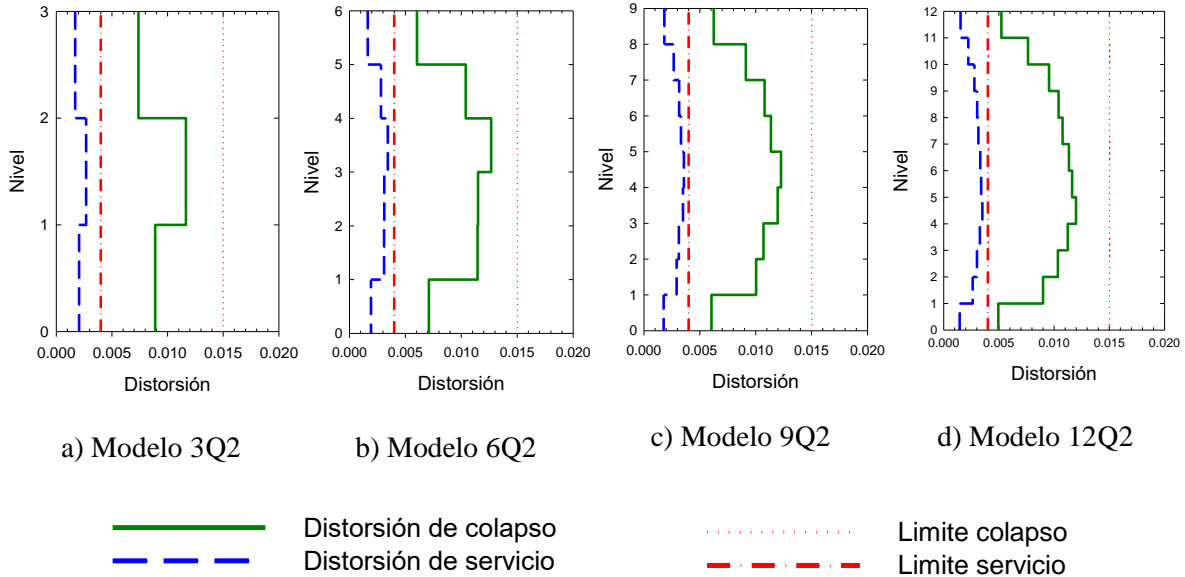
*Ecuación 5.7*

De forma complementaria, en la Figura 5.13 se muestra la variación del factor  $K_s$  en función del periodo del suelo  $T_s$ .

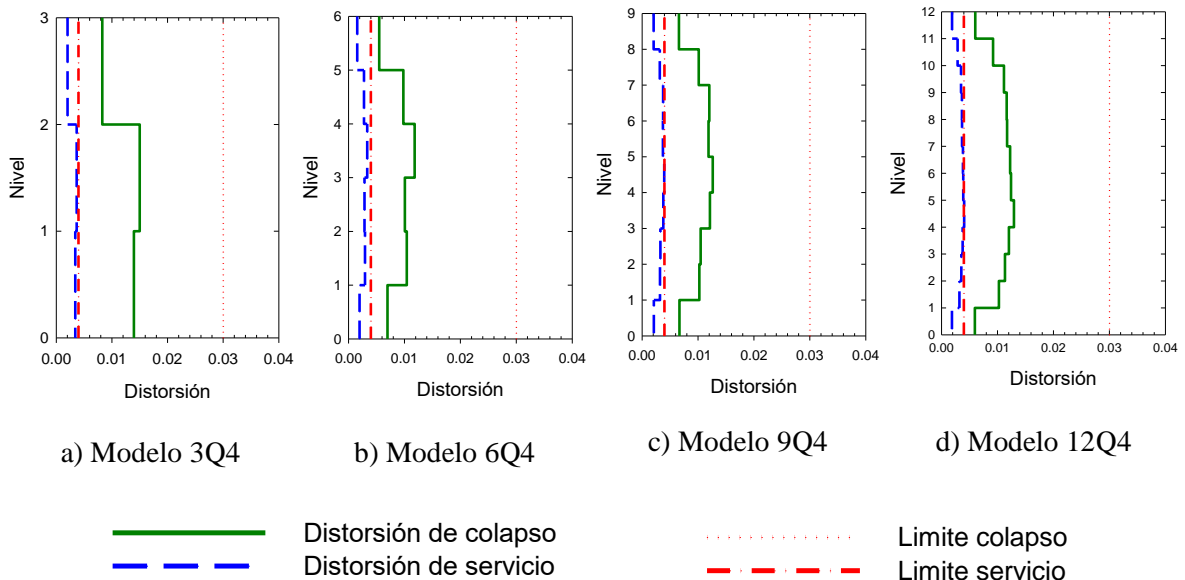


*Figura 5.13. Comportamiento del parámetro  $K_s$  en función de  $T_s$ .*

En la Figura 5.14 y la Figura 5.15 se muestran las distorsiones de entrepiso asociadas a los estados de límite de servicio y prevención de colapso para cada modelo analizado (en la dirección global X). Con línea punteada se indican los límites máximos especificados en las NTCS-17. Como se mencionó, conforme a los nuevos lineamientos de las NTCS-17, el valor obtenido de  $K_s$  fue de  $\frac{1}{4}$  para los edificios en estudio, por lo que las distorsiones asociadas al estado límite de servicio se incrementaron considerablemente, y por tal razón, los modelos quedan controlados por este estado límite.



*Figura 5.14. Distorsiones de entrepiso de los modelos diseñados con  $Q=2$ .*



*Figura 5.15. Distorsiones de entrepiso de los modelos diseñados con  $Q=4$ .*

En la Tabla 5.4 se presenta un resumen de las secciones de diseño obtenidas para cada uno de los modelos en estudio. Las vigas secundarias empleadas en todos los modelos tienen las mismas dimensiones (30 cm x 50 cm) y acero de refuerzo.

*Tabla 5.4. Secciones de diseño de los elementos estructurales.*

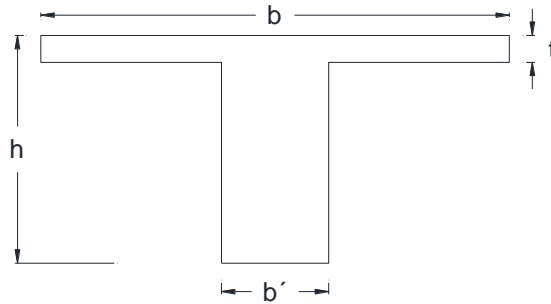
<i>Modelo</i>	<i>Nivel</i>	<i>Vigas rectangulares (cm)</i>	<i>Nivel</i>	<i>Columnas (cm)</i>
<b>3Q2</b>	1 al 3	30 x 50	1 al 3	55 x 55
<b>6Q2</b>	1 al 3	35 x 70	1 al 3	75 x 75
	4 al 6	30 x 60	4 al 6	65 x 65
<b>9Q2</b>	1 al 4	45 x 85	1 al 3	90 x 90
	5 al 7	40 x 75	4 al 6	80 x 80
	8 al 9	30 x 60	7 al 9	70 x 70
<b>12Q2</b>	1 al 6	50 x 95	1 al 4	115 x 115
	7 al 9	40 x 85	5 al 8	105 x 105
	10 al 12	35 x 70	9 al 12	95 x 95
<b>3Q4</b>	1 al 3	35 x 55	1 al 3	45 x 45
<b>6Q4</b>	1 al 3	45 x 70	1 al 3	70 x 70
	4 al 6	35 x 60	4 al 6	60 x 60
<b>9Q4</b>	1 al 4	50 x 85	1 al 3	80 x 80
	5 al 7	40 x 75	4 al 6	70 x 70
	8 al 9	30 x 60	7 al 9	60 x 60
<b>12Q4</b>	1 al 6	50 x 90	1 al 4	100 x 100
	7 al 9	40 x 80	5 al 8	90 x 90
	10 al 12	30 x 65	9 al 12	80 x 80

#### **5.5.4. Diseños de vigas principales**

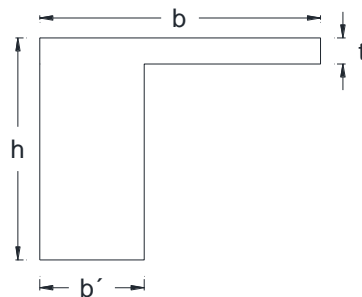
Como se mencionó anteriormente, para el diseño se considera la contribución de la losa en rigidez y resistencia, por lo que las secciones de las vigas son T y L, dependiendo de su ubicación (centrales o de borde). El acero de la losa que se considera participando en la resistencia de las vigas es de 10 barras del #3, para las secciones T, y 5 barras del #3, para las secciones L, dichas barras se encuentran dentro del ancho efectivo del patín, calculado conforme a las NTCC-17.

Las hipótesis, criterios y recomendaciones empleados para el diseño de las vigas a flexión y cortante, se basan en lo comentado en el capítulo 4 de esta tesis, tomando en consideración el nivel de ductilidad de los edificios ( $Q=2$  o  $Q=4$ ).

En la Tabla 5.5 a la Tabla 5.20, se presenta un resumen con las secciones y armados de las vigas de cada edificio. En las tablas  $As(+)$  y  $As(-)$  indican respectivamente el refuerzo longitudinal positivo y negativo,  $n_{ram}$  indica el número de ramas de estribos, y  $s$  el espaciamiento del refuerzo transversal. Para evitar confusiones en la Figura 5.16 y la Figura 5.17, se presentan las dimensiones a las que se hace referencia en las tablas. El ancho efectivo de los patines que participa en la respuesta estructural, a cada lado del alma, se estimó con base en lo especificado en las NTCC-17 (NTCC-17 2017), donde se indica que no debe exceder de: (a) la octava parte del claro menos la mitad del ancho del alma, (b) la mitad de la distancia al paño del alma del miembro más cercano o, (c) ocho veces el espesor del patín. El criterio empleado es similar al establecido en el Reglamento del Instituto Americano del Concreto (ACI-318-14 2014). Los espesores de patín ( $t$ ) se obtuvieron a partir del diseño previo de las losas, las cuales, como es normal, se dimensionaron ante cargas verticales y para satisfacer estados límite de deformación y servicio.



*Figura 5.16. Dimensiones vigas T.*



*Figura 5.17. Dimensiones vigas L.*

Es claro que la tipificación empleada, congruente con lo normalmente especificado en los despachos de cálculo estructural, brinda sobrerresistencia a la estructura. Esta estrategia simplifica los procesos constructivos, y con ello se evita cambiar la sección y armados de las vigas para cada uno de los niveles.



*Tabla 5.5. Tipificación de vigas del modelo 3Q2.*

<i>Nivel</i>	<i>Marcos B y C, cruja:</i> <i>Marcos 2 y 3, cruja:</i>			<i>Marcos A y D, cruja:</i> <i>Marcos 1 y 4, cruja:</i>		
	<i>1-2</i> <i>A-B</i>	<i>2-3</i> <i>B-C</i>	<i>3-4</i> <i>C-D</i>	<i>1-2</i> <i>A-B</i>	<i>2-3</i> <i>B-C</i>	<i>3-4</i> <i>C-D</i>
1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1
2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2
3	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VL-1 R-3	VL-1 R-3	VL-1 R-3

*Tabla 5.6. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 3Q2.*

<i>Sección</i>					<i>Refuerzo para flexión</i>		<i>Refuerzo para fuerza cortante</i>	
<i>Tipo</i>	<i>b' (cm)</i>	<i>h (cm)</i>	<i>b (cm)</i>	<i>t (cm)</i>	<i>As (-)</i>	<i>As (+)</i>	<i>n<sub>ram</sub></i>	<i>S (cm)</i>
VT-1 R-1	30	60	175	10	Extremos			
					5#6	3#6	2#3	15
					Centro			
					3#6	3#6	2#3	25
VL-1 R-1	30	60	102.5	10	Extremos			
					5#6	4#6	2#3	25
					Centro			
					2#6	3#6	2#3	25
VT-1 R-2	30	60	175	10	Extremos			
					4#6	3#6	2#3	20
					Centro			
					2#6	3#6	2#3	25
VL-1 R-2	30	60	102.5	10	Extremos			
					4#6	3#6	2#3	25
					Centro			
					2#6	2#6	2#3	25
VT-1 R-3	30	60	175	10	Extremos			
					2#6	2#6	2#3	25
					Centro			
					2#6	2#6	2#3	25
VL-1 R-3	30	60	102.5	10	Extremos			
					2#6	2#6	2#3	25
					Centro			
					2#6	2#6	2#3	25

*Tabla 5.7. Tipificación de vigas del modelo 6Q2.*

<i>Nivel</i>	<i>Marcos B y C, crujía:</i>			<i>Marcos A y D, crujía:</i>		
	<i>Marcos 2 y 3, crujía:</i>			<i>Marcos 1 y 4, crujía:</i>		
	<i>1-2</i> <i>A-B</i>	<i>2-3</i> <i>B-C</i>	<i>3-4</i> <i>C-D</i>	<i>1-2</i> <i>A-B</i>	<i>2-3</i> <i>B-C</i>	<i>3-4</i> <i>C-D</i>
1	VT-1 R-1	VT-1 R1	VT-1 R1	VL-1 R1	VL-1 R1	VL-1 R1
2	VT-1 R-2	VT-1 R2	VT-1 R2	VL-1 R2	VL-1 R2	VL-1 R2
3	VT-1 R-1	VT-1 R1	VT-1 R1	VL-1 R2	VL-1 R2	VL-1 R2
4	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1
5	VT-2 R-2	VT-2 R-2	VT-2 R-2	VL-2 R-2	VL-2 R-2	VL-2 R-2
6	VT-2 R-3	VT-2 R-3	VT-2 R-3	VL-2 R-3	VL-2 R-3	VL-2 R-3

*Tabla 5.8. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 6Q2.*

<i>Sección</i>					<i>Refuerzo para flexión</i>		<i>Refuerzo para fuerza cortante</i>	
<i>Tipo</i>	<i>b'</i> <i>(cm)</i>	<i>h</i> <i>(cm)</i>	<i>b</i> <i>(cm)</i>	<i>t</i> <i>(cm)</i>	<i>As (-)</i>	<i>As (+)</i>	<i>n<sub>ram</sub></i>	<i>S (cm)</i>
VT-1 R-1	35	80	175	10	Extremos			
					5#8	4#8	2#3	15
					Centro			
					2#8	3#8	2#3	15
VL-1 R-1	35	80	105	10	Extremos			
					5#8	4#8	2#3	25
					Centro			
					2#8	3#8	2#3	25
VT-1 R-2	35	80	175	10	Extremos			
					6#8	4#8	2#3	15
					Centro			
					2#8	3#8	2#3	15
VL-1 R-2	35	80	105	10	Extremos			
					5#8	4#8	2#3	20
					Centro			
					2#8	3#8	2#3	20
VT-2 R-1	30	70	175	10	Extremos			
					4#8	5#6	2#3	15
					Centro			
					2#8	4#6	2#3	20
VL-2 R-1	30	70	102.5	10	Extremos			
					4#8	5#6	2#3	25
					Centro			
					2#8	4#6	2#3	30

VT-2 R-2	30	70	175	10	Extremos			
					5#6	3#6	2#3	20
					Centro			
					2#6	3#6	2#3	25
VL-2 R-2	30	70	102.5	10	Extremos			
					5#6	3#6	2#3	30
					Centro			
					2#6	3#6	2#3	30
VT-2 R-3	30	70	175	10	Extremos			
					2#6	2#6	2#3	30
					Centro			
					2#6	2#6	2#3	30
VL-2 R-3	30	70	102.5	10	Extremos			
					2#6	2#6	2#3	30
					Centro			
					2#6	2#6	2#3	30

\*continuación Tabla 5.8

*Tabla 5.9. Tipificación de vigas del modelo 9Q2.*

Nivel	<b>Marcos B y C, cruja:</b> <b>Marcos 2 y 3, cruja:</b>			<b>Marcos A y D, cruja:</b> <b>Marcos 1 y 4, cruja:</b>		
	<b>1-2</b>	<b>2-3</b>	<b>3-4</b>	<b>1-2</b>	<b>2-3</b>	<b>3-4</b>
	<b>A-B</b>	<b>B-C</b>	<b>C-D</b>	<b>A-B</b>	<b>B-C</b>	<b>C-D</b>
1	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2
2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2
3	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2
4	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1
5	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1
6	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1
7	VT-2 R-2	VT-2 R-2	VT-2 R-2	VL-2 R-2	VL-2 R-2	VL-2 R-2
8	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1
9	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1

Tabla 5.10. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 9Q2.

Sección					Refuerzo para flexión		Refuerzo para fuerza cortante	
Tipo	$b'$ (cm)	$h$ (cm)	$b$ (cm)	$t$ (cm)	As (-)	As (+)	$n_{ram}$	$S$ (cm)
VT-1 R-1	45	95	175	10	Extremos			
					7#8	6#8	2#3	10
					Centro			
					3#8	4#8	2#3	10
VL-1 R-1	45	95	110	10	Extremos			
					7#8	6#8	2#3	15
					Centro			
					3#8	4#8	2#3	15
VT-1 R-2	45	95	175	10	Extremos			
					8#8	6#8	2#3	10
					Centro			
					3#8	4#8	2#3	10
VL-1 R-2	45	95	110	10	Extremos			
					8#8	6#8	2#3	10
					Centro			
					3#8	4#8	2#3	15
VT-2 R1	40	85	175	10	Extremos			
					7#8	5#8	2#3	10
					Centro			
					3#8	3#8	2#3	10
VL-2 R-1	40	85	107.5	10	Extremos			
					6#8	5#8	2#3	15
					Centro			
					3#8	3#8	2#3	15
VT-2 R-2	40	85	175	10	Extremos			
					4#8	3#8	2#3	15
					Centro			
					2#8	3#8	2#3	20
VL-2 R-2	40	85	107.5	10	Extremos			
					4#8	3#8	2#3	25
					Centro			
					2#8	2#8	2#3	25
VT-3 R-1	30	70	175	10	Extremos			
					5#6	3#6	2#3	20
					Centro			
					2#6	3#6	2#3	25

VL-3 R-1	30	70	102.5	10	Extremos			
					5#6	3#6	2#3	30
					Centro			
					2#6	3#6	2#3	30

\*continuación Tabla 5.10

*Tabla 5.11. Tipificación de vigas del modelo 12Q2.*

Nivel	Marcos B y C, crujía: Marcos 2 y 3, crujía:			Marcos A y D, crujía: Marcos 1 y 4, crujía:		
	1-2	2-3	3-4	1-2	2-3	3-4
	A-B	B-C	C-D	A-B	B-C	C-D
1	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2
2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2
3	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2
4	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VL-1 R-3	VL-1 R-3	VL-1 R-3
5	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VL-1 R-3	VL-1 R-3	VL-1 R-3
6	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VL-1 R-3	VL-1 R-3	VL-1 R-3
7	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1
8	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1
9	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1
10	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1
11	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1
12	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1

*Tabla 5.12. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 12Q2.*

Sección					Refuerzo para flexión		Refuerzo para fuerza cortante	
Tipo	b' (cm)	h (cm)	b (cm)	t (cm)	As (-)	As (+)	n <sub>ram</sub>	S (cm)
VT-1 R-1	50	105	175	10	Extremos			
					7#8	6#8	2#3	10
					Centro			
					3#8	4#8	2#3	10
VL-1 R-1	50	105	112.5	10	Extremos			
					7#8	6#8	2#3	15
					Centro			
					3#8	4#8	2#3	15
VT-1 R-2	50	105	175	10	Extremos			
					7#10	9#8	2#4	10
					Centro			

					3#10	5#8	2#4	15
VL-1 R-2	50	105	112.5	10	Extremos			
					10#8	9#8	2#4	15
					Centro			
					5#8	5#8	2#4	15
VT-1 R-3	50	105	175	10	Extremos			
					9#8	8#8	2#4	15
					Centro			
					4#8	5#8	2#4	15
VL-1 R-3	50	105	112.5	10	Extremos			
					9#8	8#8	2#3	10
					Centro			
					4#8	4#	2#3	10
VT-2 R-1	40	95	175	10	Extremos			
					8#8	7#8	2#3	10
					Centro			
					3#8	4#8	2#3	10
VL-2 R-1	40	95	107.5	10	Extremos			
					8#8	7#8	2#3	10
					Centro			
					3#8	4#8	2#3	10
VT-3 R-1	35	80	175	10	Extremos			
					5#8	6#6	2#3	15
					Centro			
					2#8	4#6	2#3	15
VL-3 R-1	35	80	105	10	Extremos			
					4#8	6#6	2#3	20
					Centro			
					2#8	4#6	2#3	25

\*continuación Tabla 5.12

*Tabla 5.13. Tipificación de vigas del modelo 3Q4.*

<i>Nivel</i>	<i>Marcos B y C, crujía:</i>			<i>Marcos A y D, crujía:</i>		
	<i>Marcos 2 y 3, crujía:</i>			<i>Marcos 1 y 4, crujía:</i>		
	<i>1-2</i> <i>A-B</i>	<i>2-3</i> <i>B-C</i>	<i>3-4</i> <i>C-D</i>	<i>1-2</i> <i>A-B</i>	<i>2-3</i> <i>B-C</i>	<i>3-4</i> <i>C-D</i>
1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1
2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2
3	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VL-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2

Tabla 5.14. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 3Q4.

Sección					Refuerzo para flexión		Refuerzo para fuerza cortante	
Tipo	$b'$ (cm)	$h$ (cm)	$b$ (cm)	$t$ (cm)	As (-)	As (+)	$n_{ram}$	$S$ (cm)
VT-1 R-1	35	65	175	10	Extremos			
					3#6	3#6	2#3	10
					Centro			
					2#6	3#6	2#3	15
VL-1 R-1	35	65	105	10	Extremos			
					3#6	2#6	2#3	15
					Centro			
					2#6	2#6	2#3	25
VT-1 R-2	35	65	175	10	Extremos			
					2#6	3#6	2#3	10
					Centro			
					2#6	3#6	2#3	15
VL-1 R-2	35	65	105	10	Extremos			
					2#6	2#6	2#3	15
					Centro			
					2#6	2#6	2#3	30
VT-1 R-3	35	65	175	10	Extremos			
					2#6	3#6	2#3	15
					Centro			
					2#6	3#6	2#3	20

Tabla 5.15. Tipificación de vigas del modelo 6Q4.

Nivel	Marcos B y C, crujía: Marcos 2 y 3, crujía:			Marcos A y D, crujía: Marcos 1 y 4, crujía:		
	1-2 A-B	2-3 B-C	3-4 C-D	1-2 A-B	2-3 B-C	3-4 C-D
	1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1
2	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1
3	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1
4	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1
5	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1
6	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1

Tabla 5.16. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 6Q4.

Sección					Refuerzo para flexión		Refuerzo para fuerza cortante	
Tipo	$b'$ (cm)	$h$ (cm)	$b$ (cm)	$t$ (cm)	As (-)	As (+)	$n_{ram}$	S (cm)
VT-1 R-1	45	80	175	10	Extremos			
					4#6	4#6	4#3	15
					Centro			
					4#6	4#6	4#3	30
VL-1 R-1	45	80	110	10	Extremos			
					4#6	4#6	4#3	15
					Centro			
					4#6	4#6	4#3	35
VT-2 R-1	35	70	175	10	Extremos			
					3#6	3#6	2#3	10
					Centro			
					3#6	3#6	2#3	15
VL-2 R-1	35	70	105	10	Extremos			
					3#6	3#6	2#3	10
					Centro			
					3#6	3#6	2#3	25

Tabla 5.17. Tipificación de vigas del modelo 9Q4.

Nivel	Marcos B y C, cruja:			Marcos A y D, cruja:		
	Marcos 2 y 3, cruja:			Marcos 1 y 4, cruja:		
	1-2 A-B	2-3 B-C	3-4 C-D	1-2 A-B	2-3 B-C	3-4 C-D
1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1
2	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1
3	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1
4	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1	VL-1 R-1
5	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1
6	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1
7	VT-2 R-2	VT-2 R-2	VT-2 R-2	VL-2 R-2	VL-2 R-2	VL-2 R-2
8	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1
9	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1



Tabla 5.18. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 9Q4.

Sección					Refuerzo para flexión		Refuerzo para fuerza cortante	
Tipo	$b'$ (cm)	$h$ (cm)	$b$ (cm)	$t$ (cm)	As (-)	As (+)	$n_{ram}$	$S$ (cm)
VT-1 R-1	50	95	175	10	Extremos			
					5#6	5#6	4#3	15
					Centro			
					5#6	5#6	4#3	30
VL-1 R-1	50	95	112.5	10	Extremos			
					6#6	5#6	4#3	15
					Centro			
					5#6	5#6	4#3	40
VT-2 R-1	40	85	175	10	Extremos			
					5#6	4#6	3#3	10
					Centro			
					3#6	3#6	3#3	20
VL-2 R-1	40	85	107.5	10	Extremos			
					5#6	4#6	3#3	15
					Centro			
					3#6	3#6	3#3	30
VT-2 R-2	40	85	175	10	Extremos			
					3#6	3#6	2#3	15
					Centro			
					3#6	3#6	2#3	15
VL-2 R-2	40	85	107.5	10	Extremos			
					4#6	3#6	3#3	15
					Centro			
					3#6	3#6	3#3	40
VT-3 R-1	30	70	175	10	Extremos			
					2#6	3#6	2#3	10
					Centro			
					2#6	3#6	2#3	15
VL-3 R-1	30	70	102.5	10	Extremos			
					3#6	3#6	2#3	10
					Centro			
					2#6	2#6	2#3	25

*Tabla 5.19. Tipificación de vigas del modelo 12Q4.*

<i>Nivel</i>	<i>Marcos B y C, crujía: Marcos 2 y 3, crujía:</i>			<i>Marcos A y D, crujía: Marcos 1 y 4, crujía:</i>		
	<i>1-2 A-B</i>	<i>2-3 B-C</i>	<i>3-4 C-D</i>	<i>1-2 A-B</i>	<i>2-3 B-C</i>	<i>3-4 C-D</i>
	1	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VL-1 R-3	VL-1 R-3
2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VL-1 R-3	VL-1 R-3	VL-1 R-3
3	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VT-1 R-2	VL-1 R-3	VL-1 R-3	VL-1 R-3
4	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VL-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2
5	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VT-1 R-3	VL-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2
6	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VT-1 R-1	VL-1 R-2	VL-1 R-2	VL-1 R-2
7	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1
8	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VT-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1	VL-2 R-1
9	VT-2 R-2	VT-2 R-2	VT-2 R-2	VL-2 R-2	VL-2 R-2	VL-2 R-2
10	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1
11	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VT-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1	VL-3 R-1
12	VT-3 R-2	VT-3 R-2	VT-3 R-2	VL-3 R-2	VL-3 R-2	VL-3 R-2

*Tabla 5.20. Dimensiones y refuerzo de vigas del modelo 12Q4.*

<i>Sección</i>					<i>Refuerzo para flexión</i>		<i>Refuerzo para fuerza cortante</i>	
<i>Tipo</i>	<i>b' (cm)</i>	<i>h (cm)</i>	<i>b (cm)</i>	<i>t (cm)</i>	<i>As (-)</i>	<i>As (+)</i>	<i>n<sub>ram</sub></i>	<i>S (cm)</i>
VT-1 R-1	50	100	175	10	Extremos			
					6#6	5#6	4#3	15
					Centro			
VL-1 R-1	50	100	112.5	10	Extremos			
					6#6	5#6	4#3	15
					Centro			
VT-1 R-2	50	100	175	10	Extremos			
					7#6	6#6	4#3	15
					Centro			
VL-1 R-2	50	100	112.5	10	Extremos			
					7#6	6#6	4#3	15
					Centro			
VT-1 R-2	50	100	175	10	Extremos			
					5#6	5#6	4#3	20
					Centro			
VL-1 R-2	50	100	112.5	10	Extremos			
					5#6	5#6	4#3	25
					Centro			

**CAPÍTULO 5. DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS EDIFICIOS EN ESTUDIO.**

VT-1 R-3	50	100	175	10	Extremos			
					6#6	6#6	4#3	15
					Centro			
					5#6	5#6	4#3	20
VL-1 R-3	50	100	112.5	10	Extremos			
					8#6	7#6	4#3	15
					Centro			
					5#6	5#6	4#3	25
VT-2 R-1	40	90	175	10	Extremos			
					6#6	5#6	4#3	15
					Centro			
					4#6	4#6	4#3	20
VL-2 R-1	40	90	107.5	10	Extremos			
					6#6	5#6	4#3	15
					Centro			
					4#6	4#6	4#3	30
VT-2 R-2	40	90	175	10	Extremos			
					4#6	4#6	4#3	15
					Centro			
					4#6	4#6	4#3	25
VL-2 R-2	40	90	107.5	10	Extremos			
					5#6	4#6	4#3	15
					Centro			
					4#6	4#6	4#3	35
VT-3 R-1	30	75	175	10	Extremos			
					4#6	3#6	2#3	10
					Centro			
					2#6	3#6	2#3	10
VL-3 R-1	30	75	102.5	10	Extremos			
					4#6	3#6	2#3	10
					Centro			
					2#6	2#6	2#3	15
VT-3 R-2	30	75	175	10	Extremos			
					2#6	3#6	2#3	15
					Centro			
					2#6	2#6	2#3	15
VL-3 R-2	30	75	102.5	10	Extremos			
					2#6	2#6	2#3	15
					Centro			
					2#6	2#6	2#3	30

\*continuación Tabla 5.20

### **5.5.5. Diseños de columnas**

Es importante mencionar que uno de los aspectos de mayor relevancia y complejidad dentro del proceso de diseño sísmico de edificios dúctiles radica en el adecuado diseño y detallado de las columnas. En varios códigos internacionales de diseño de estructuras de concreto reforzado, como las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17) o el reglamento del Instituto Americano del Concreto de los Estados Unidos (ACI-318-14 2014), se recomienda que las columnas de sistemas estructurales que busquen tener un comportamiento dúctil, se diseñen con el fin de que se desarrollen articulaciones plásticas en sus extremos antes de que se presenten fallas frágiles por cortante. En este sentido, tanto en las NTCC-17 como en el ACI-318 14, se recomiendan criterios de diseño por capacidad para la obtención de un cortante de diseño que brinde suficiente resistencia a cortante tanto en vigas como en columnas de sistemas dúctiles. Sin embargo, para columnas, este criterio puede, en algunos casos, ser demasiado conservador. Por esto, en esta tesis se evalúan tanto el criterio recomendado en las NTCC-17, así como dos criterios adicionales, para el cálculo de la fuerza cortante de diseño en columnas que forman parte de sistemas dúctiles. En todos los casos se emplea el criterio de diseño de columna fuerte-viga débil, lo que permite, en teoría, obtener un comportamiento dúctil con un mecanismo de falla estable y consistente ante acciones sísmicas intensas. Los resultados de esta comparativa se comentan con detalle tanto en el apéndice A de esta tesis como en Camacho y Godínez (2020).

Para facilitar la lectura, en congruencia con la sección precedente, los criterios empleados para el diseño a flexocompresión de las columnas de los edificios modelados con  $Q=2$  y  $Q=4$ , reportados en esta sección se basan en las NTCC-17, también expuestos en el capítulo 4 de esta tesis.

Entre los requisitos comentados en las NTCC-17, se encuentra el que considera el mecanismo de columna fuerte-viga débil. Para ello, se comprobó que la resistencia mínima a flexión de las columnas que lleguen a un nodo sea mayor a los momentos resistentes a flexión de las vigas que lleguen al mismo afectadas por un factor de amplificación, el cual es dependiente del valor de  $Q$  considerado.

En la Tabla 5.21 a la Tabla 5.36, se resumen detalles de las dimensiones y armados de las columnas de cada edificio. En ellas, se especifican las dimensiones, el acero de refuerzo longitudinal, la cuantía de acero, el número de ramas de estribos y el espaciamiento del refuerzo transversal en el centro y los extremos, respectivamente. En todos los casos se consideró un concreto con resistencia a compresión  $f'_c=250$  kg/cm<sup>2</sup>.

*Tabla 5.21. Tipificación de columnas del modelo 3Q2.*

<b>Entrepiso</b>	<b>Columnas</b>		
	<b>Extremos</b>	<b>Bordes</b>	<b>Centro</b>
1	C-1 R-1	C-1 R-2	C-1 R-3
2	C-1 R-3	C-1 R-2	C-1 R-3
3	C-1 R-3	C-1 R-3	C-1 R-3

*Tabla 5.22. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 3Q2.*

<b>Sección</b>		<b>Refuerzo para flexocompresión</b>		<b>Refuerzo para fuerza cortante (en ramas de estribos)</b>	
<b>Tipo</b>	<b>Dimensiones (cm)</b>	<b>Barras</b>	<b>Cuantía</b>	<b>Centro</b>	<b>Extremos</b>
C-1 R-1	55 x 55	4#8 12#6	0.018	4#3 @ 25cm	4#3 @ 12.5cm
C-1 R-2	55 x 55	4#8 8#6	0.014	4#3 @ 25cm	4#3 @ 12.5cm
C-1 R-3	55 x 55	4#8 4#6	0.010	4#3 @ 25cm	4#3 @ 12.5cm

*Tabla 5.23. Tipificación de columnas del modelo 6Q2.*

<b>Entrepiso</b>	<b>Columnas</b>		
	<b>Extremos</b>	<b>Bordes</b>	<b>Centro</b>
1	C-1 R-1	C-1 R-2	C-1 R-3
2	C-1 R-4	C-1 R-3	C-1 R-3
3	C-1 R-4	C-1 R-3	C-1 R-3
4	C-2 R-1	C-2 R-2	C-2 R-2
5	C-2 R-1	C-2 R-1	C-2 R-1
6	C-2 R-1	C-2 R-1	C-2 R-1

*Tabla 5.24. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 6Q2.*

<b>Sección</b>		<b>Refuerzo para flexocompresión</b>		<b>Refuerzo para fuerza cortante (en ramas de estribos)</b>	
<b>Tipo</b>	<b>Dimensiones (cm)</b>	<b>Barras</b>	<b>Cuantía</b>	<b>Centro</b>	<b>Extremos</b>
C-1 R-1	75 x 75	4#10 12#8	0.016	4#3 @ 20cm	4#3 @ 10cm
C-1 R-2	75 x 75	16#8	0.014	4#3 @ 15cm	4#3 @ 7.5cm
C-1 R-3	75 x 75	12#8	0.010	4#3 @ 15cm	4#3 @ 7.5cm
C-1 R-4	75 x 75	12#8	0.010	4#3 @ 20cm	4#3 @ 10cm
C-2 R-1	65 x 65	4#8 8#6	0.010	4#3 @ 25cm	4#3 @ 12.5cm
C-2 R-2	65 x 65	12#8	0.014	4#3 @ 15cm	4#3 @ 7.5cm

*Tabla 5.25. Tipificación de columnas del modelo 9Q2.*

<b>Entrepiso</b>	<b>Columnas</b>		
	<b>Extremos</b>	<b>Bordes</b>	<b>Centro</b>
1	C-1 R-1	C-1 R-2	C-1 R-3
2	C-1 R-4	C-1 R-5	C-1 R-5
3	C-1 R-4	C-1 R-5	C-1 R-5
4	C-2 R-1	C-2 R-2	C-2 R-2
5	C-2 R-1	C-2 R-2	C-2 R-2
6	C-2 R-1	C-2 R-2	C-2 R-2
7	C-3 R-1	C-3 R-2	C-3 R-2
8	C-3 R-1	C-3 R-2	C-3 R-2
9	C-3 R-1	C-3 R-2	C-3 R-2

*Tabla 5.26. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 9Q2.*

<b>Sección</b>		<b>Refuerzo para flexocompresión</b>		<b>Refuerzo para fuerza cortante (en ramas de estribos)</b>	
<b>Tipo</b>	<b>Dimensiones (cm)</b>	<b>Barras</b>	<b>Cuantía</b>	<b>Centro</b>	<b>Extremos</b>
C-1 R-1	90 x 90	28#8	0.017	6#3 @ 20cm	6#3 @ 10cm
C-1 R-2	90 x 90	24#8	0.015	6#3 @ 15cm	6#3 @ 7.5cm
C-1 R-3	90 x 90	16#8	0.010	5#3 @ 15cm	5#3 @ 7.5cm
C-1 R-4	90 x 90	20#8	0.012	6#3 @ 25cm	6#3 @ 12.5cm
C-1 R-5	90 x 90	16#8	0.010	5#4 @ 25cm	5#4 @ 12.5cm
C-2 R-1	80 x 80	16#8	0.012	5#3 @ 20cm	5#3 @ 10cm
C-2 R-2	80 x 80	16#8	0.012	5#4 @ 20cm	5#4 @ 10cm
C-3 R-1	70 x 70	12#8	0.012	4#3 @ 20cm	4#3 @ 10cm
C-3 R-2	70 x 70	12#8	0.012	4#3 @ 15cm	4#3 @ 7.5cm

*Tabla 5.27. Tipificación de columnas del modelo 12Q2.*

<b>Entrepiso</b>	<b>Columnas</b>		
	<b>Extremos</b>	<b>Bordes</b>	<b>Centro</b>
1	C-1 R-1	C-1 R-2	C-1 R-3
2	C-1 R-4	C-1 R-3	C-1 R-5
3	C-1 R-6	C-1 R-5	C-1 R-5
4	C-1 R-6	C-1 R-5	C-1 R-5
5	C-2 R-1	C-2 R-2	C-2 R-2
6	C-2 R-1	C-2 R-2	C-2 R-2
7	C-2 R-1	C-2 R-2	C-2 R-2
8	C-2 R-1	C-2 R-2	C-2 R-2
9	C-3 R-1	C-3 R-2	C-3 R-2
10	C-3 R-1	C-3 R-2	C-3 R-2
11	C-3 R-1	C-3 R-2	C-3 R-2
12	C-3 R-1	C-3 R-2	C-3 R-2

*Tabla 5.28. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 12Q2.*

<b>Sección</b>		<b>Refuerzo para flexocompresión</b>		<b>Refuerzo para fuerza cortante (en ramas de estribos)</b>	
<b>Tipo</b>	<b>Dimensiones (cm)</b>	<b>Barras</b>	<b>Cuantía</b>	<b>Centro</b>	<b>Extremos</b>
C-1 R-1	115 x 115	12#10 28#8	0.017	6#3 @ 15cm	6#3 @ 7.5cm
C-1 R-2	115 x 115	36#8	0.013	6#4 @ 25cm	6#4 @ 12.5cm
C-1 R-3	115 x 115	28#8	0.010	6#4 @ 25cm	6#4 @ 12.5cm
C-1 R-4	115 x 115	32#8	0.012	5#3 @ 15cm	5#3 @ 7.5cm
C-1 R-5	115 x 115	28#8	0.010	6#4 @ 20cm	6#4 @ 10cm
C-1 R-6	115 x 115	28#8	0.010	6#3 @ 20cm	6#3 @ 10cm
C-2 R-1	105 x 105	24#8	0.011	4#3 @ 15cm	4#3 @ 7.5cm
C-2 R-2	105 x 105	24#8	0.011	4#4 @ 15cm	4#4 @ 7.5cm
C-3 R-1	95 x 95	20#8	0.011	4#3 @ 20cm	4#3 @ 10cm
C-3 R-2	95 x 95	20#8	0.011	4#4 @ 20cm	4#4 @ 10cm

*Tabla 5.29. Tipificación de columnas del modelo 3Q4.*

<b>Entrepiso</b>	<b>Columnas</b>		
	<b>Extremos</b>	<b>Bordes</b>	<b>Centro</b>
1	C-1 R-1	C-1 R-1	C-1 R-2
2	C-1 R-1	C-1 R-1	C-1 R-2
3	C-1 R-3	C-1 R-1	C-1 R-2

*Tabla 5.30. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 3Q4.*

<b>Sección</b>		<b>Refuerzo para flexocompresión</b>		<b>Refuerzo para fuerza cortante (en ramas de estribos)</b>	
<b>Tipo</b>	<b>Dimensiones (cm)</b>	<b>Barras</b>	<b>Cuantía</b>	<b>Centro</b>	<b>Extremos</b>
C-1 R-1	45 x 45	12#6	0.016	4#4 @ 20cm	4#4 @ 15cm
C-1 R-2	45 x 45	16#6	0.022	4#4 @ 20cm	4#4 @ 15cm
C-1 R-3	45 x 45	8#6	0.011	3#4 @ 15cm	3#4 @ 15cm

*Tabla 5.31. Tipificación de columnas del modelo 6Q4.*

<b>Entrepiso</b>	<b>Columnas</b>		
	<b>Extremos (A1, A4, D1, D4)</b>	<b>Bordes (A2, A3, B1, B4, C1, C4, D2, D3)</b>	<b>Centro (B2, B3, C2, C3)</b>
1	C-1 R-1	C-1 R-1	C-1 R-1
2	C-1 R-1	C-1 R-1	C-1 R-1
3	C-1 R-1	C-1 R-1	C-1 R-1
4	C-2 R-1	C-2 R-1	C-2 R-1
5	C-2 R-1	C-2 R-1	C-2 R-1
6	C-2 R-1	C-2 R-1	C-2 R-1

*Tabla 5.32. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 6Q4.*

<b>Sección</b>		<b>Refuerzo para flexocompresión</b>		<b>Refuerzo para fuerza cortante (en ramas de estribos)</b>	
<b>Tipo</b>	<b>Dimensiones (cm)</b>	<b>Barras</b>	<b>Cuantía</b>	<b>Centro</b>	<b>Extremos</b>
C-1 R-1	70 x 70	20#6	0.011	6#4 @ 20cm	6#4 @ 15cm
C-2 R-1	60 x 60	16#6	0.012	5#4 @ 20cm	5#4 @ 15cm

*Tabla 5.33. Tipificación de columnas del modelo 9Q4.*

<b>Entrepiso</b>	<b>Columnas</b>		
	<b>Extremos</b>	<b>Bordes</b>	<b>Centro</b>
1	C-1 R-1	C-1 R-1	C-1 R-1
2	C-1 R-1	C-1 R-1	C-1 R-1
3	C-1 R-1	C-1 R-1	C-1 R-1
4	C-2 R-1	C-2 R-1	C-2 R-1
5	C-2 R-1	C-2 R-1	C-2 R-1
6	C-2 R-1	C-2 R-1	C-2 R-1
7	C-3 R-1	C-3 R-1	C-3 R-1
8	C-3 R-1	C-3 R-1	C-3 R-1
9	C-3 R-1	C-3 R-1	C-3 R-1



*Tabla 5.34. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 9Q4.*

<b>Sección</b>		<b>Refuerzo para flexocompresión</b>		<b>Refuerzo para fuerza cortante (en ramas de estribos)</b>	
<b>Tipo</b>	<b>Dimensiones (cm)</b>	<b>Barras</b>	<b>Cuantía</b>	<b>Centro</b>	<b>Extremos</b>
C-1 R-1	80 x 80	24#6	0.010	5#4 @ 15cm	5#4 @ 10cm
C-2 R-1	70 x 70	20#6	0.011	6#4 @ 20cm	6#4 @ 15cm
C-3 R-1	60 x 60	16#6	0.012	5#4 @ 20cm	5#4 @ 15cm

*Tabla 5.35. Tipificación de columnas del modelo 12Q4.*

<b>Entrepiso</b>	<b>Columnas</b>		
	<b>Extremos</b>	<b>Bordes</b>	<b>Centro</b>
1	C-1 R-1	C-1 R-1	C-1 R-1
2	C-1 R-1	C-1 R-1	C-1 R-1
3	C-1 R-1	C-1 R-1	C-1 R-1
4	C-1 R-1	C-1 R-1	C-1 R-1
5	C-2 R-1	C-2 R-1	C-2 R-1
6	C-2 R-1	C-2 R-1	C-2 R-1
7	C-2 R-1	C-2 R-1	C-2 R-1
8	C-2 R-1	C-2 R-1	C-2 R-1
9	C-3 R-1	C-3 R-1	C-3 R-1
10	C-3 R-1	C-3 R-1	C-3 R-1
11	C-3 R-1	C-3 R-1	C-3 R-1
12	C-3 R-1	C-3 R-1	C-3 R-1

*Tabla 5.36. Dimensiones y refuerzo de columnas del modelo 12Q4.*

<b>Sección</b>		<b>Refuerzo para flexocompresión</b>		<b>Refuerzo para fuerza cortante (en ramas de estribos)</b>	
<b>Tipo</b>	<b>Dimensiones (cm)</b>	<b>Barras</b>	<b>Cuantía</b>	<b>Centro</b>	<b>Extremos</b>
C-1 R-1	100 x 100	4#8 28#6	0.010	8#4 @ 15cm	8#4 @ 10cm
C-2 R-1	90 x 90	4#8 24#6	0.010	6#4 @ 15cm	6#4 @ 10cm
C-3 R-1	80 x 80	24#6	0.010	5#4 @ 15cm	5#4 @ 10cm

### 5.5.6. Revisión de conexiones viga-columna

Para el caso de los edificios diseñados con factor de comportamiento sísmico  $Q=4$ , se realizó la revisión detallada de los nudos, como se estipula en la NTCC-17 y se comenta en el capítulo 4 de esta tesis. Dado que uno de los cambios en las NTCC-17 respecto a la versión anterior (NTCC-04 2004) radica en que para el caso de estructuras diseñadas con  $Q=2$ , ya no se realiza la revisión por cortante de las uniones viga-columna, en este estudio, sí se revisaron todos los nudos de los edificios que corresponden a ese caso. Se encontró que en todos los casos se cumple con la resistencia a cortante en los nudos (por lo que no se incluye esta

información). Lo anterior es congruente con lo comentado por Godínez y Almansa (2014).

En la Tabla 5.37 a la Tabla 5.40, para el caso de edificios de alta ductilidad, se presenta la resistencia a corte de los nudos y la fuerza cortante a la que se someten, con lo que se verifica el cumplimiento del requisito de resistencia a corte en nudos.

*Tabla 5.37. Revisión de resistencia a corte en nudos del modelo 3Q4.*

<b>Nivel</b>	<b>Ubicación</b>	<b>Resistencia (Ton)</b>	<b>V<sub>u</sub> (Ton)</b>	<b>V<sub>R</sub> / V<sub>u</sub></b>
<b>1</b>	Esquina	74.71	47.06	1.59
<b>1</b>	Borde	96.05	71.92	1.34
<b>1</b>	Centro	117.4	106.64	1.10
<b>2</b>	Esquina	74.71	34.39	2.17
<b>2</b>	Borde	96.05	59.24	1.62
<b>2</b>	Centro	117.4	93.81	1.25
<b>3</b>	Esquina	74.71	34.39	2.17
<b>3</b>	Borde	96.05	59.24	1.62
<b>3</b>	Centro	117.4	93.81	1.25

*Tabla 5.38. Revisión de resistencia a corte en nudos del modelo 6Q4.*

<b>Nivel</b>	<b>Ubicación</b>	<b>Resistencia (Ton)</b>	<b>V<sub>u</sub> (Ton)</b>	<b>V<sub>R</sub> / V<sub>u</sub></b>
<b>1</b>	Esquina	167.06	56.57	2.95
<b>1</b>	Borde	167.06	103.82	1.61
<b>1</b>	Centro	167.06	124.86	1.34
<b>2</b>	Esquina	167.06	56.57	2.95
<b>2</b>	Borde	167.06	103.82	1.61
<b>2</b>	Centro	167.06	124.86	1.34
<b>3</b>	Esquina	167.06	56.57	2.95
<b>3</b>	Borde	167.06	103.82	1.61
<b>3</b>	Centro	167.06	124.86	1.34
<b>4</b>	Esquina	118.29	46.26	2.56
<b>4</b>	Borde	118.29	82.95	1.43
<b>4</b>	Centro	118.29	104.82	1.13
<b>5</b>	Esquina	118.29	46.26	2.56
<b>5</b>	Borde	118.29	82.95	1.43
<b>5</b>	Centro	118.29	104.82	1.13
<b>6</b>	Esquina	118.29	46.26	2.56
<b>6</b>	Borde	118.29	82.95	1.43
<b>6</b>	Centro	118.29	104.82	1.13

Asimismo, para evitar iteraciones innecesarias, como lo recomiendan Godínez y Almansa (2014), la secuencia de diseño para el caso de los edificios dúctiles fue la siguiente: 1) diseño de vigas, 2) diseño de uniones viga-columna, 3) diseño de columnas.

Otro de los requisitos comentados por las NTCC-17 para edificios dúctiles, es que los diámetros de las barras de vigas y columnas que pasen rectas a través de un nudo deben seleccionarse de modo que se cumplan las relaciones siguientes:

a)  $h_{(columna)}/d_b_{(barra\ de\ viga)} \geq 20$

b)  $h_{(viga)}/d_b_{(barra\ de\ columna)} \geq 20$

En todos los modelos diseñados se cumple con los requisitos anteriores.

*Tabla 5.39. Revisión de resistencia a corte en nudos del modelo 9Q4.*

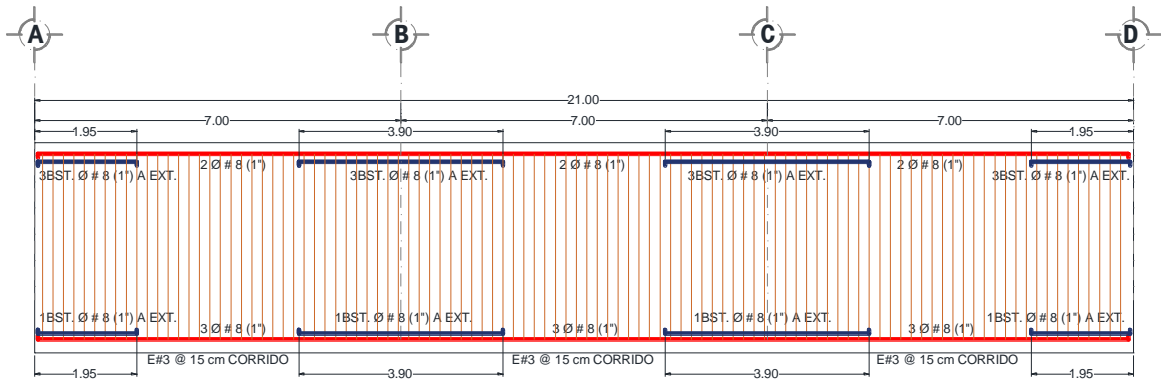
<b>Nivel</b>	<b>Ubicación</b>	<b>Resistencia (Ton)</b>	<b>V<sub>u</sub> (Ton)</b>	<b>V<sub>R</sub> / V<sub>u</sub></b>
1	Esquina	215.83	64.98	3.32
1	Borde	215.83	120.79	1.79
1	Centro	215.83	140.71	1.53
2	Esquina	215.83	76.37	2.83
2	Borde	215.83	132.28	1.63
2	Centro	215.83	140.71	1.53
3	Esquina	215.83	76.37	2.83
3	Borde	215.83	132.28	1.63
3	Centro	215.83	140.71	1.53
4	Esquina	174.32	64.98	2.68
4	Borde	174.32	120.79	1.44
4	Centro	174.32	140.71	1.24
5	Esquina	159.79	67.58	2.36
5	Borde	159.79	113.99	1.40
5	Centro	159.79	134.87	1.18
6	Esquina	159.79	67.58	2.36
6	Borde	159.79	113.99	1.40
6	Centro	159.79	134.87	1.18
7	Esquina	124.51	55.64	2.24
7	Borde	124.51	90.41	1.38
7	Centro	124.51	99.21	1.26
8	Esquina	112.06	46.36	2.42
8	Borde	112.06	83.06	1.35
8	Centro	112.06	92.35	1.21
9	Esquina	112.06	46.36	2.42
9	Borde	112.06	83.06	1.35
9	Centro	112.06	92.35	1.21

*Tabla 5.40. Revisión de resistencia a corte en nudos del modelo 12Q4.*

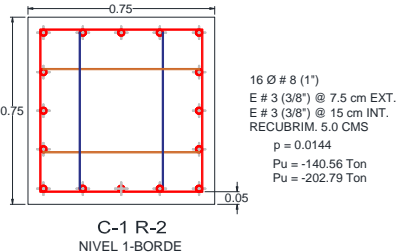
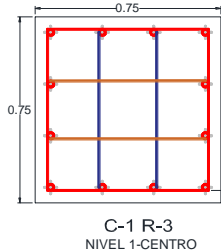
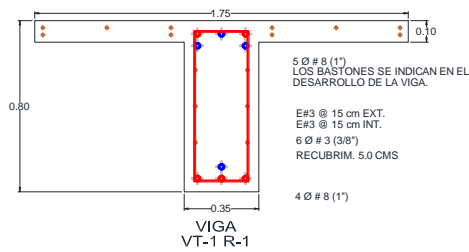
<b>Nivel</b>	<b>Ubicación</b>	<b>Resistencia (Ton)</b>	<b>V<sub>u</sub> (Ton)</b>	<b>V<sub>R</sub> / V<sub>u</sub></b>
1	Esquina	311.29	86.26	3.61
1	Borde	311.29	152.16	2.05
1	Centro	311.29	171.84	1.81
2	Esquina	311.29	86.26	3.61
2	Borde	311.29	152.16	2.05
2	Centro	311.29	171.84	1.81
3	Esquina	311.29	97.66	3.19
3	Borde	311.29	174.64	1.78
3	Centro	311.29	171.84	1.81
4	Esquina	311.29	86.26	3.61
4	Borde	311.29	152.16	2.05
4	Centro	311.29	160.4	1.94
5	Esquina	261.48	86.26	3.03
5	Borde	261.48	152.16	1.72
5	Centro	261.48	160.4	1.63
6	Esquina	261.48	86.26	3.03
6	Borde	261.48	152.16	1.72
6	Centro	261.48	149.42	1.75
7	Esquina	242.8	78.15	3.11
7	Borde	242.8	135.17	1.80
7	Centro	242.8	155.74	1.56
8	Esquina	242.8	78.15	3.11
8	Borde	242.8	135.17	1.80
8	Centro	242.8	155.74	1.56
9	Esquina	199.22	66.35	3.00
9	Borde	199.22	111.91	1.78
9	Centro	199.22	120.56	1.65
10	Esquina	182.62	57.96	3.15
10	Borde	182.62	94.02	1.94
10	Centro	182.62	115.8	1.58
11	Esquina	182.62	57.96	3.15
11	Borde	182.62	94.02	1.94
11	Centro	182.62	115.8	1.58
12	Esquina	182.62	33.26	5.49
12	Borde	182.62	57.27	3.19
12	Centro	182.62	90.75	2.01

De forma ilustrativa, de la Figura 5.18 a la Figura 5.21 se muestran las secciones transversales y el respectivo acero de refuerzo de los marcos centrales de los modelos de seis y doce niveles, para los edificios diseñados con  $Q=2$  y  $Q=4$ .

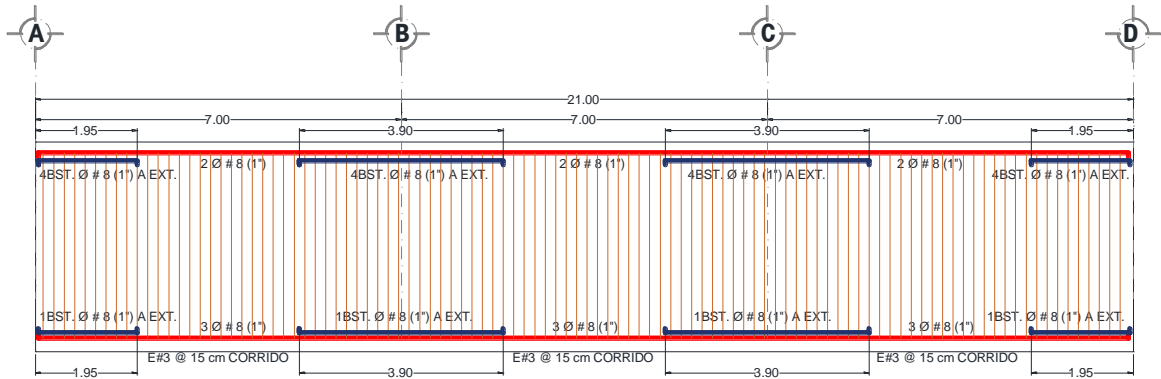
**CAPÍTULO 5. DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS EDIFICIOS EN ESTUDIO.**



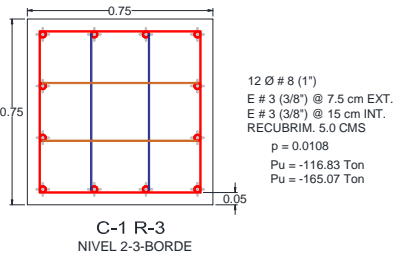
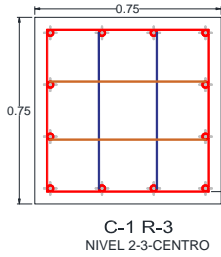
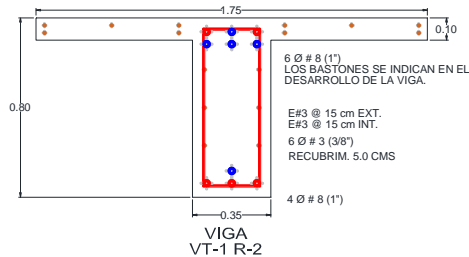
**VT-1 R-1 (NIVEL 1)**



*a) Nivel 1 Edificio 6Q2*

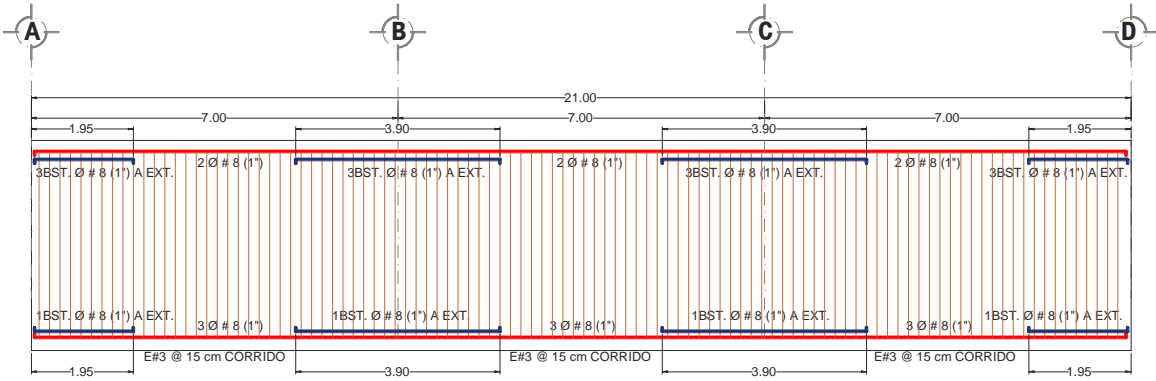


**VT-1 R-2 (NIVEL 2)**

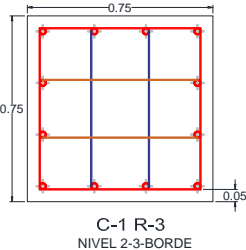
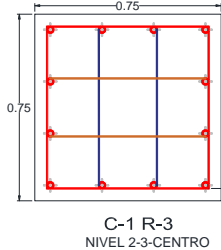
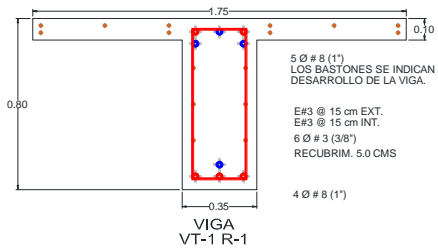


*b) Nivel 2 Edificio 6Q2*

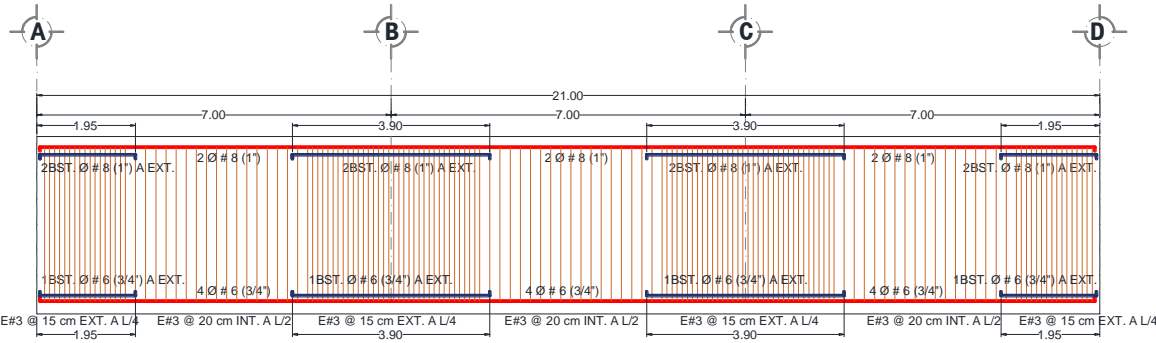
**CAPÍTULO 5. DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS EDIFICIOS EN ESTUDIO.**



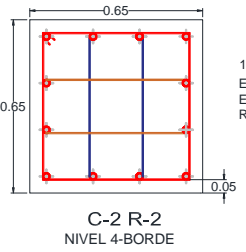
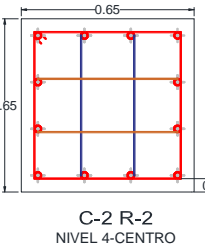
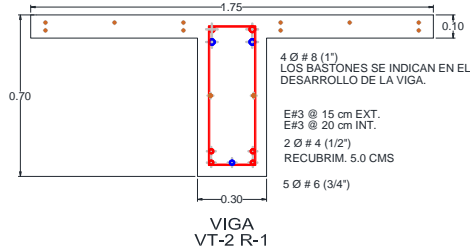
**VT-1 R-1 (NIVEL 3)**



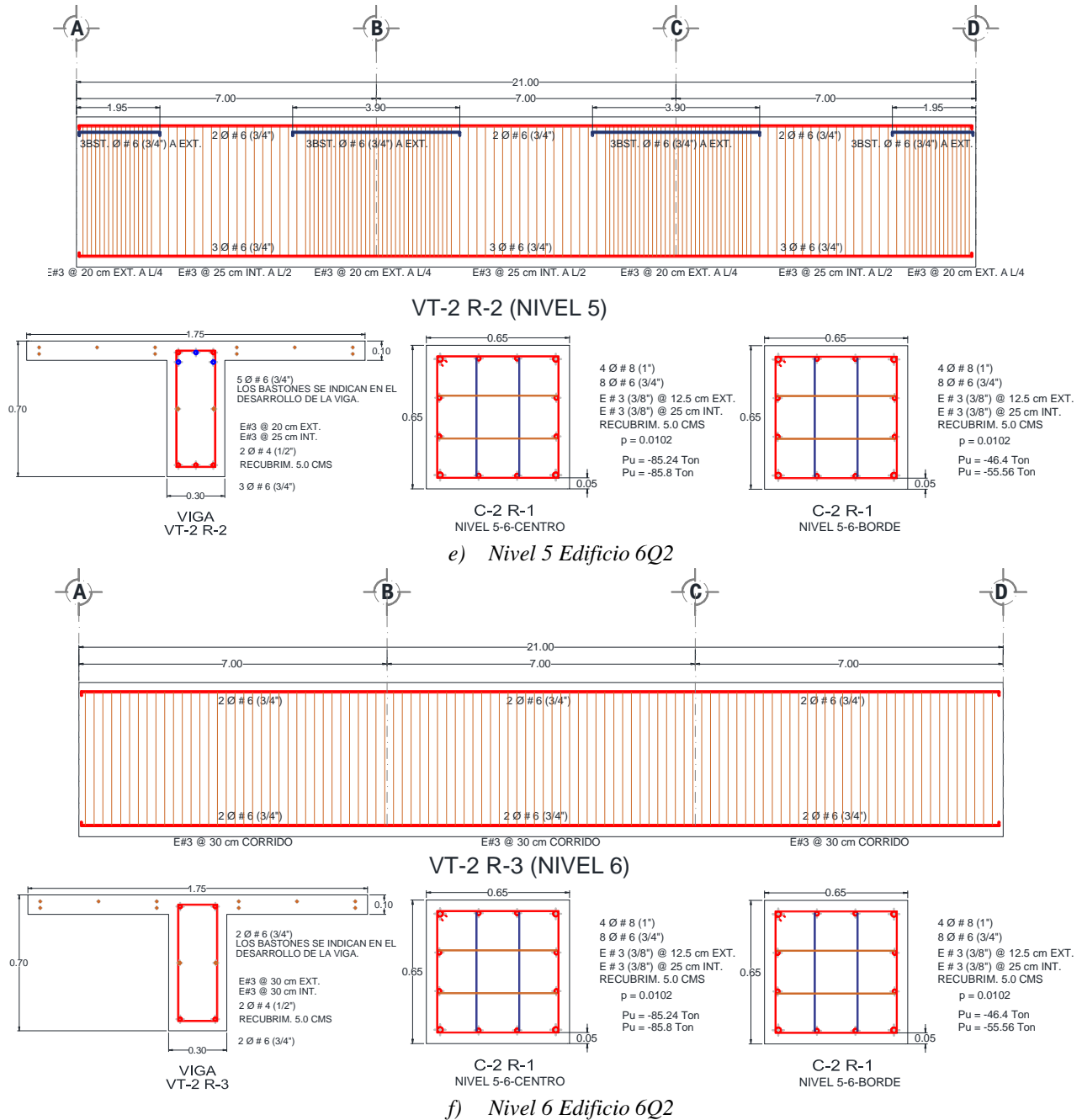
**c) Nivel 3 Edificio 6Q2**



**VT-2 R-1 (NIVEL 4)**

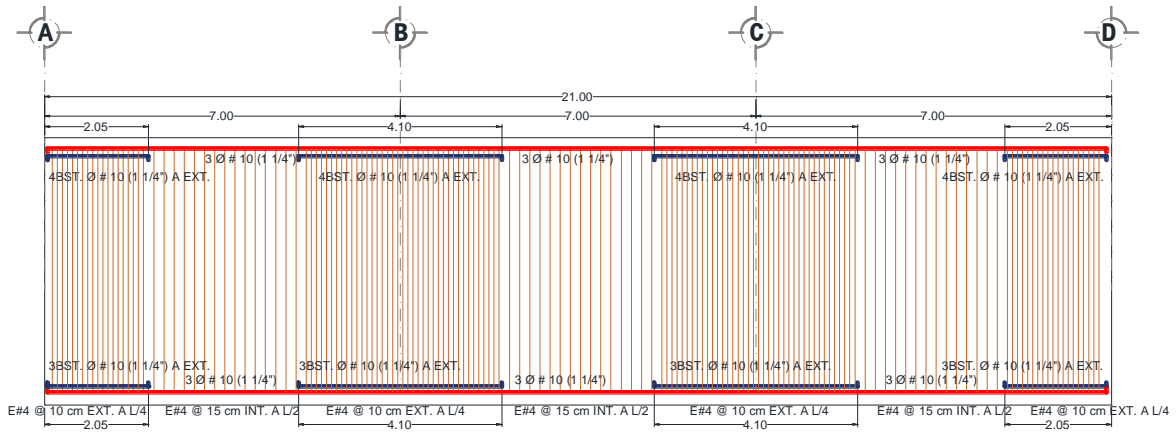


**d) Nivel 4 Edificio 6Q2**

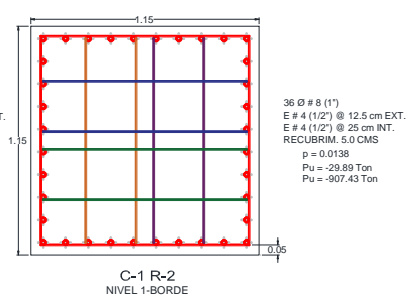
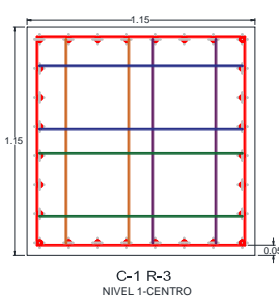
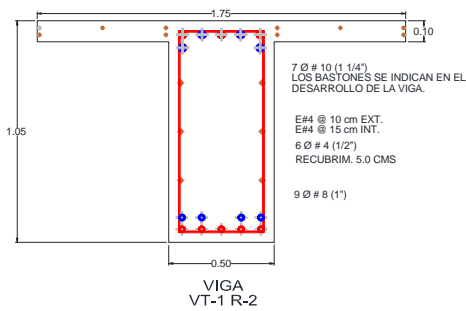


*Figura 5.18. Secciones transversales y detallado del acero de refuerzo de los elementos del marco central del edificio de seis niveles para  $Q=2$ .*

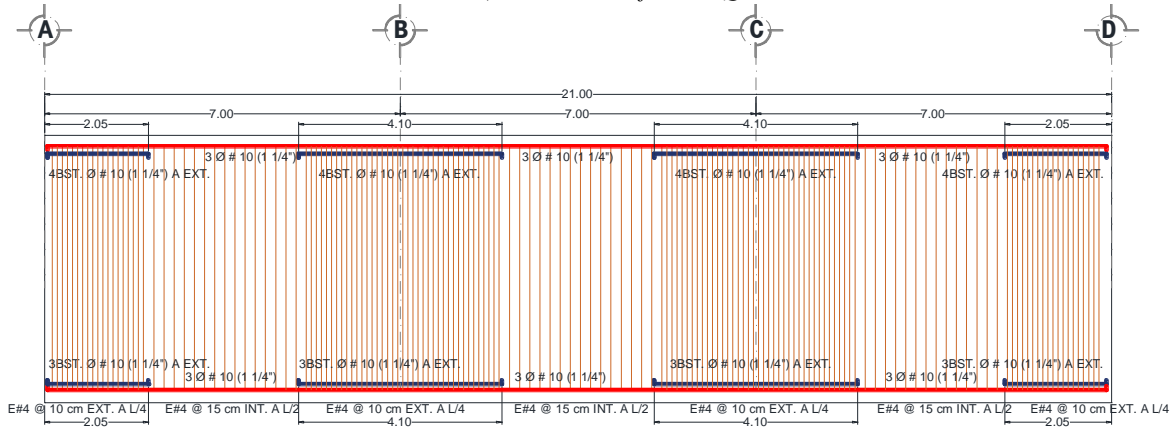
**CAPÍTULO 5. DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS EDIFICIOS EN ESTUDIO.**



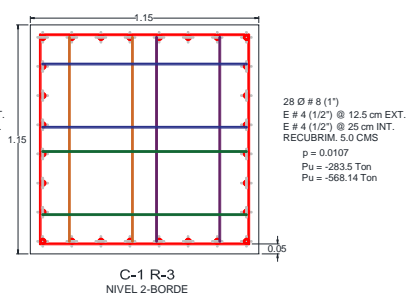
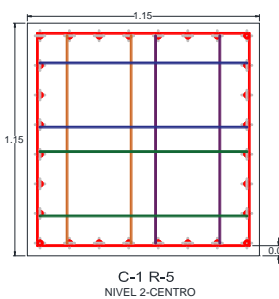
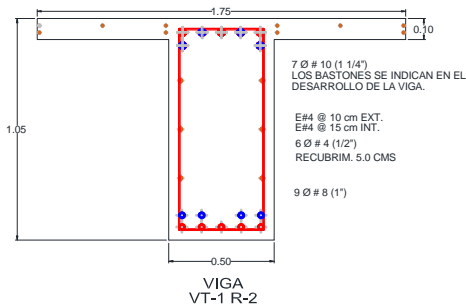
**VT-1 R-2 (NIVEL 1-3)**



**a) Nivel 1 Edificio 12Q2**



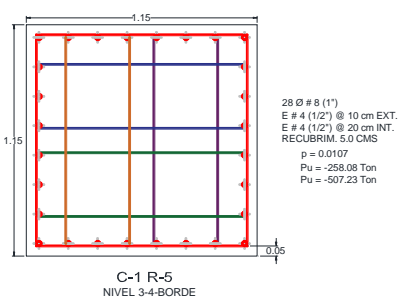
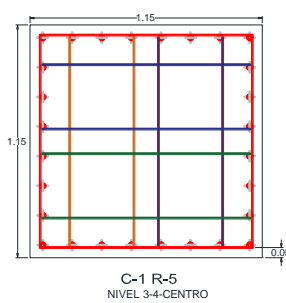
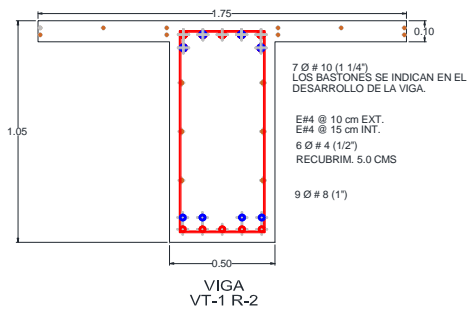
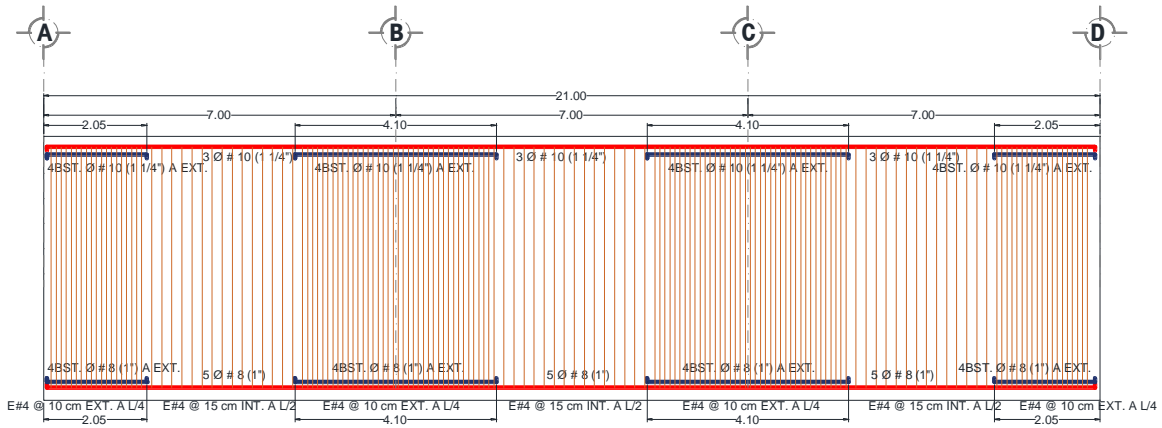
**VT-1 R-2 (NIVEL 1-3)**



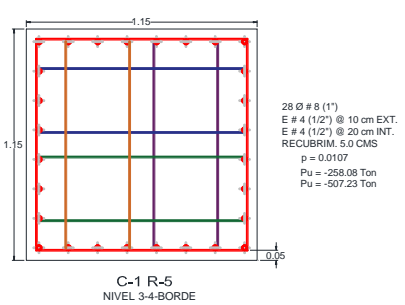
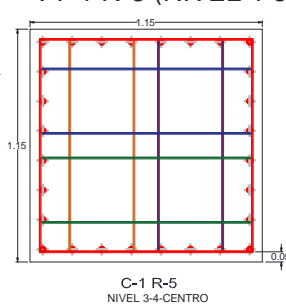
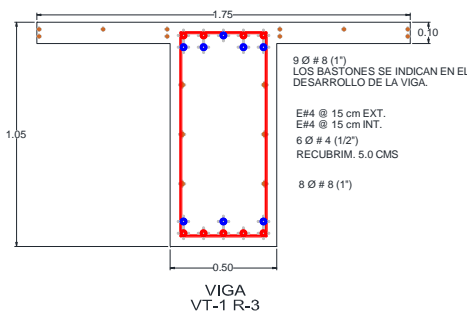
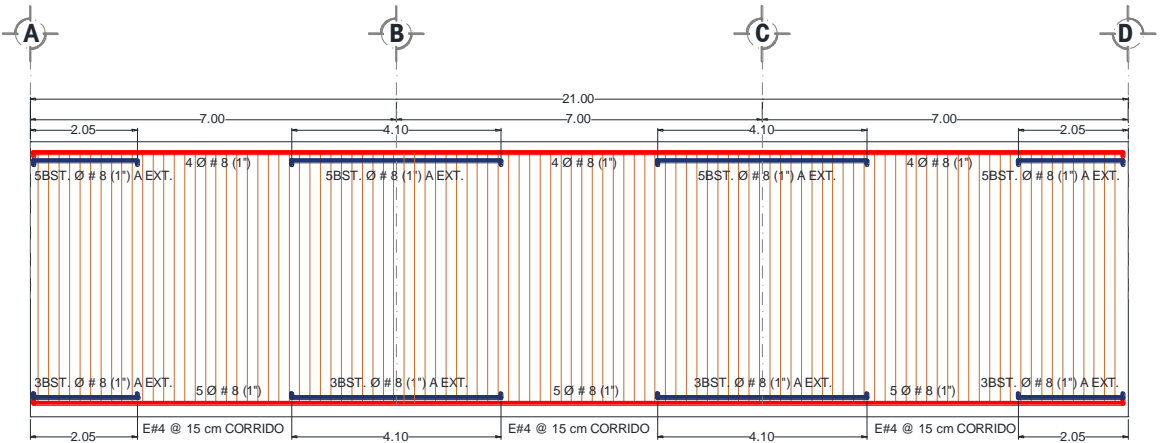
**b) Nivel 2 Edificio 12Q2**



## CAPÍTULO 5. DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS EDIFICIOS EN ESTUDIO.

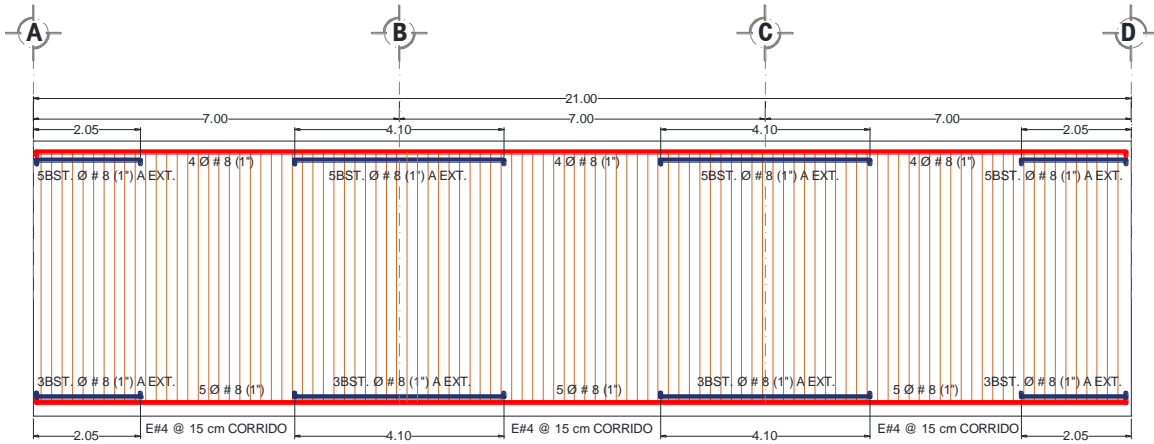


c) Nivel 3 Edificio 12Q2

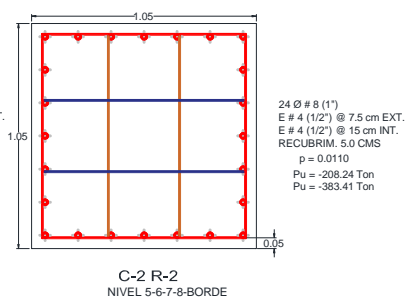
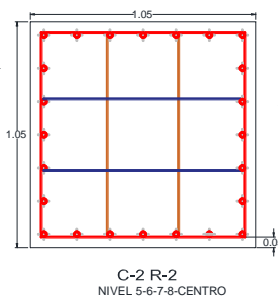
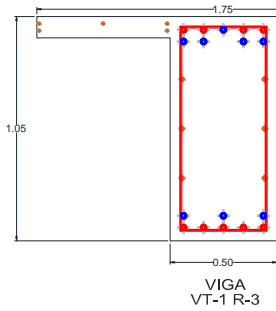


d) Nivel 4 Edificio 12Q2

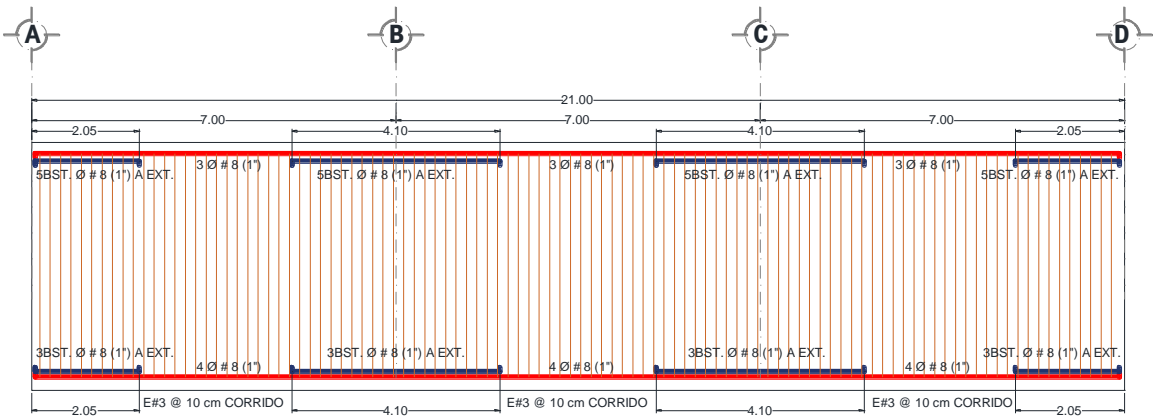
**CAPÍTULO 5. DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS EDIFICIOS EN ESTUDIO.**



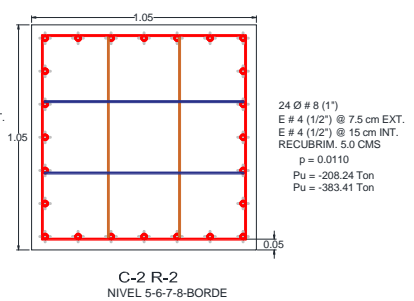
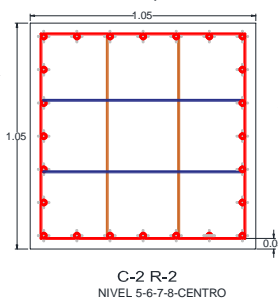
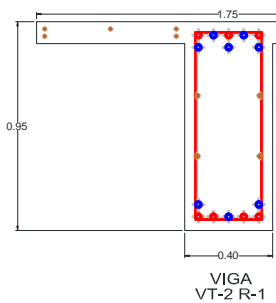
**VT-1 R-3 (NIVEL 4-6)**



*e) Nivel 5 y 6 Edificio 12Q2*



**VT-2 R-1 (NIVEL 7-9)**



*f) Nivel 7 y 8 Edificio 12Q2*

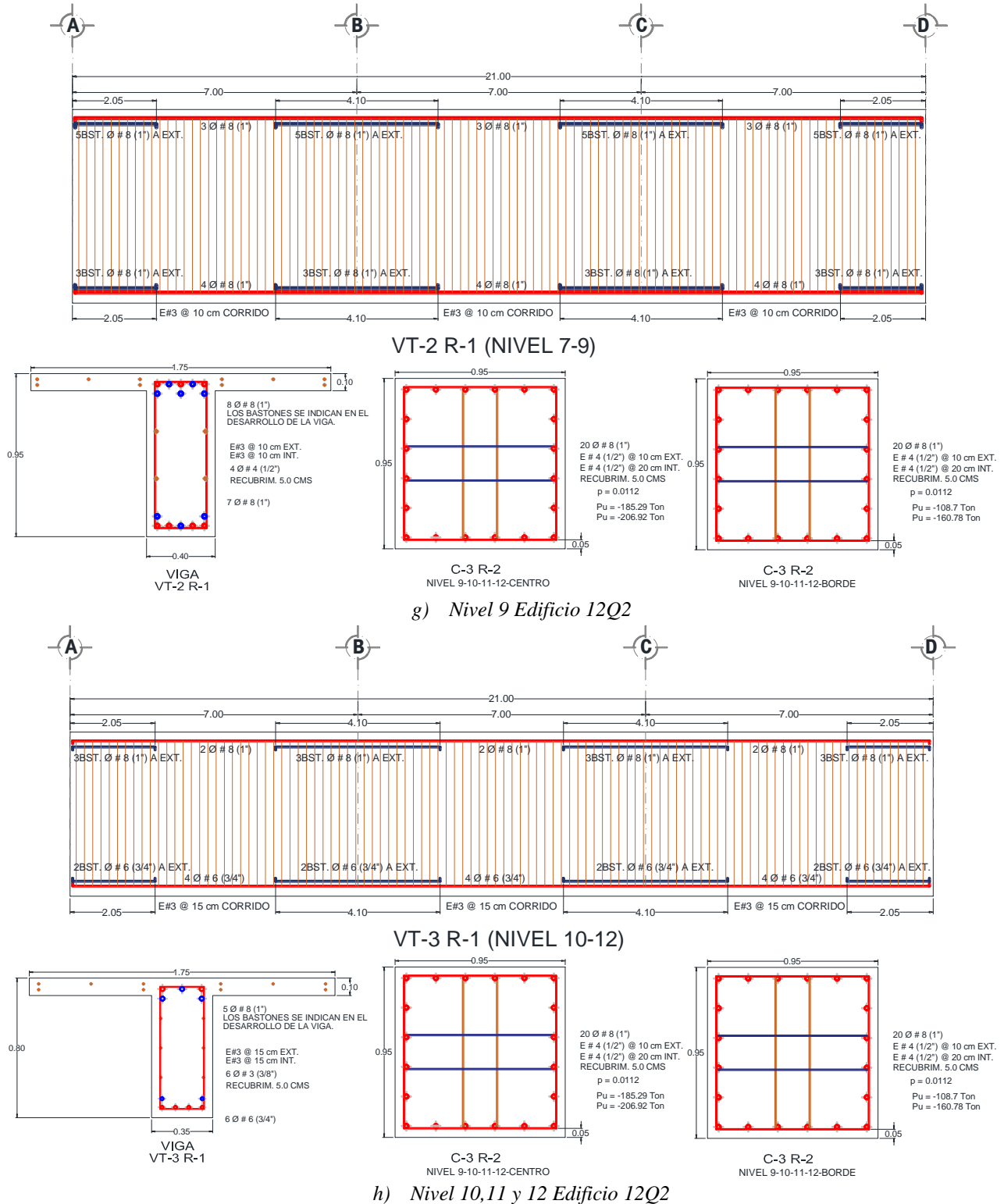
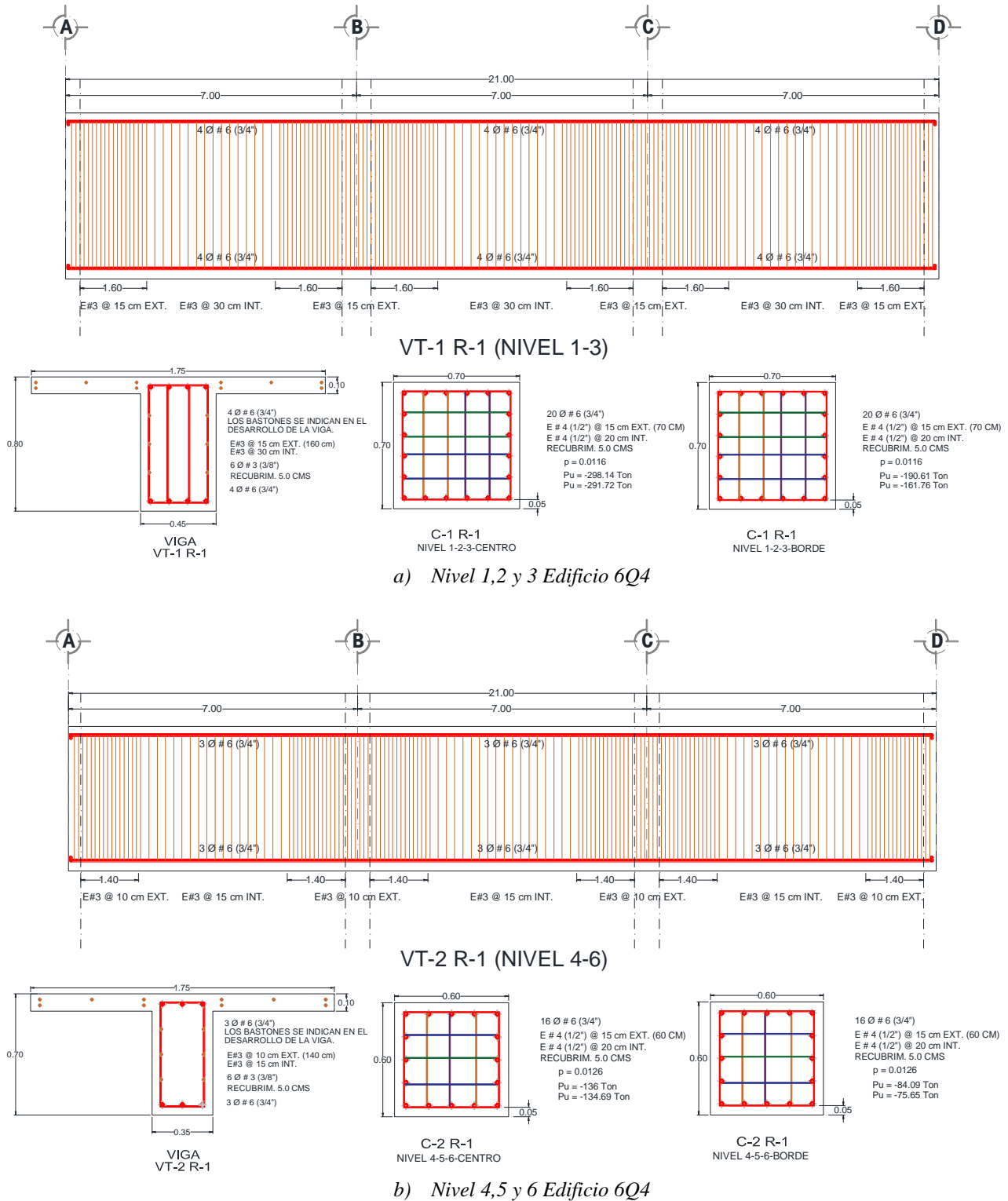
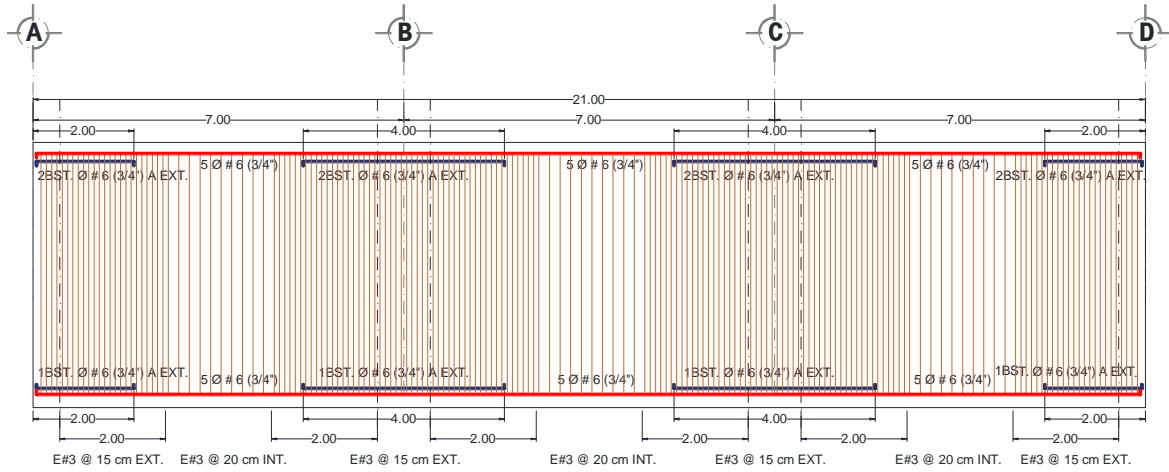


Figura 5.19. Secciones transversales y detallado del acero de refuerzo de los elementos del marco central del edificio de doce niveles para  $Q=2$ .

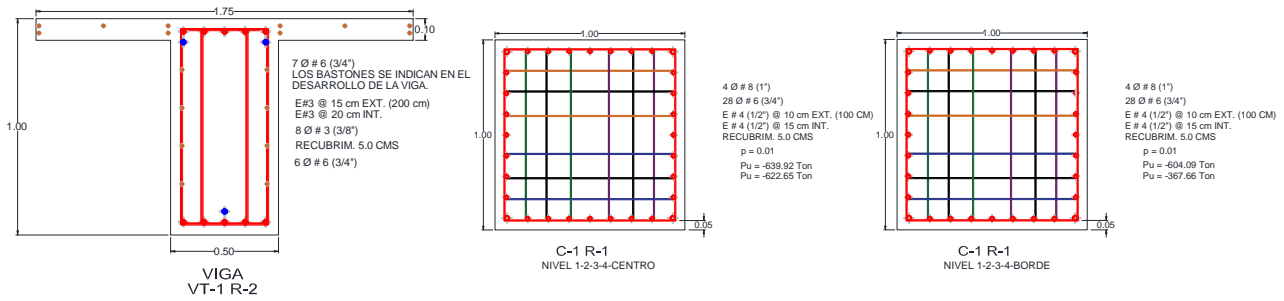


*Figura 5.20. Secciones transversales y detallado del acero de refuerzo de los elementos del marco central del edificio de seis niveles para Q=4.*

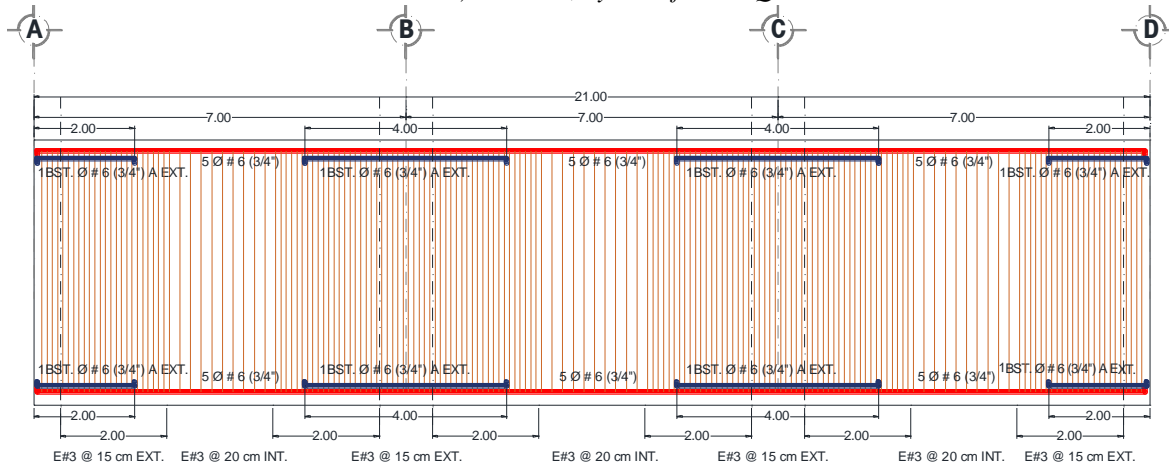
# CAPÍTULO 5. DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS EDIFICIOS EN ESTUDIO.



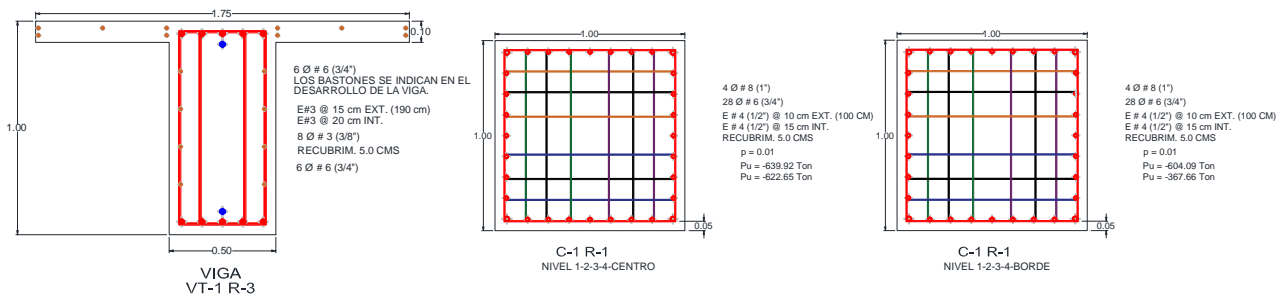
**VT-1 R-2 (NIVEL 1-3)**



*a) Nivel 1,2 y 3 Edificio 12Q4*

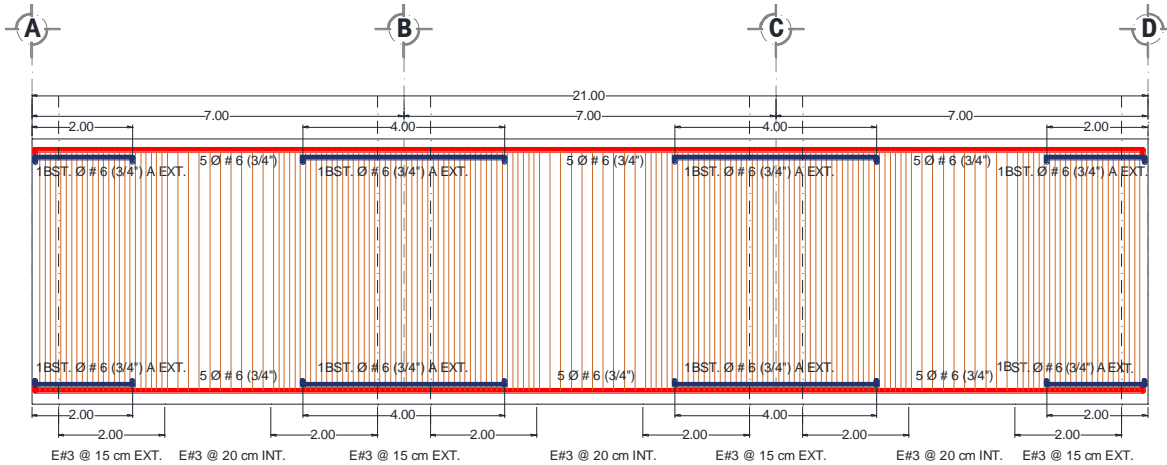


**VT-1 R-3 (NIVEL 4-5)**

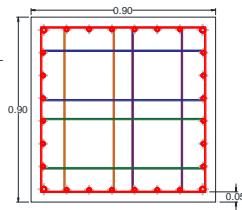
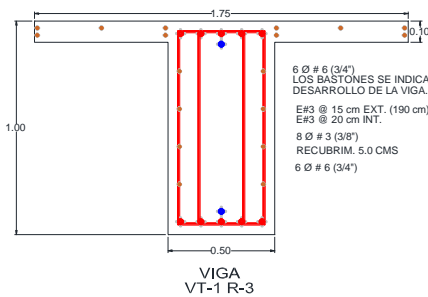


*b) Nivel 4 Edificio 12Q4*

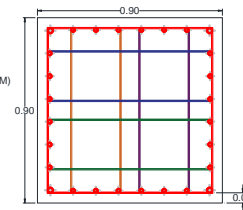
## CAPÍTULO 5. DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS EDIFICIOS EN ESTUDIO.



**VT-1 R-3 (NIVEL 4-5)**

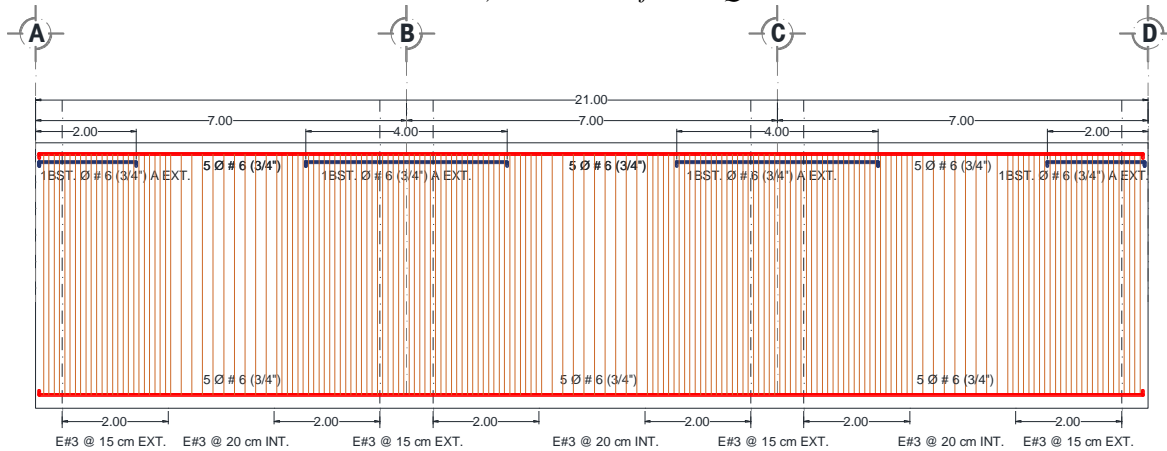


C-2 R-1  
NIVEL 5-6-7-8-CENTRO

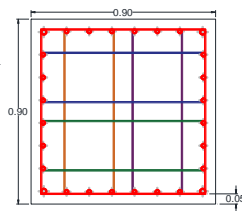
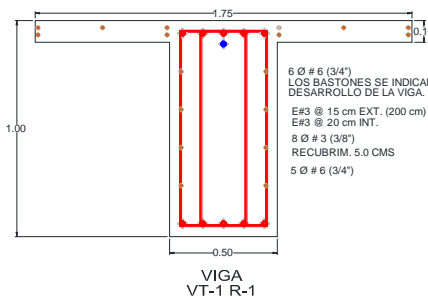


C-2 R-1  
NIVEL 5-6-7-8-BORDE

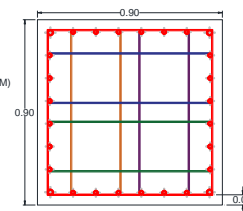
c) Nivel 5 Edificio 12Q4



**VT-1 R-1 (NIVEL 6)**



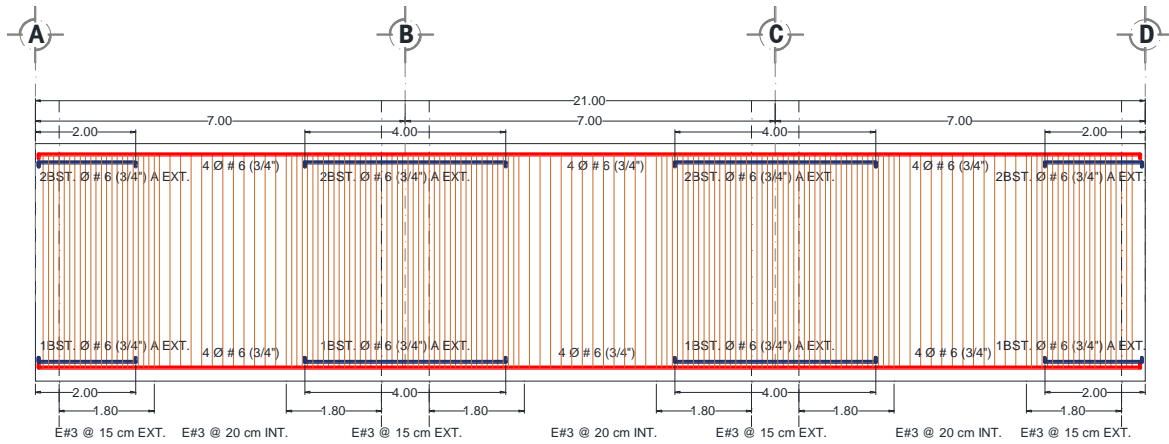
C-2 R-1  
NIVEL 5-6-7-8-CENTRO



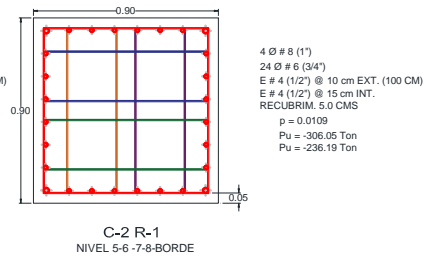
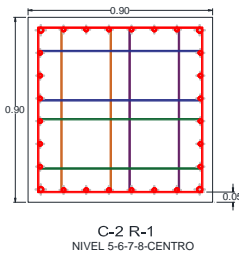
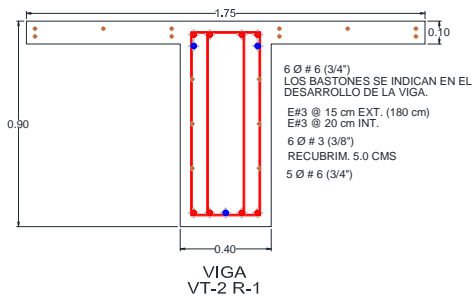
C-2 R-1  
NIVEL 5-6-7-8-BORDE

d) Nivel 6 Edificio 12Q4

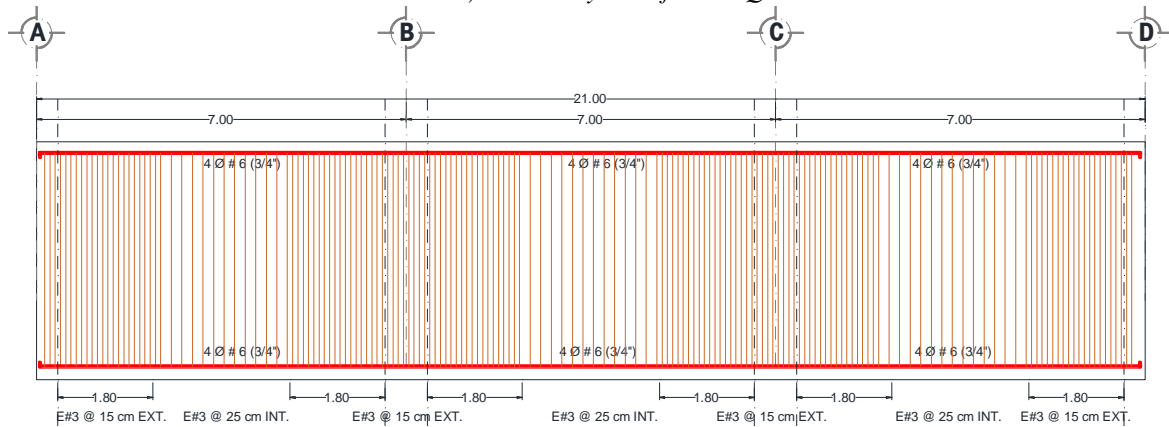
**CAPÍTULO 5. DISEÑO ESTRUCTURAL DE LOS EDIFICIOS EN ESTUDIO.**



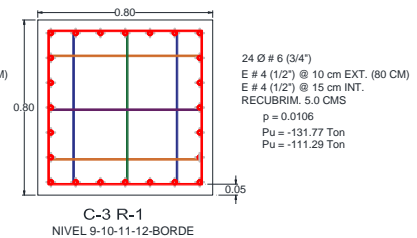
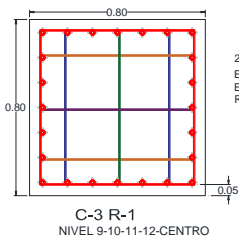
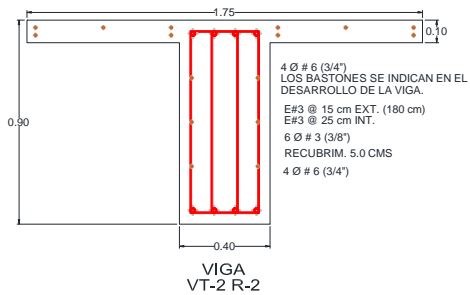
**VT-2 R-1 (NIVEL 7-8)**



*e) Nivel 7 y 8 Edificio 12Q4*



**VT-2 R-2 (NIVEL 9)**



*f) Nivel 9 Edificio 12Q4*

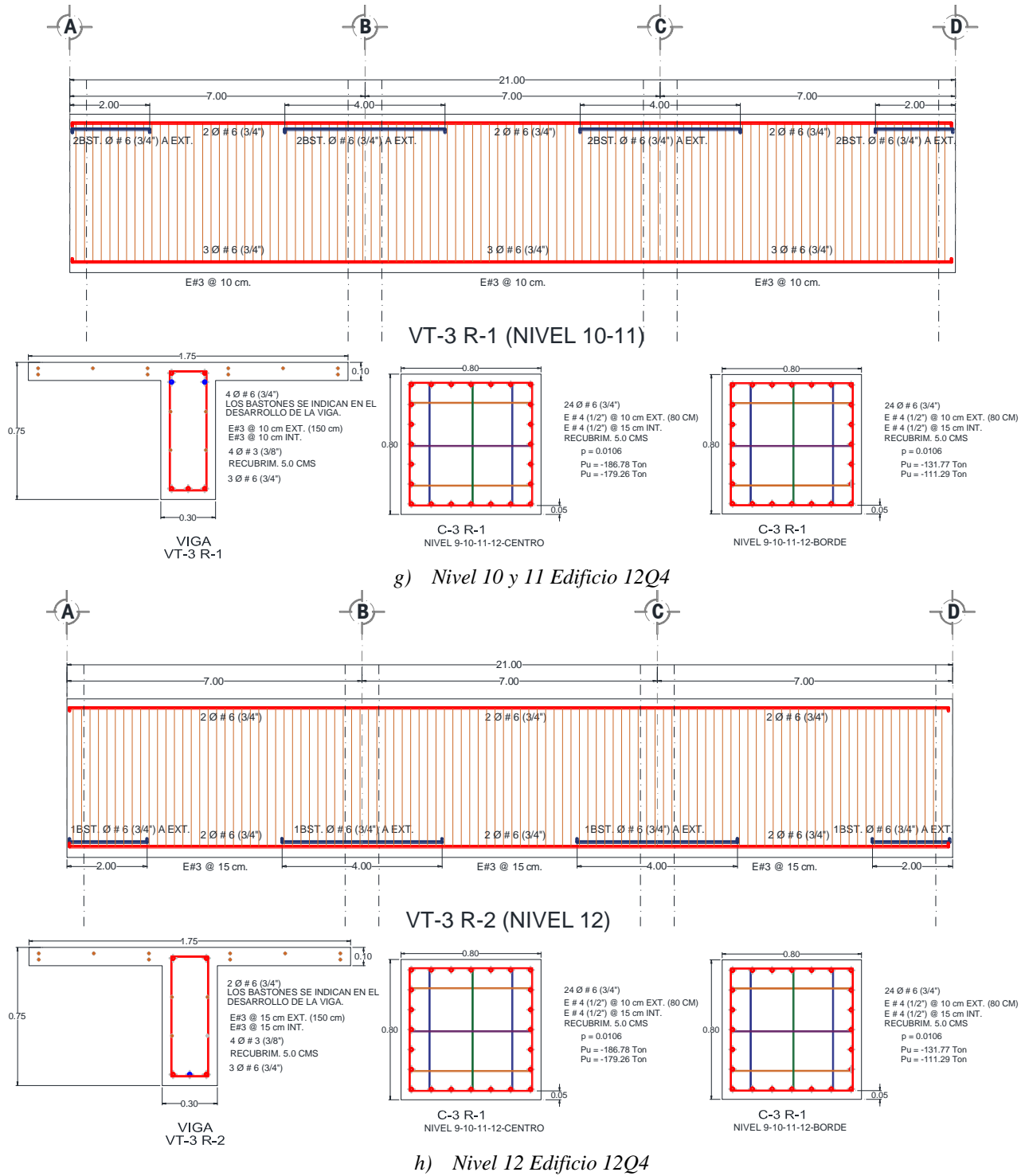


Figura 5.21. Secciones transversales y detallado del acero de refuerzo de los elementos del marco central del edificio de doce niveles para Q=4.



# **CAPÍTULO 6**

## ***EVALUACIÓN DE LA DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ***

## CAPÍTULO 6 . EVALUACIÓN DE LA DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ

### 6.1. Introducción

En esta sección se presenta la evaluación de la degradación de rigidez de los elementos estructurales en las zonas de articulaciones plásticas. Se muestra la variación de dicha degradación en función de la ubicación, en elevación, de cada elemento. La degradación de rigidez se calcula con base en los resultados de análisis dinámicos no lineales paso a paso de los diseños realizados, considerando modelos de plasticidad concentrada.

### 6.2. Criterios para elaboración de los análisis no lineales

Para efectuar los análisis dinámicos no lineales paso a paso se empleó el programa RUAUMOKO (Carr 2014), utilizando modelos con distribución de fuerzas laterales entre los marcos por acción del diafragma rígido. Las vigas y columnas se modelaron mediante elementos tipo viga-columna de su librería (Giberson BEAM member y concrete BEAM-COLUMN member, respectivamente), que consideran la posibilidad de formar articulaciones plásticas en sus extremos (Figura 6.1), definiendo en cada caso las superficies de falla conforme lo recomienda dicho programa. El comportamiento histerético tanto de vigas como de columnas se definió por medio del modelo modificado de Takeda (Figura 6.2) con base en lo propuesto por Otani en 1974 (modelo de histéresis número cuatro en la librería de Ruaumoko). Con lo anterior, es posible considerar la degradación de rigidez en los componentes de concreto reforzado, aspecto de suma importancia en la interpretación de los análisis dinámicos a realizar. Los parámetros que definen la degradación de rigidez ( $\alpha$  y  $\beta$ ) en el modelo modificado de Takeda difieren para el caso de vigas respecto al de columnas, pues en el caso de estas últimas, la degradación de rigidez que se espera es menor (Godínez 2010, Godínez *et al.* 2012), pues el núcleo de concreto tiene un confinamiento mayor al considerado en las vigas (Tabla 6.1). La influencia de los factores  $\alpha$  y  $\beta$  en el modelo de Takeda, así como los valores considerados en los análisis se comentan con detalle en Godínez (2010).

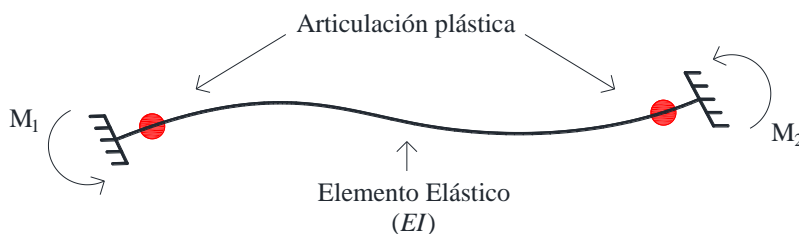
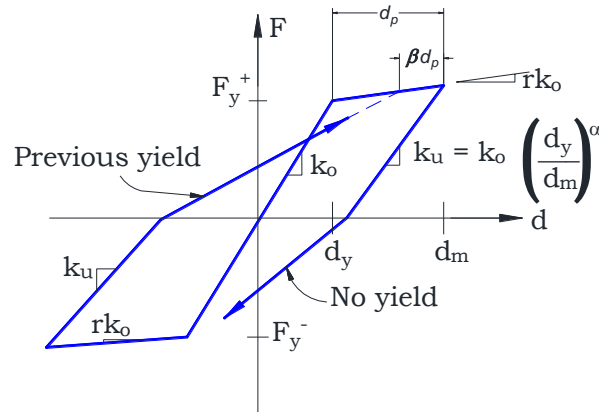


Figura 6.1. Elemento viga con articulaciones plásticas en extremos.



*Figura 6.2. Modelo histerético modificado de Takeda (Carr 2014).*

*Tabla 6.1. Parametros  $\alpha$  y  $\beta$  empleados en vigas y columnas para la definición del modelo de Takeda.*

<b>Elemento</b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\beta</math></b>
<b>Vigas Q=2</b>	0.5	0.0
<b>Columnas Q=2</b>	0.5	0.3
<b>Vigas Q=4</b>	0.1	0.45
<b>Columnas Q=4</b>	0.1	0.6

En los análisis se consideró un amortiguamiento viscoso equivalente del 5%, en congruencia con lo supuesto en la definición de los espectros de diseño sísmico de las NTCS-17. Se consideraron los efectos P- $\Delta$  y se ignoró la interacción suelo-estructura.

Con la finalidad de contar con una base de datos suficiente, se consideraron diez acelerogramas sintéticos para la zona de estudio. Los acelerogramas empleados en los análisis dinámicos no lineales son representativos y de características similares al sismo máximo contemplado en las NTCS-17. En la sección siguiente se muestran los criterios generales para la obtención de los acelerogramas sintéticos.

En la Figura 6.3 se muestra uno de los modelos empleado en los análisis dinámicos no lineales paso a paso, el cual es el mismo para ambas direcciones ( $x$  y  $y$ ). Se considera que existe distribución de fuerzas laterales entre los marcos por acción del diafragma rígido. Se muestran únicamente los modelos de nueve niveles, ya que los modelos de 3, 6 y 12 niveles cuentan con la misma configuración.

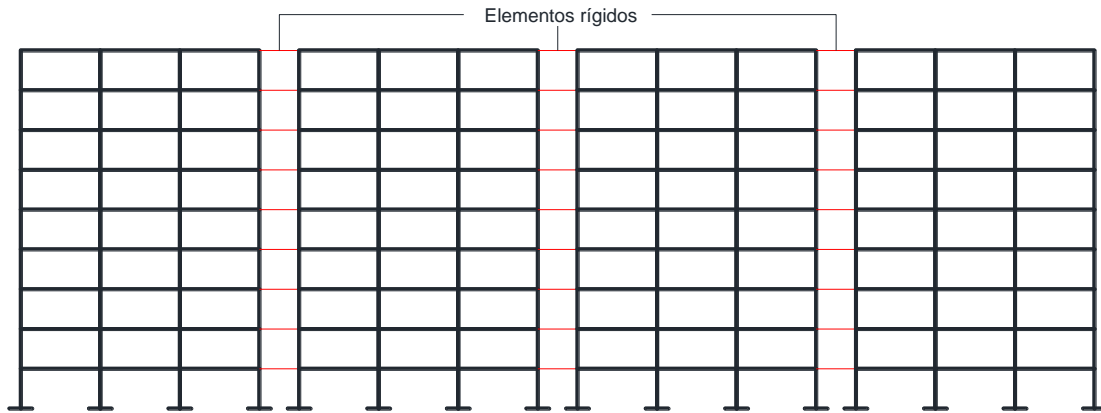


Figura 6.3. Modelo con distribución de fuerzas laterales entre marcos por acción del diafragma rígido de los edificios.

### 6.2.1. Acelerogramas sintéticos

Para la zona en que se ubicaron los edificios, se generaron acelerogramas sintéticos que representan el peligro sísmico actualmente especificado en las NTCS-17. Lo anterior debido a que los registros acelerométricos de los eventos sísmicos con que se cuenta no representan al 100% dicho peligro sísmico. El procedimiento planteado para la obtención de los acelerogramas sintéticos contempla el empleo de las funciones de transferencia empíricas promedio (FTE) obtenidas por Pérez-Rocha (1998) a partir de los registros de la red acelerométrica de la Ciudad de México, y el espectro promedio de amplitudes de Fourier (EAF) correspondiente a terreno firme. La metodología de escalamiento sísmico empleada se discute con detalle en Pérez-Rocha (1998), Godínez (2005 y 2010), Tena-Colunga *et al.* (2007) y, Godínez *et al.* (2012 y 2013)

Para conformar la base de acelerogramas sintéticos, inicialmente se identificaron las estaciones acelerométricas ubicadas en la zona de interés. En la Figura 6.4 se muestra la ubicación de las estaciones acelerométricas seleccionadas para los análisis. Como referencia, se indica la zonificación sísmica especificada en las NTCS-04.

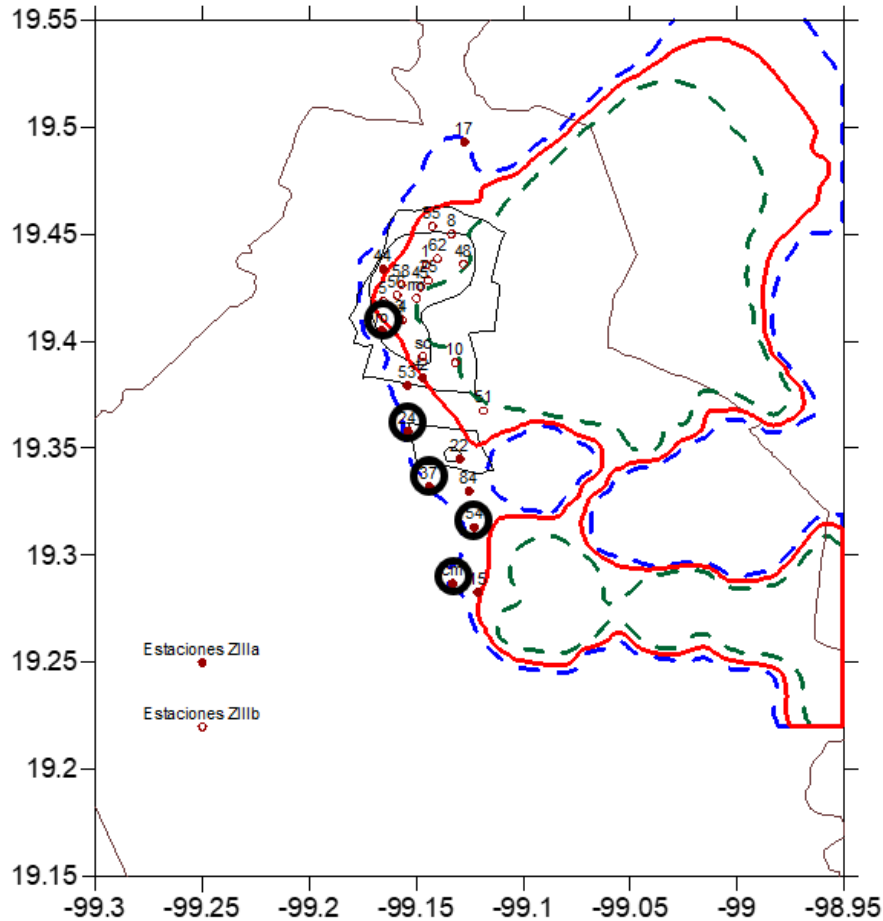


Figura 6.4. Estaciones acelerométricas de la Ciudad de México (adaptada de Godínez et al. 2012).

En la Figura 6.5 se muestran los registros acelerométricos, así como una comparación entre los espectros de respuesta elásticos de cada acelerograma sintético respecto al espectro elástico de diseño empleado. Se observa que los espectros de respuesta asociados a los acelerogramas generados de forma artificial son congruentes con el peligro sísmico considerado.

Los registros de aceleración obtenidos mediante el procedimiento mencionado fueron filtrados y corregidos por línea base previo a su empleo en los análisis dinámicos no lineales. Con esto se evitan errores numéricos que llevan a que los desplazamientos asociados sean irreales.

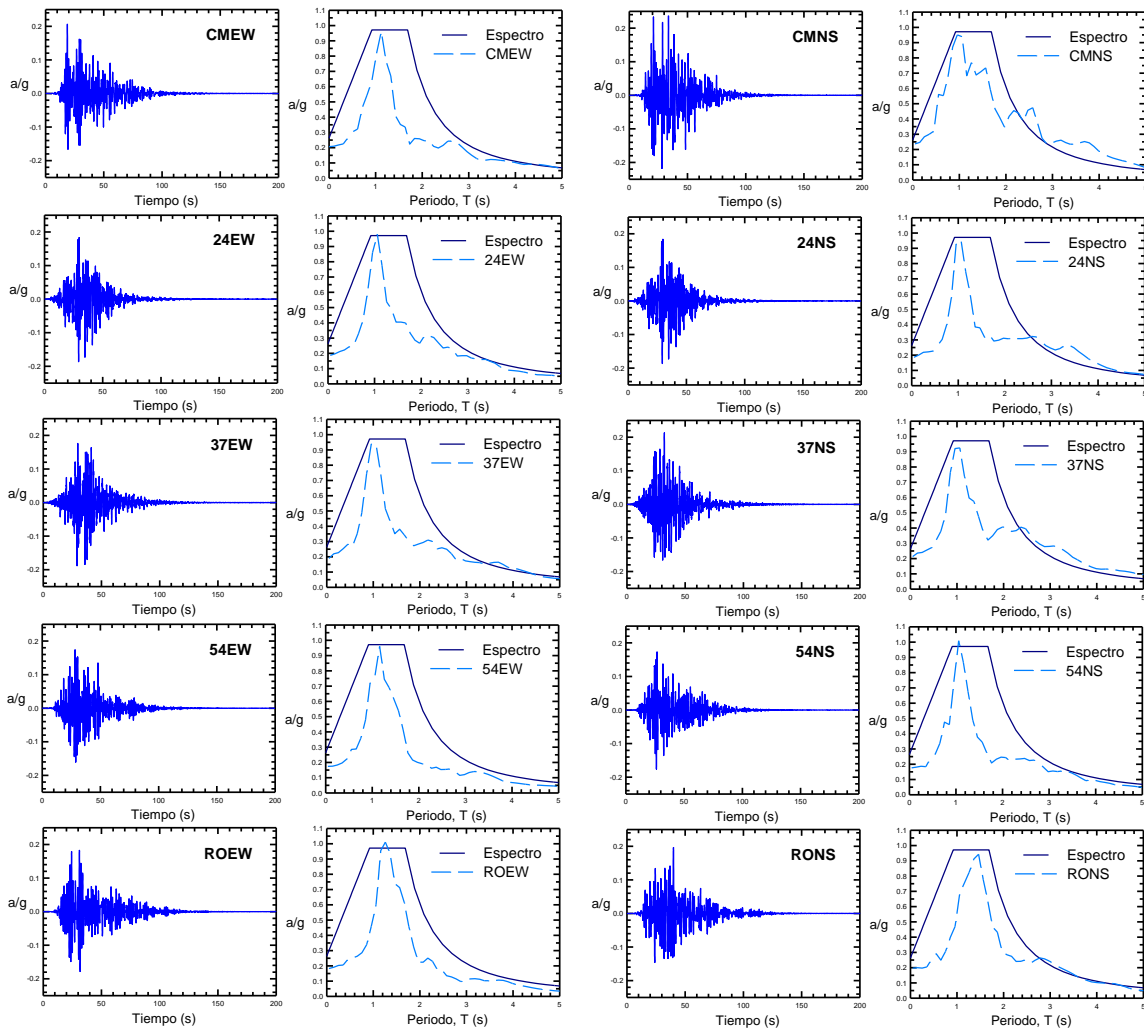


Figura 6.5. Acelerogramas empleados en los análisis no lineales.

### 6.2.2. Casos de análisis

Con la finalidad de evaluar diferentes criterios de modelado, los análisis dinámicos no lineales paso a paso (ADNL) se realizaron empleando tres criterios para la determinación de la rigidez efectiva de los elementos estructurales (inercia efectiva). Estos criterios son:

- a) La rigidez efectiva de los elementos estructurales se calcula empleando el momento de inercia grueso de la sección ( $EI_e=EI_g$ ). En todos los casos,  $E$  es el módulo de elasticidad del concreto.
- b) La rigidez efectiva de vigas se calcula empleando un momento de inercia efectivo igual al 50% del momento de inercia grueso ( $EI_e=0.5EI_g$ ). La rigidez efectiva de columnas se calcula empleando un momento de inercia efectivo igual al 70% del momento de inercia grueso ( $EI_e=0.7EI_g$ ). Este criterio corresponde al especificado para realizar análisis elásticos conforme a las NTCC-17.

- c) Las rigideces efectivas (momentos de inercia efectivos) de vigas y columnas se determinaron a partir de diagramas momento-curvatura de cada una de las secciones de los elementos, considerando explícitamente la no linealidad de los materiales (concreto y acero).

En el caso c), para la obtención de los diagramas momento-curvatura, se empleó el programa BIAX, el cual fue originalmente desarrollado por Wallace y Moehle (1989) y modificado por Wallace e Ibrahim (1996). Este software se basa en un modelo de fibras y permite al usuario discretizar la sección estudiada a conveniencia. A cada fibra se le asocia una relación esfuerzo-deformación con base en el material al que pertenezca (concreto no confinado, concreto confinado, acero de refuerzo), por lo que es muy importante realizar una discretización adecuada de la sección transversal (Godínez *et al.* 2018 y 2020). Los diagramas momento-curvatura se obtienen por equilibrio de fuerzas, considerando el área y la posición de cada fibra para el cálculo de su contribución a la fuerza axial y momento flexionante. Las hipótesis y el procedimiento interno en que se basa el programa Biax son las usualmente empleadas para la obtención de relaciones momento curvatura, y pueden consultarse en los textos especializados (por ejemplo: Park y Paulay 1982). Para la obtención de los resultados el software utiliza un algoritmo iterativo que converge mediante un método de bisección simple.

Es importante comentar que, como se esperaba, al modificar la rigidez efectiva de los elementos estructurales, las características dinámicas de los edificios sufrieron variaciones. En la Tabla 6.2 se muestran los periodos característicos de cada modelo asociados a cada criterio. Con el fin de mantener coherencia con la descripción de los criterios estos se presentan como a, b y c, los cuales coinciden con las descripciones anteriores.

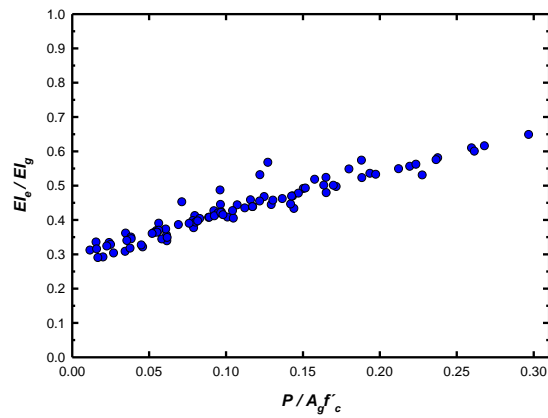
*Tabla 6.2. Características dinámicas de los modelos bajo ADNL.*

<b>Modelo</b>	<b>Periodo, T (seg)</b>		
	<b>Criterio a)</b>	<b>Criterio b)</b>	<b>Criterio c)</b>
3Q2	0.414	0.540	0.745
6Q2	0.553	0.729	0.909
9Q2	0.641	0.838	0.996
12Q2	0.698	0.912	0.999
3Q4	0.476	0.605	0.847
6Q4	0.561	0.734	1.068
9Q4	0.682	0.883	1.255
12Q4	0.773	1.007	1.396

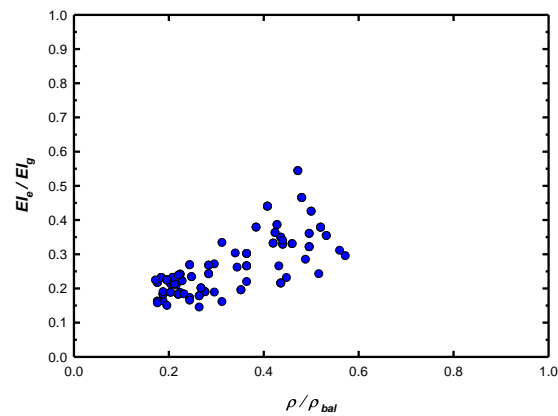
Como se observa en la Tabla 6.2, los modelos analizados bajo el criterio “a” ( $EI_e=EI_g$ ), presentan periodos característicos más bajos que los asociados al resto de criterios. Dada la forma de los espectros de respuesta elásticos asociados a cada acelerograma sintético (Figura 6.5), las aceleraciones a las que se someterán estos modelos serían menores al resto de casos, por lo que, para la realización de los ADNL de estos modelos, los acelerogramas

sintéticos se escalaron, para que los edificios alcancen aceleraciones similares a los que experimentan los modelos que corresponden a los criterios “b” y “c”.

Como se comentó anteriormente para la ejecución de los ADNL bajo el criterio “c”, las rigideces efectivas (momentos de inercia efectivos) se obtuvieron de las relaciones momento-curvatura de las secciones de los elementos. En la Figura 6.6 y la Figura 6.7, se presentan los valores obtenidos para las columnas y vigas, respectivamente. Se debe aclarar que, para el caso de las columnas, la inercia efectiva que se empleó se determinó en función de la carga axial a la que estas se encuentran sometidas. Se observa que para el caso de columnas la rigidez efectiva varía de  $0.29EI_g$  a  $0.65EI_g$  (Figura 6.6), mientras que para las vigas esta variación es de  $0.15EI_g$  a  $0.54EI_g$  (Figura 6.7).



*Figura 6.6. Rigidez efectiva en columnas en función de la carga axial, obtenidas de diagramas momento-curvatura.*



*Figura 6.7. Rigidez efectiva en vigas obtenidas de diagramas momento-curvatura.*

### 6.3. Resultados de los análisis dinámicos no lineales.

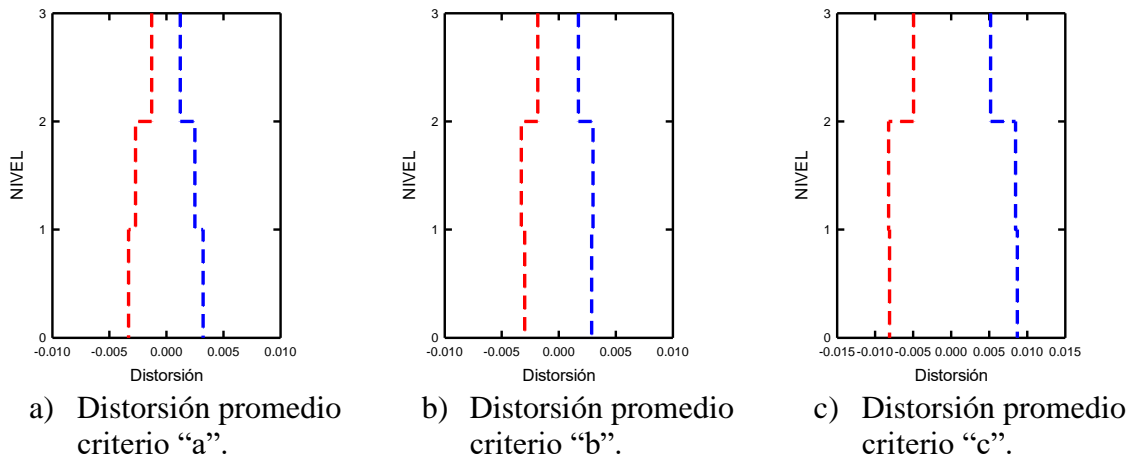
En esta sección se presentan los resultados obtenidos de los ADNL. En la sección 6.3.1, se muestran las envolventes de distorsiones de entrepiso promedio (considerando las respuestas estructurales obtenidas para el total de acelerogramas sintéticos) de los modelos analizados,



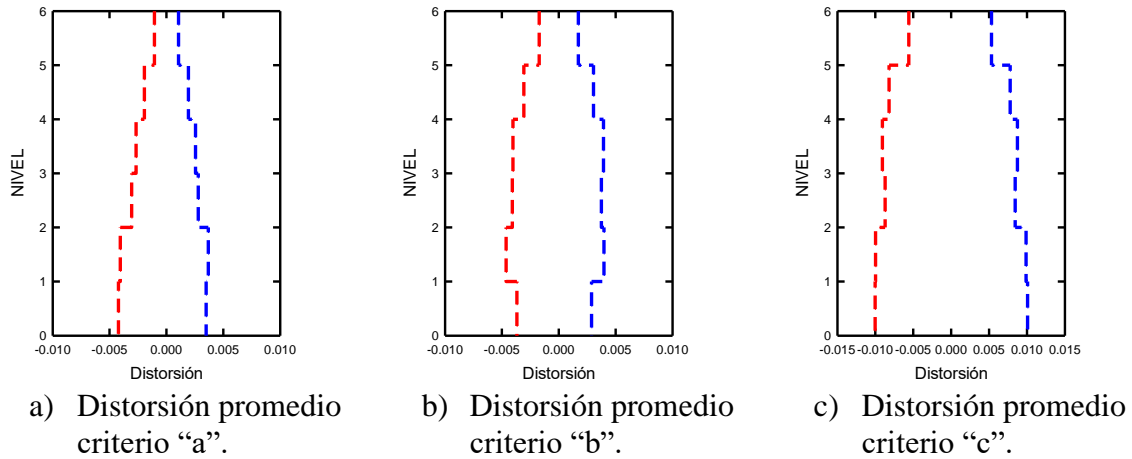
mientras que en la sección 6.3.2, se presentan esquemas diseñados para mostrar de forma clara la degradación de rigidez que sufren los elementos de concreto reforzado.

### 6.3.1. Distorsiones de entrepiso

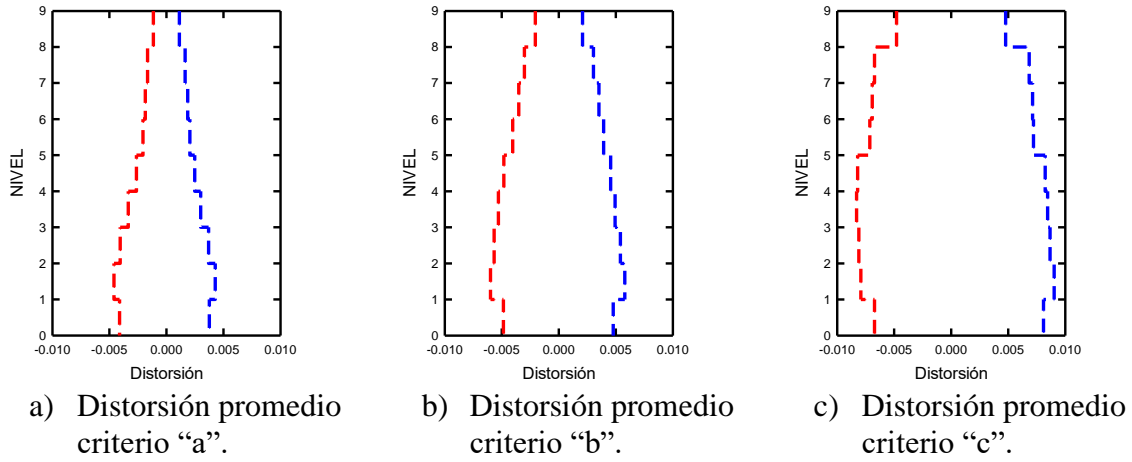
De la Figura 6.8 a la Figura 6.14 se presentan las envolventes de distorsiones de entrepiso promedio de los modelos analizados bajo los tres criterios empleados en los ADNL (comentados en la sección 6.2 de esta tesis). Se observa que las distorsiones obtenidas bajo el criterio “c”, son las que presentan mayores valores para cada modelo analizado. En general, las distorsiones obtenidas para todos los casos son menores a las esperadas.



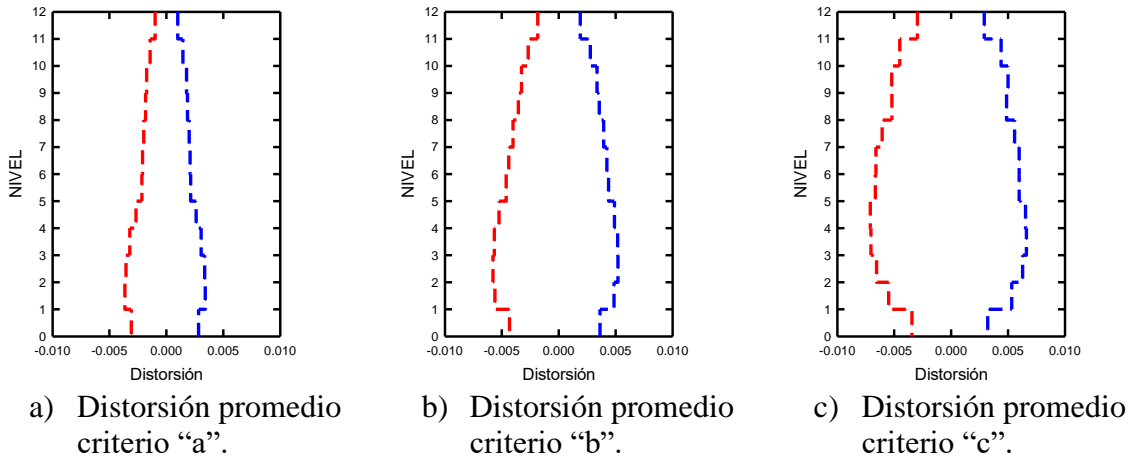
*Figura 6.8. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 3Q2.*



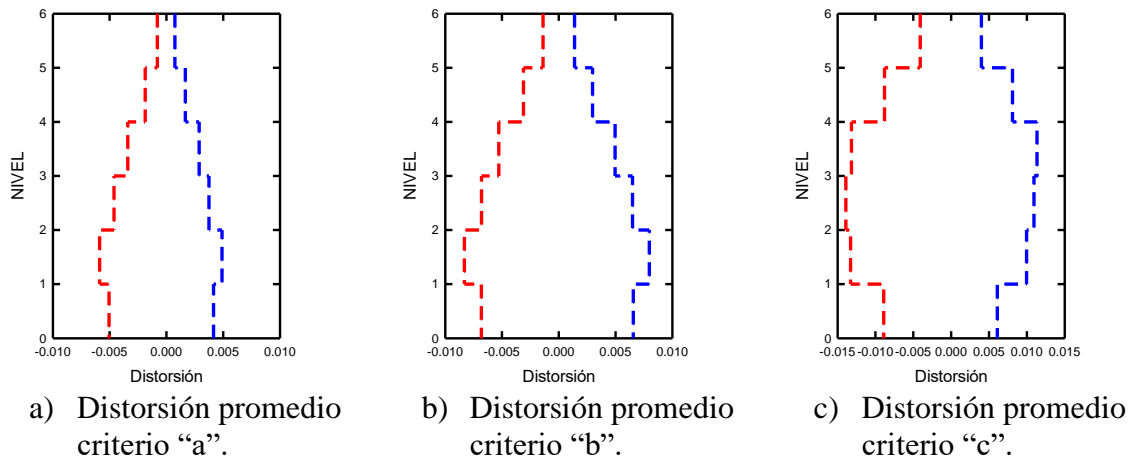
*Figura 6.9. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 6Q2.*



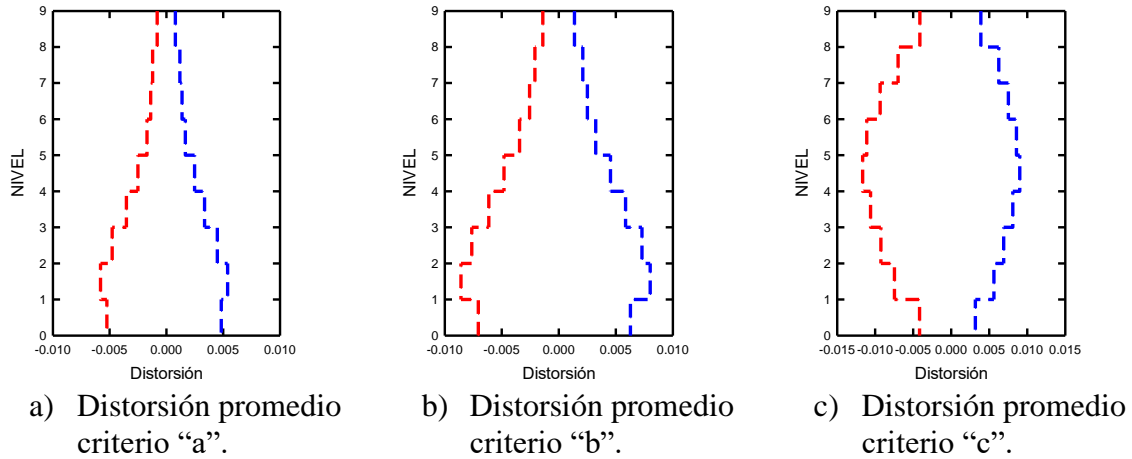
*Figura 6.10. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 9Q2.*



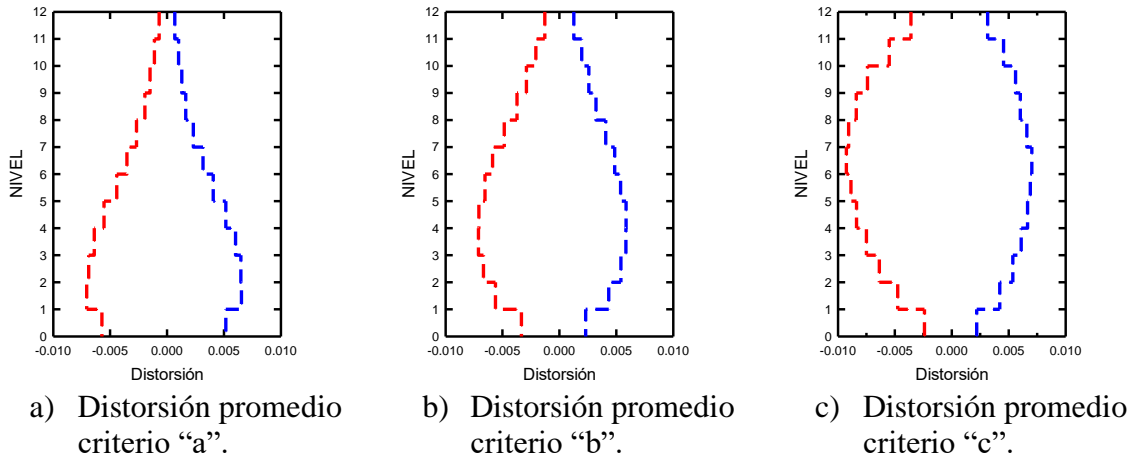
*Figura 6.11. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 12Q2.*



*Figura 6.12. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 6Q4.*



*Figura 6.13. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 9Q4.*



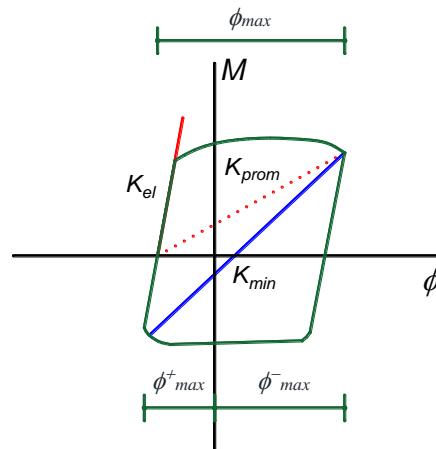
*Figura 6.14. Distorsiones de entrepiso obtenidas de los ADNL para edificio 12Q4.*

### 6.3.2. Estimación de la degradación de rigidez

Para determinar la degradación de rigidez una vez realizados los ADNL, se obtuvieron las respuestas en términos de las relaciones momento-curvatura en ambos extremos de los elementos estructurales (en las zonas de articulaciones plásticas). Por lo tanto, en este estudio, se emplean los diagramas momento-curvatura para definir, a partir de ciclos y medios ciclos de respuesta, las rigideces efectivas asociadas a las secciones críticas (donde se concentra el daño), expresadas en términos del cociente del promedio de las rigideces secantes asociadas a medios ciclos de respuesta inelástica ( $K_{prom}$ ) y la rigidez elástica ( $K_{el}$ ), conforme a lo mostrado en la Figura 6.15. Por facilidad, a dicho factor, mediante el que cuantifica la degradación de rigidez, se le denomina simplemente  $k$  ( $k=K_{prom}/K_{el}$ ).

La metodología empleada en este estudio para determinar la degradación de rigidez a nivel elemento se basa en lo originalmente propuesto por Tena y Corra (2008) para evaluar

la degradación de rigidez a nivel entrepiso en función de las curvas cortante-distorsión obtenidas de análisis dinámicos no lineales paso a paso.



*Figura 6.15. Definición de parámetros a partir de ciclos y medios ciclos de respuesta, (adaptada de Tena y Correa 2008).*

En la Figura 6.16 a la Figura 6.38, se presentan, para cada modelo en estudio, los factores  $k=K_{prom}/K_{el}$ , asociados al acelerograma que ocasionó los mayores niveles de degradación de rigidez en los elementos estructurales (demandas máximas), así como los valores máximos promedio, calculados como el promedio de las respuestas máximas ante cada uno de los acelerogramas sintéticos empleados en los ADNL. Dada la simetría, únicamente se muestran los resultados de un marco de borde y uno central.

Para visualizar de manera rápida los niveles de degradación, así como su variación conforme varía la ubicación de los elementos en elevación, además de los valores numéricos reportados para el valor de  $k=K_{prom}/K_{el}$ , se definieron diferentes intervalos con colores. Los intervalos considerados son:  $0.00 < k \leq 0.35$  (rojo),  $0.35 < k \leq 0.50$  (naranja),  $0.50 < k \leq 0.65$  (amarillo),  $0.65 < k \leq 0.80$  (verde oscuro),  $0.80 < k \leq 1.00$  (verde claro). Con el fin de no tener imágenes demasiado saturadas, en todas las figuras de referencia no se incluyen aquellos valores en que se obtienen valores de  $k=1.0$  (elementos que no sufren degradación de rigidez). Es importante mencionar que los criterios “a”, “b” y “c”, a los que se hace referencia en las imágenes, son los comentados en la sección 6.2.2 de esta tesis, los cuales son:

- a) La rigidez efectiva de los elementos estructurales se calcula empleando el momento de inercia grueso de la sección ( $EI_e=EI_g$ ). En todos los casos,  $E$  es el módulo de elasticidad del concreto.
- b) La rigidez efectiva de vigas se calcula empleando un momento de inercia efectivo igual al 50% del momento de inercia grueso ( $EI_e=0.5EI_g$ ). La rigidez efectiva de columnas se calcula empleando un momento de inercia efectivo igual al 70% del momento de inercia grueso ( $EI_e=0.7EI_g$ ). Este criterio corresponde al especificado para realizar análisis elásticos conforme a las NTCC-17.
- c) Las rigideces efectivas (momentos de inercia efectivos) de vigas y columnas se determinaron a partir de diagramas momento-curvatura de cada una de las secciones

de los elementos, considerando explícitamente la no linealidad de los materiales (concreto y acero).

Como se observa, en la mayoría de los casos, en especial en los sistemas dúctiles, las columnas permanecen esencialmente elásticas, lo que indica que el criterio de diseño es adecuado. Asimismo, las vigas de los niveles superiores tienen niveles de degradación más reducidos que los observados en el primer tercio o la parte central de la altura de los modelos, permaneciendo en muchos casos elásticos. De los resultados expuestos en esta sección, es evidente que los elementos estructurales no se degradan uniformemente; es decir, los niveles de daño que experimentan son función tanto de su ubicación en planta como en elevación. Un ejemplo claro de lo anterior se observa en las vigas, cuyos niveles de degradación varían conforme crece la altura. Asimismo, la degradación observada entre los elementos del marco de borde y el central varían entre sí.

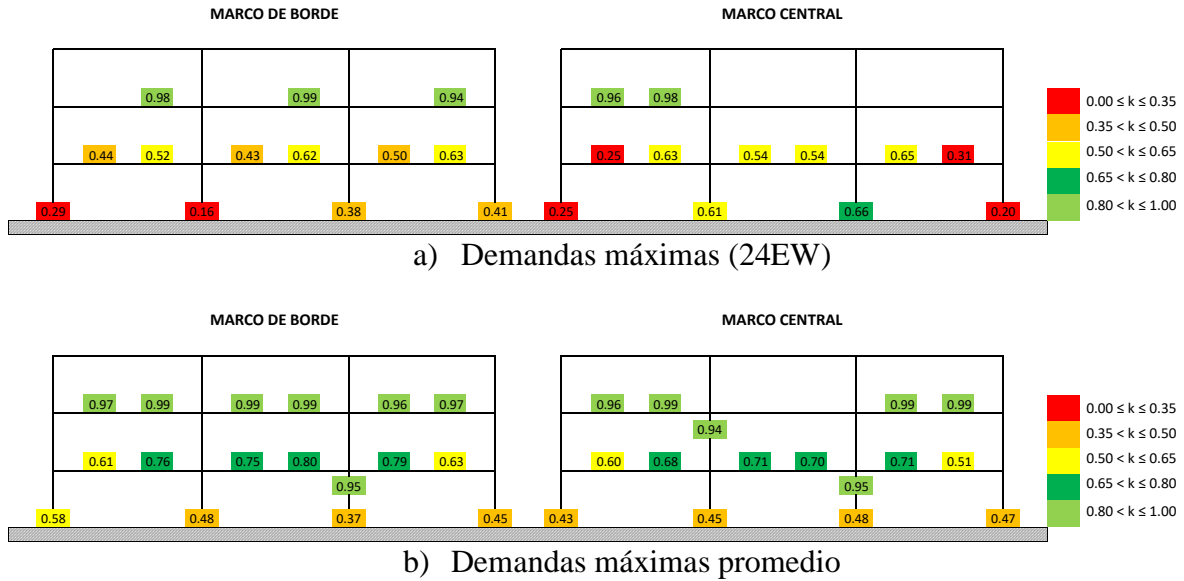
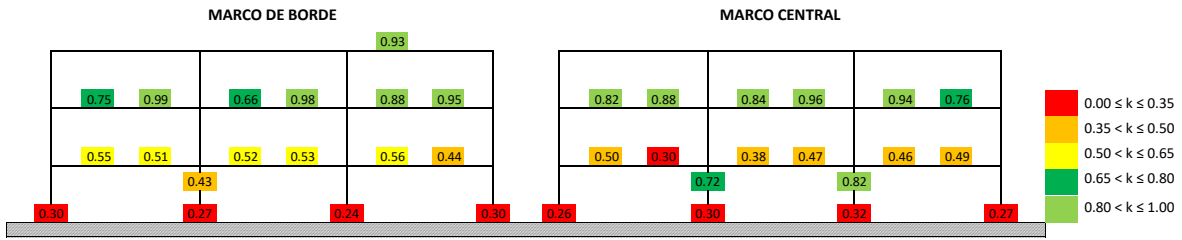
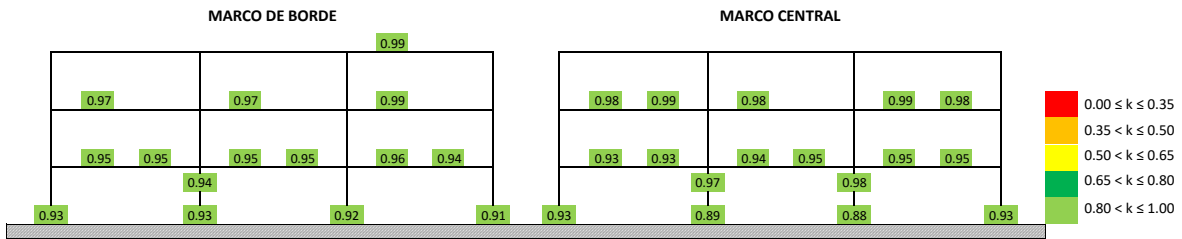


Figura 6.16. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio “a” del edificio 3Q2.

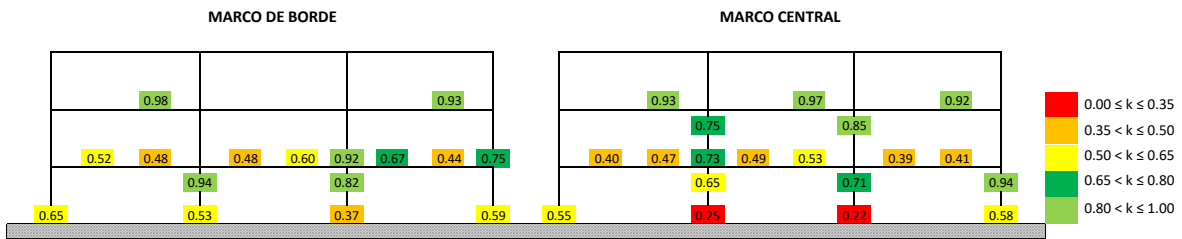


a) Demandas máximas (CMNS)

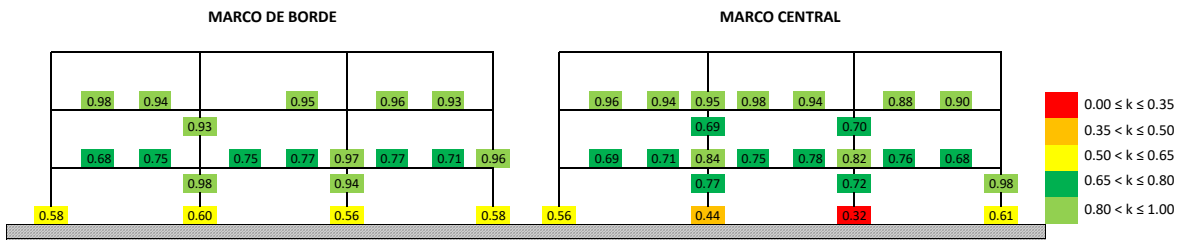


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.17. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "b" del edificio 3Q2.

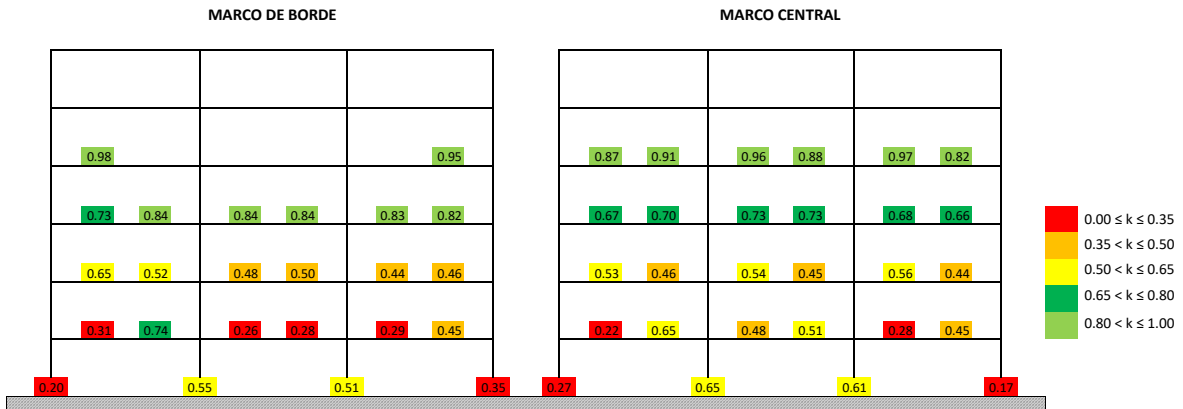


a) Demandas máximas (24NS)

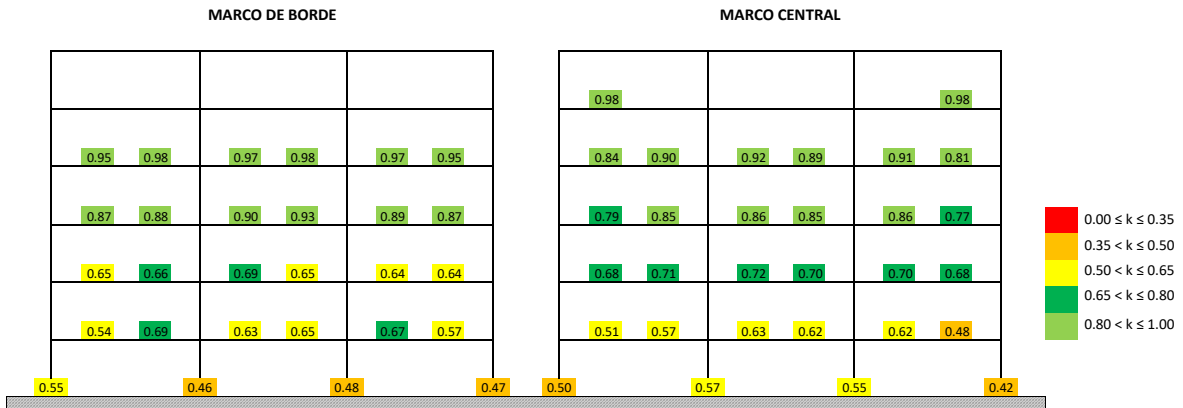


b) Demandas máximas promedio.

Figura 6.18. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "c" del edificio 3Q2.

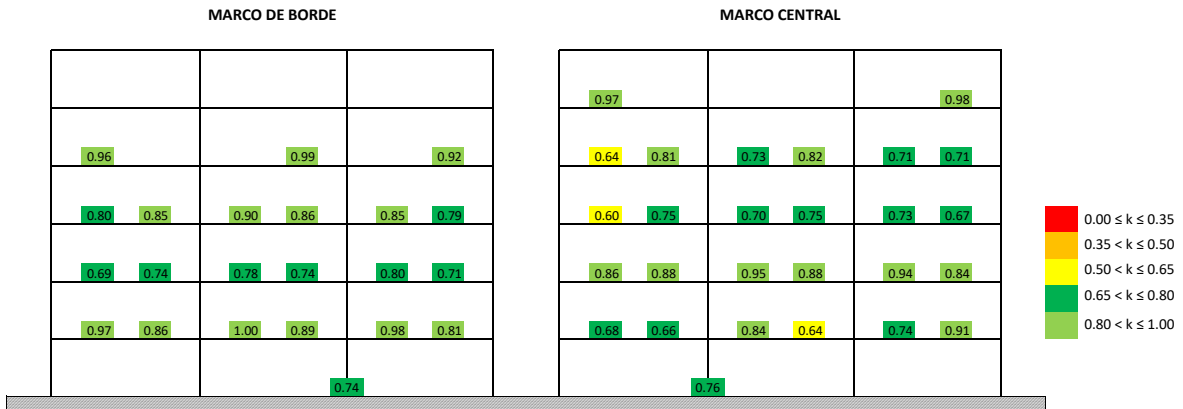


a) Demandas máximas (54NS)

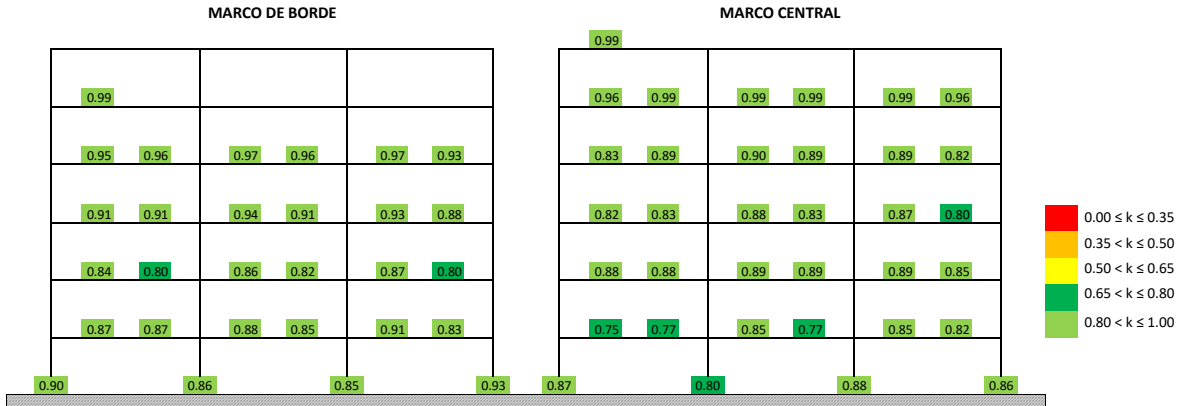


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.19. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "a" del edificio 6Q2.



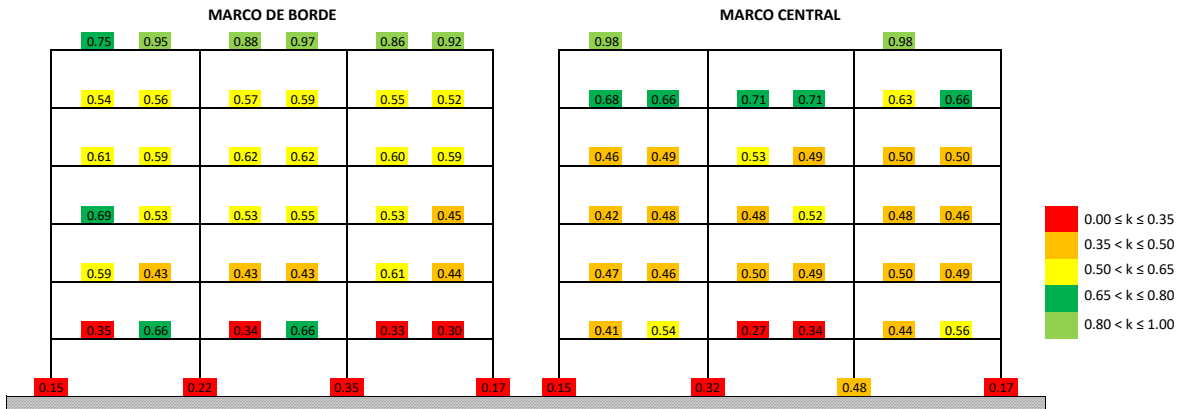
a) Demandas máximas (37EW)



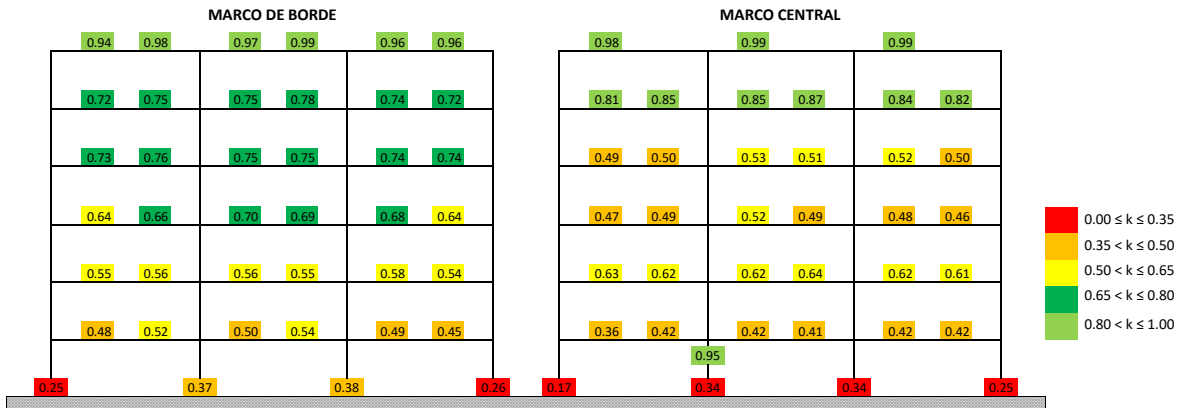
b) Demandas máximas promedio

Figura 6.20. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "b" del edificio 6Q2.



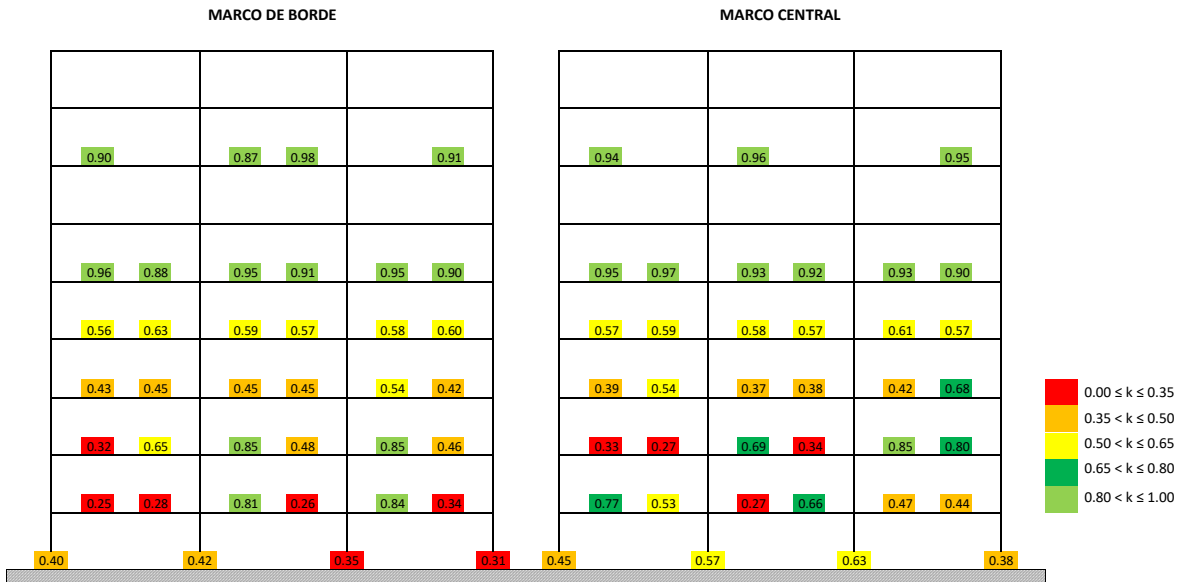


a) Demandas máximas (24EW)

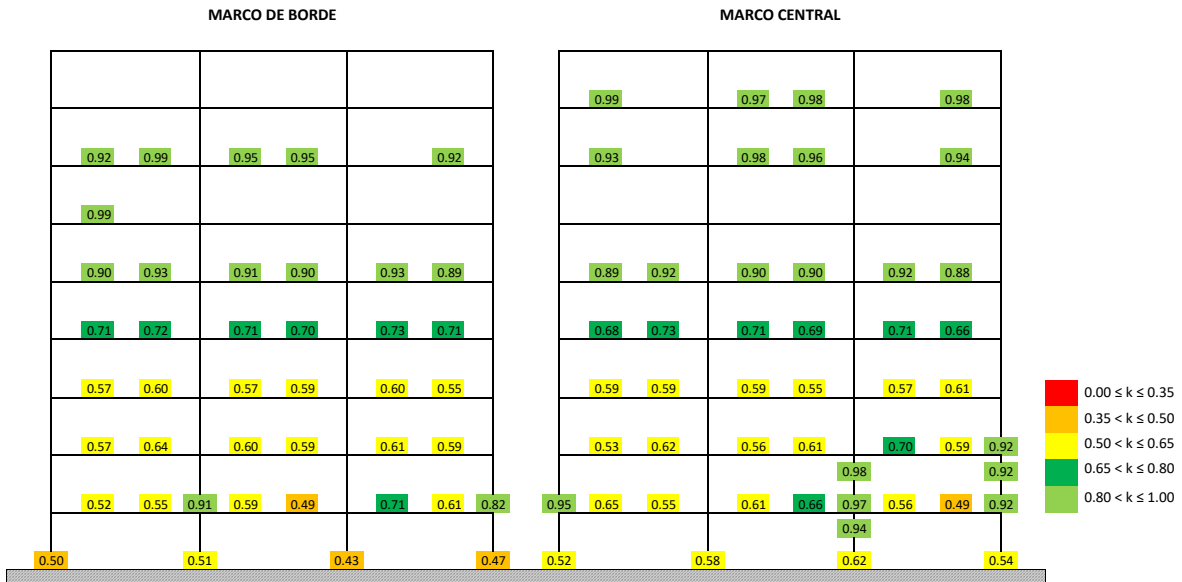


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.21. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "c" del edificio 6Q2.

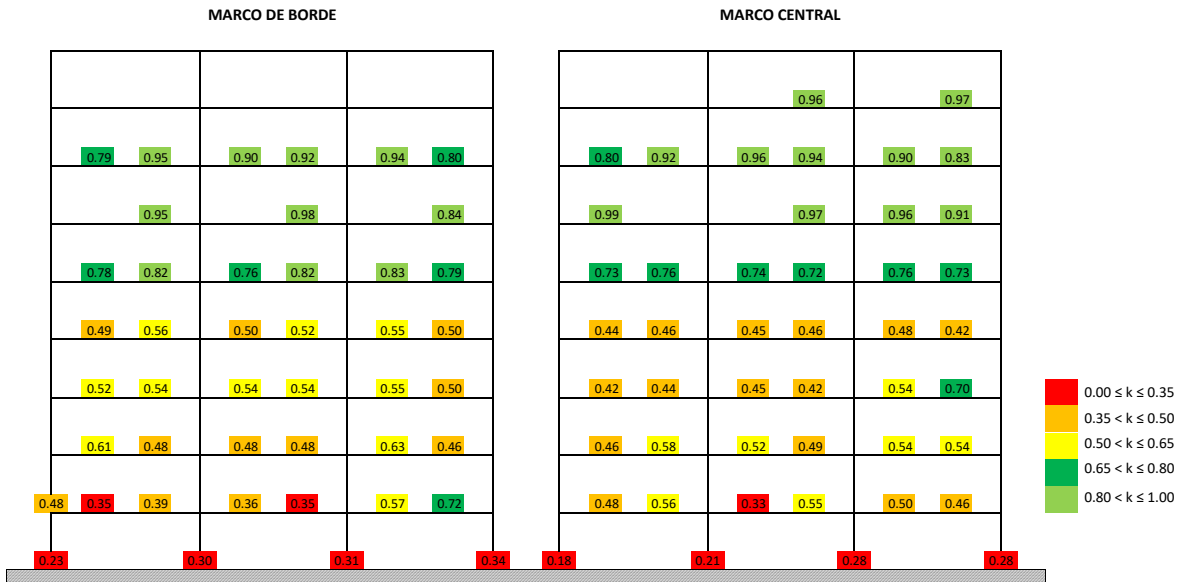


a) Demandas máximas (24EW)

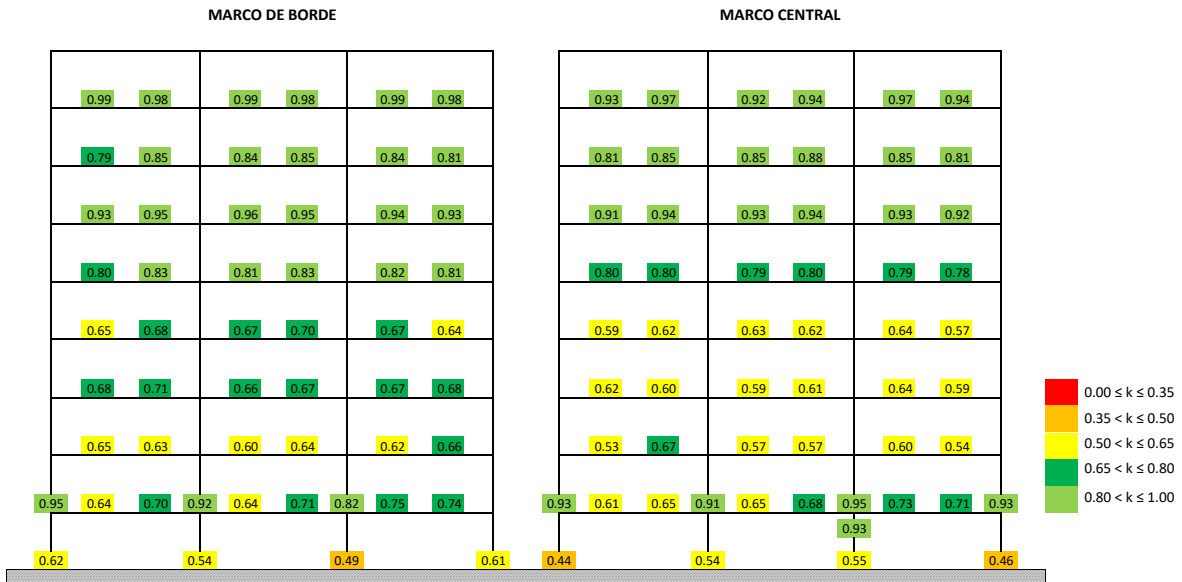


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.22. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio "a" del edificio 9Q2.

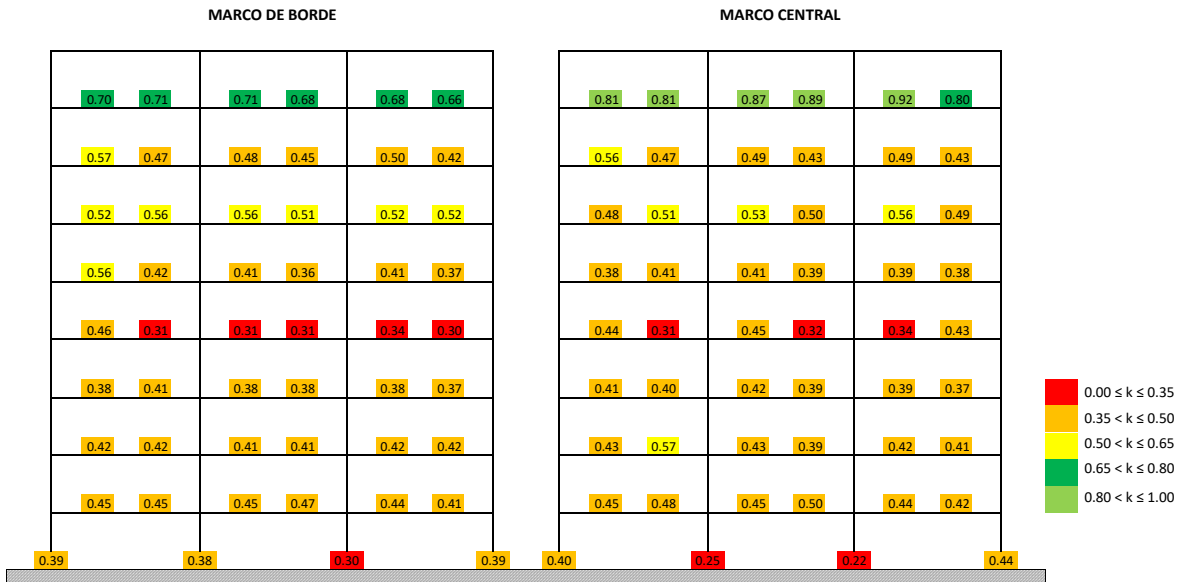


a) Demandas máximas (24NS)

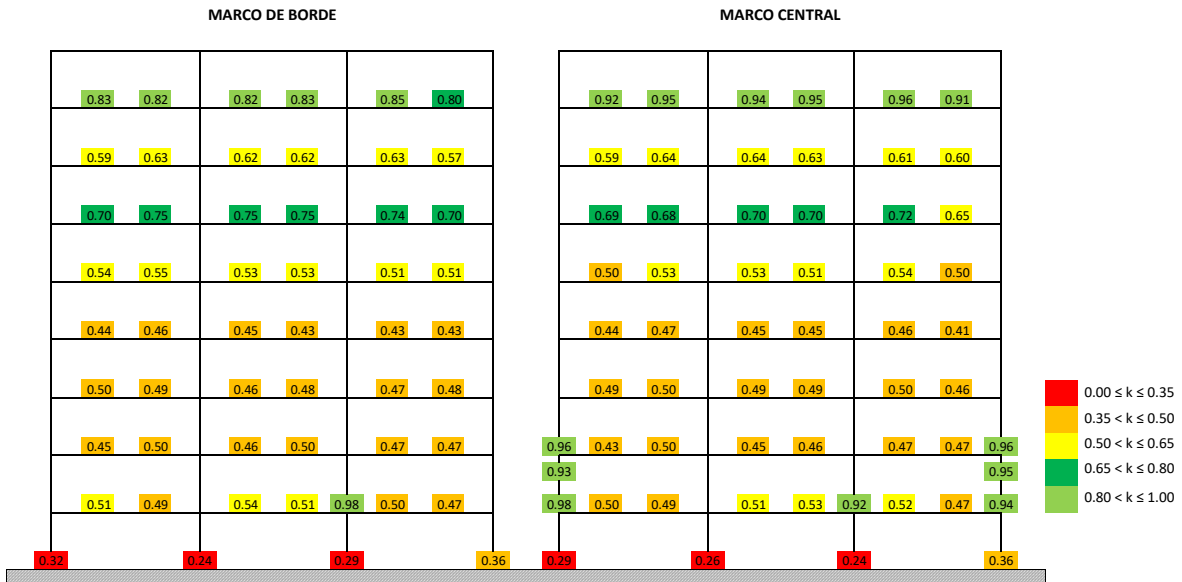


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.23. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio “b” del edificio 9Q2.

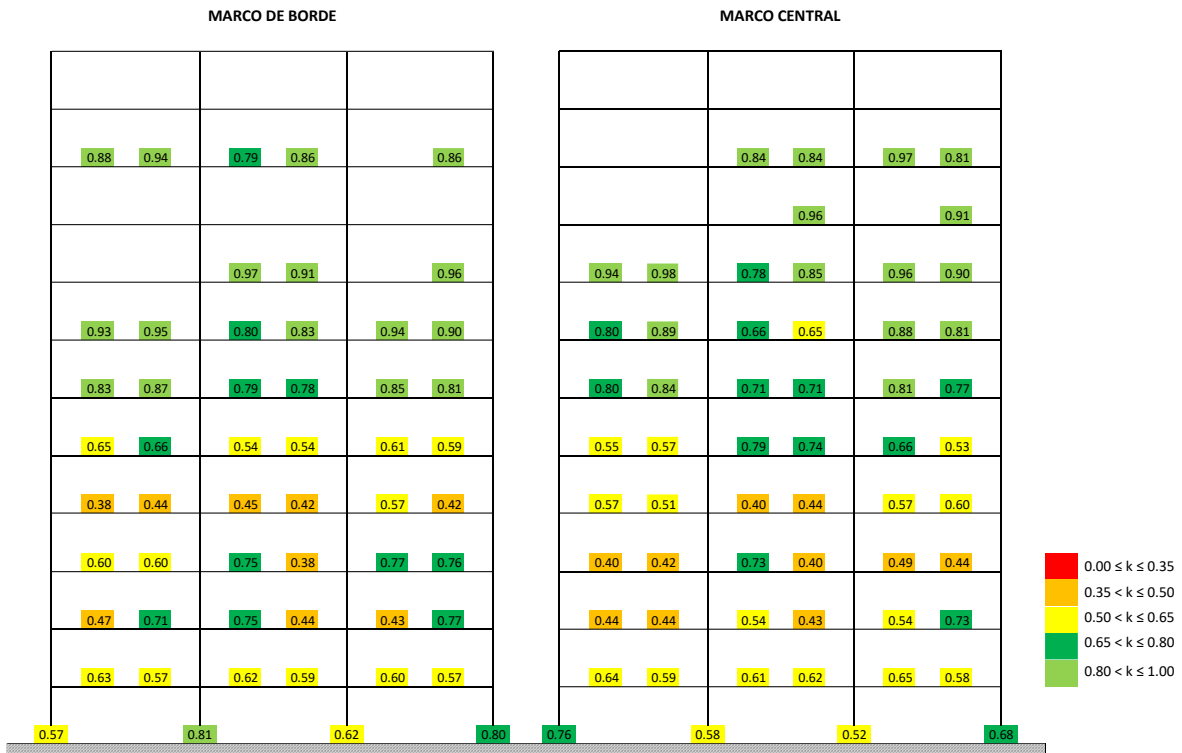


a) Demandas máximas (24EW)

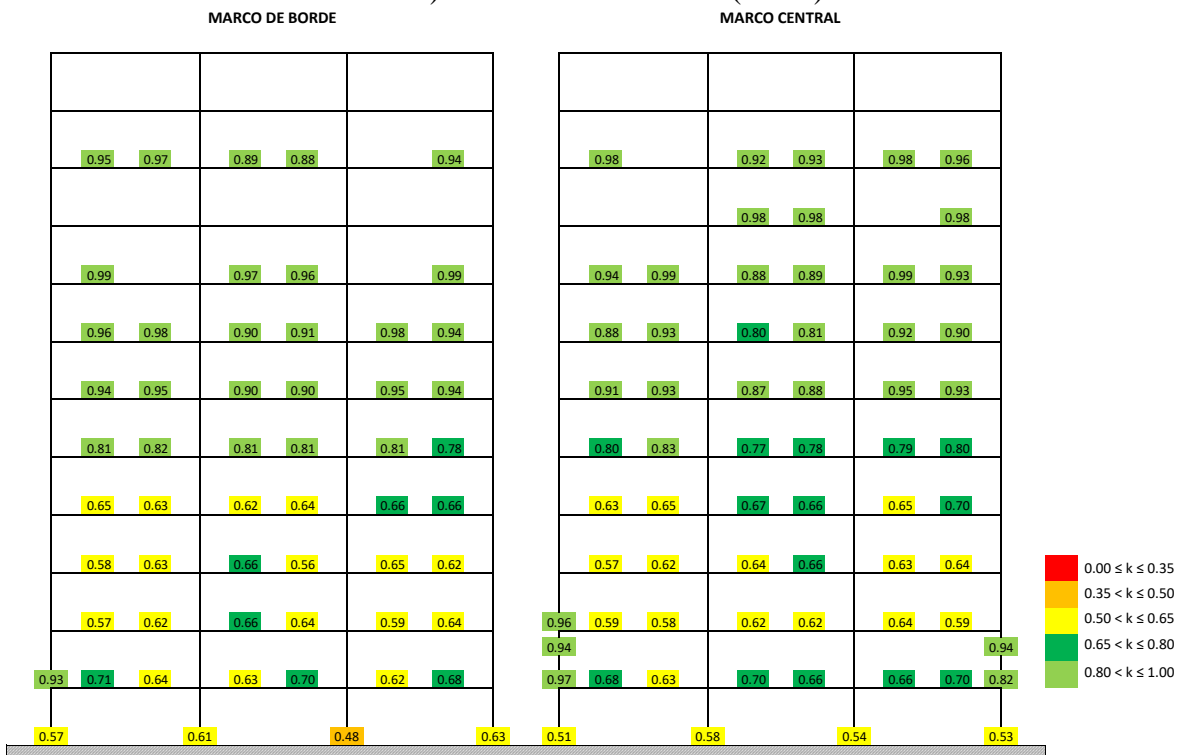


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.24. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio “c” del edificio 9Q2.

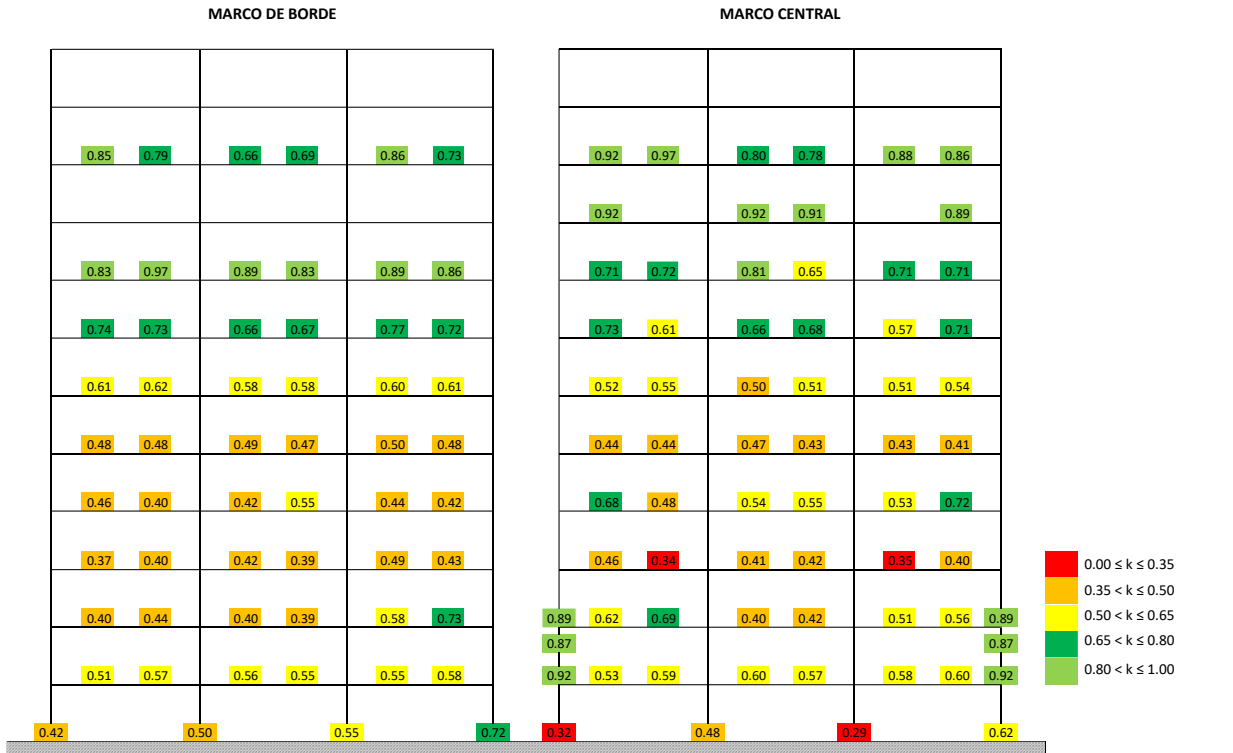


a) Demandas máximas (24NS)

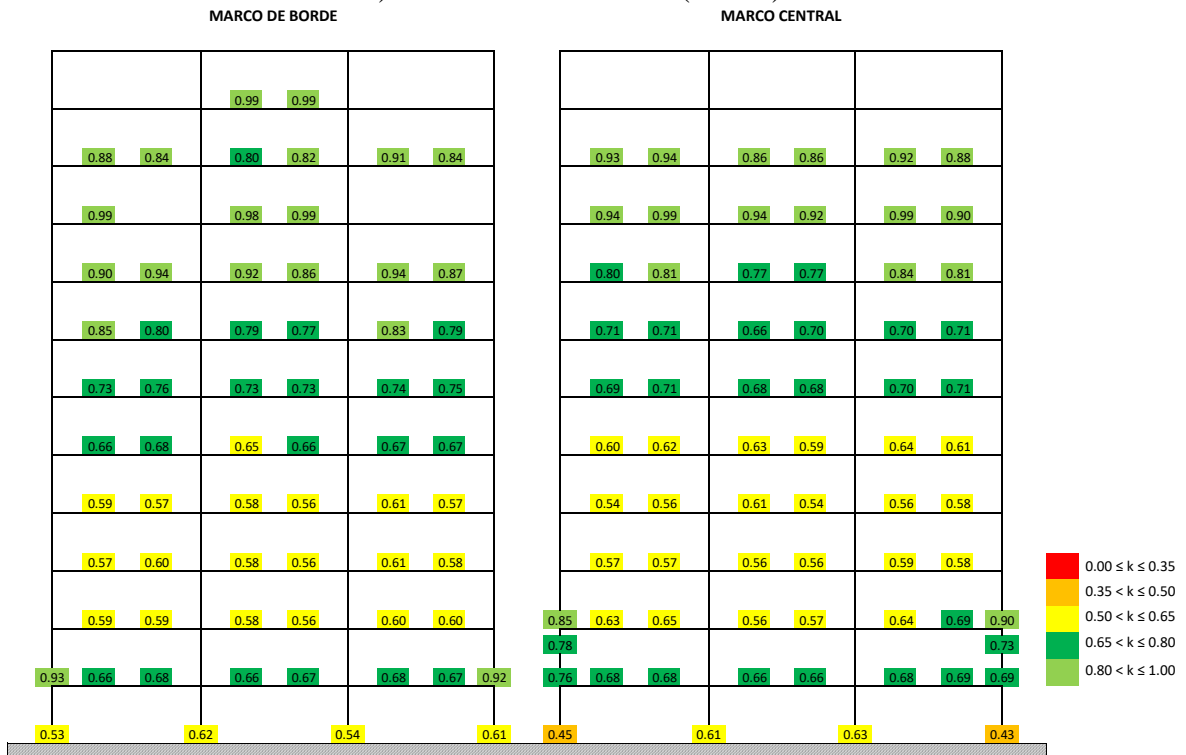


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.25. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "a" del edificio 12Q2.

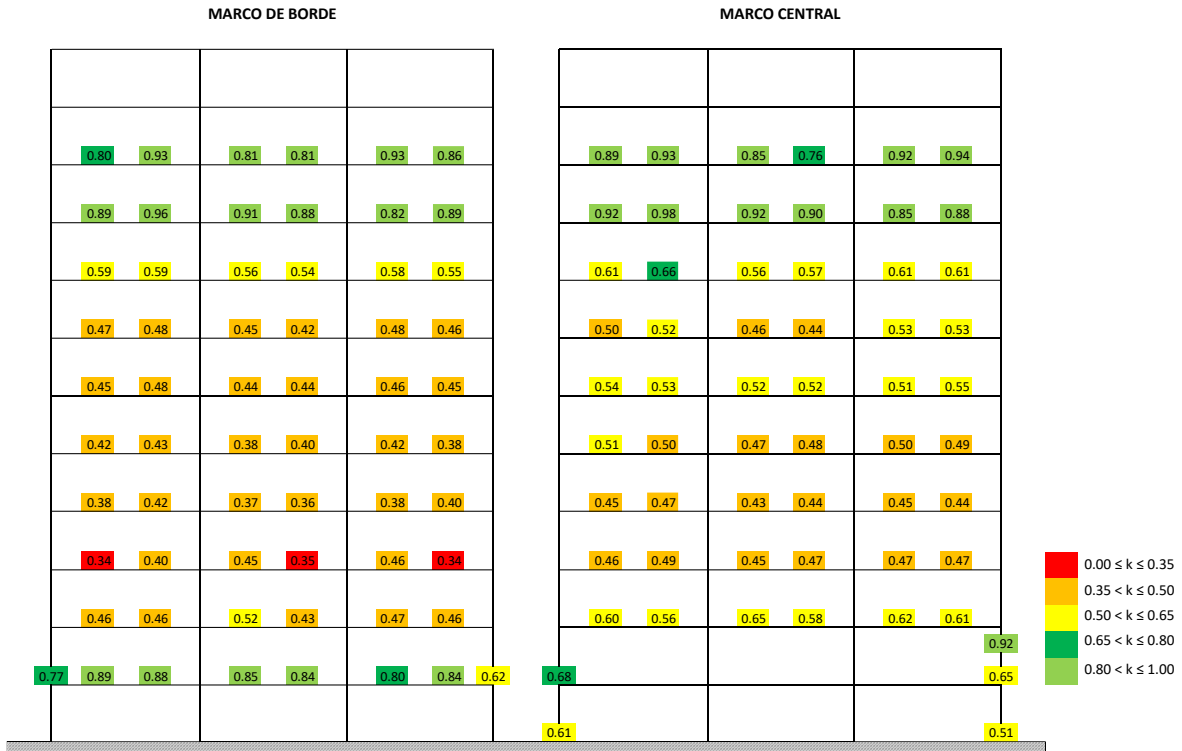


a) Demandas máximas (24EW)

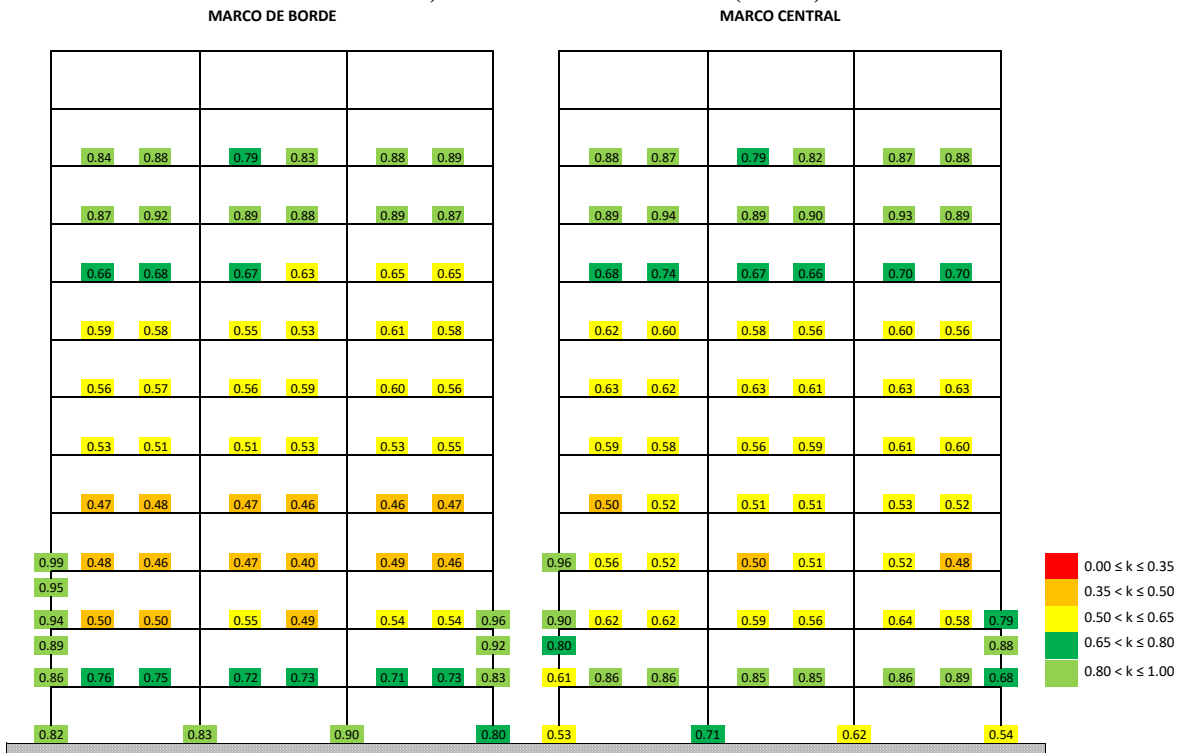


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.26. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "b" del edificio 12Q2.

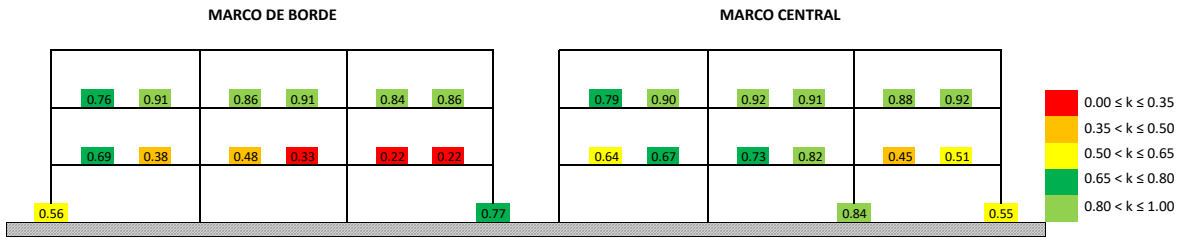


a) Demandas máximas (37NS)

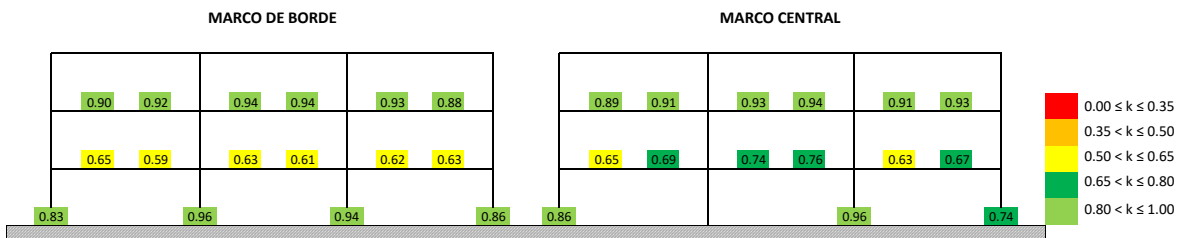


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.27. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "c" del edificio 12Q2.

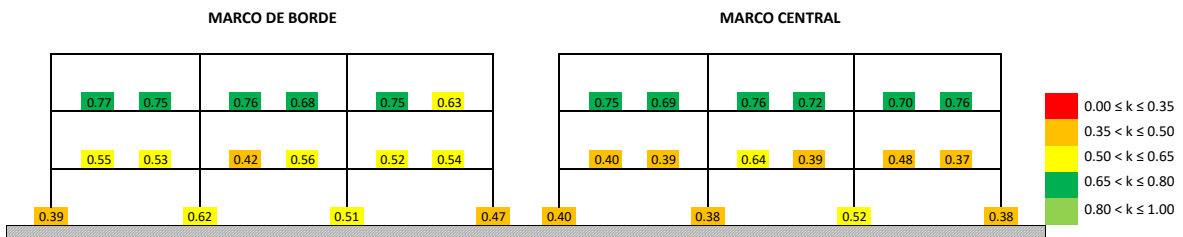


a) Demandas máximas (24EW)

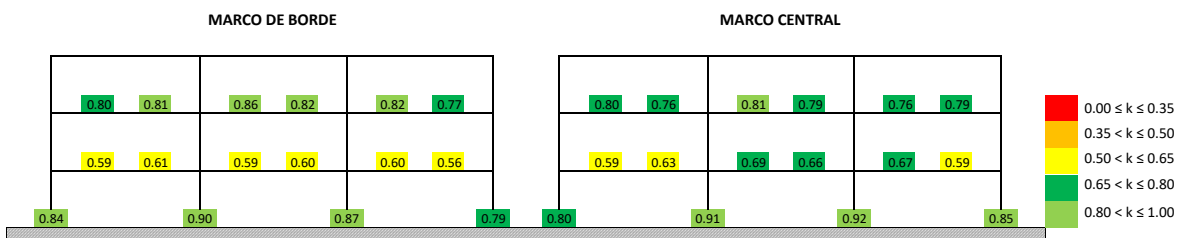


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.28. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "a" del edificio 3Q4.



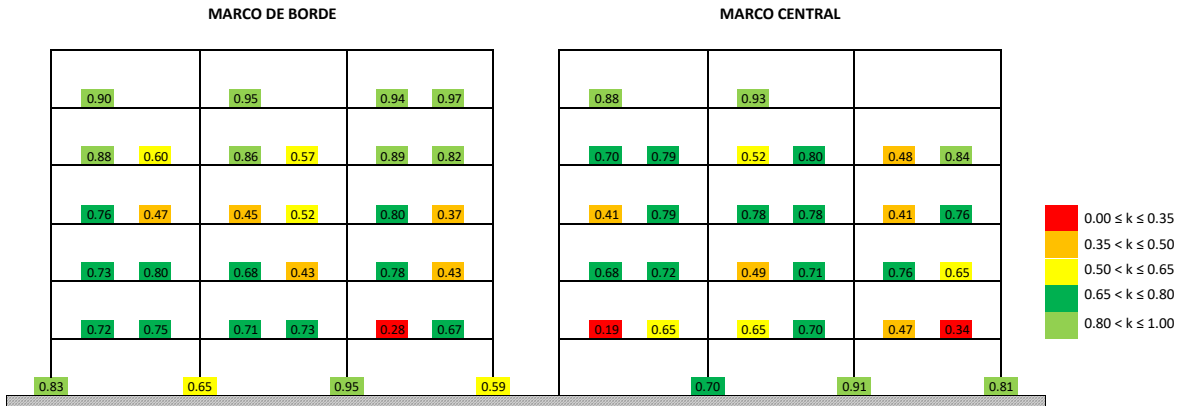
a) Demandas máximas (37NS)



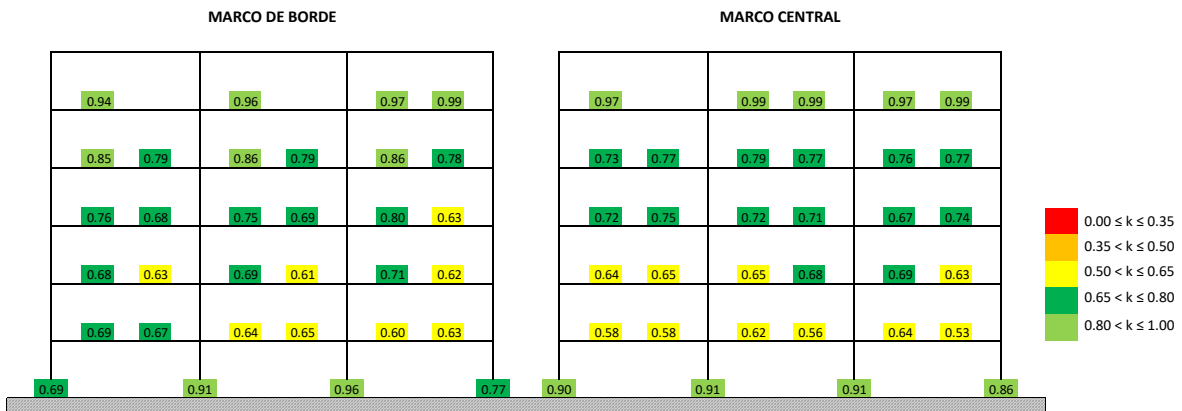
b) Demandas máximas promedio

Figura 6.29. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "b" del edificio 3Q4.



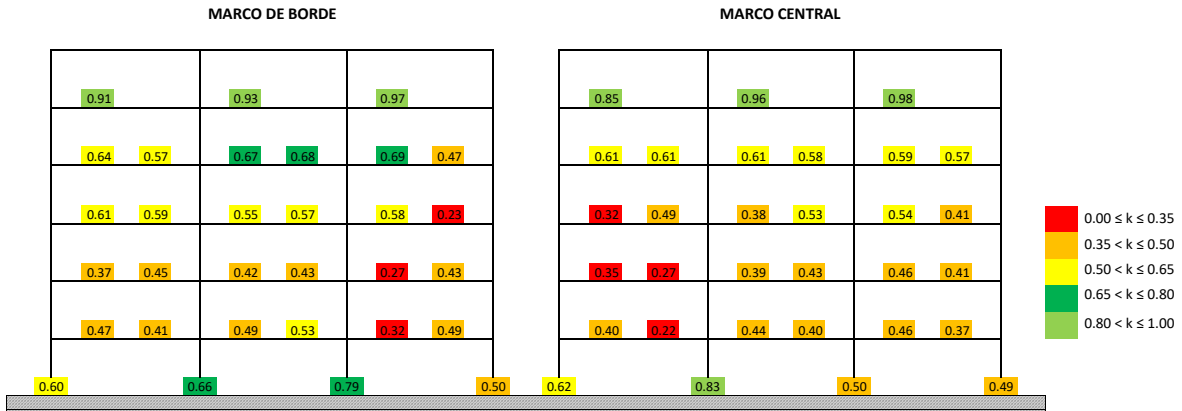


a) Demandas máximas (24EW)

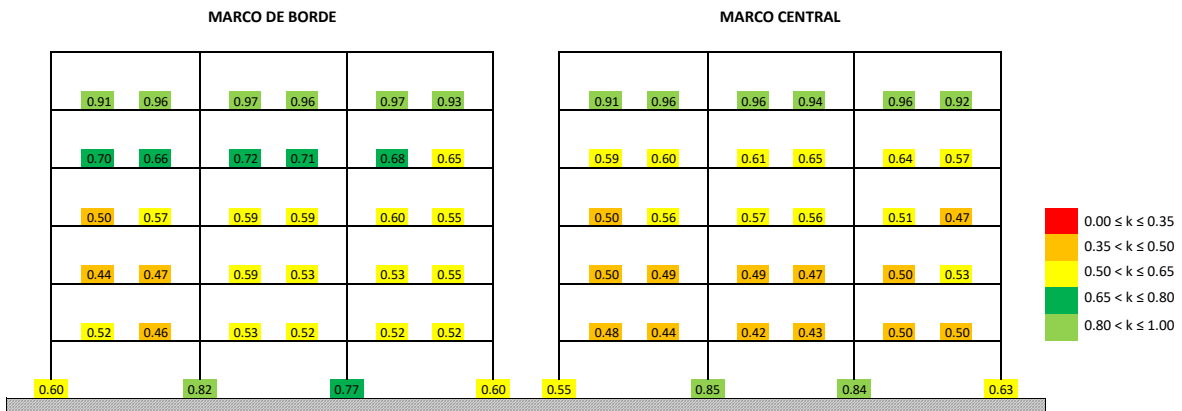


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.30. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "a" del edificio 6Q4.

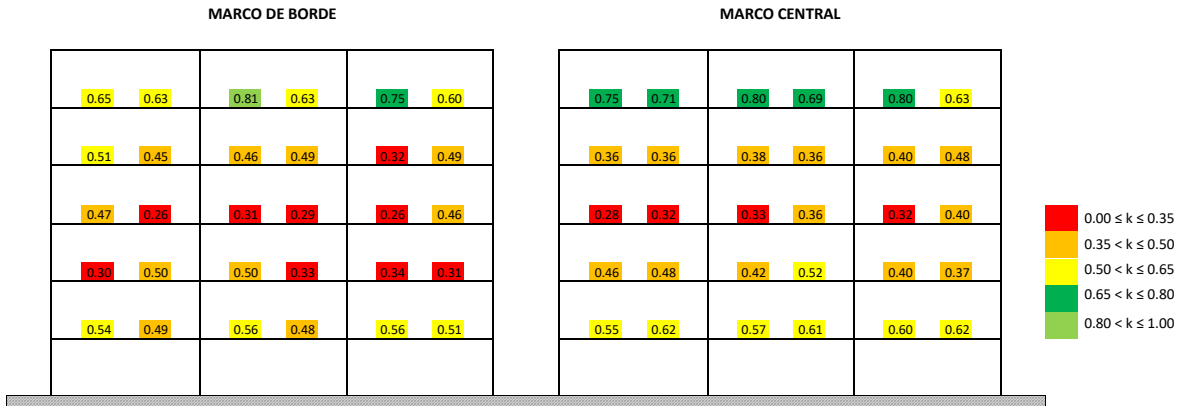


a) Demandas máximas (24NS)

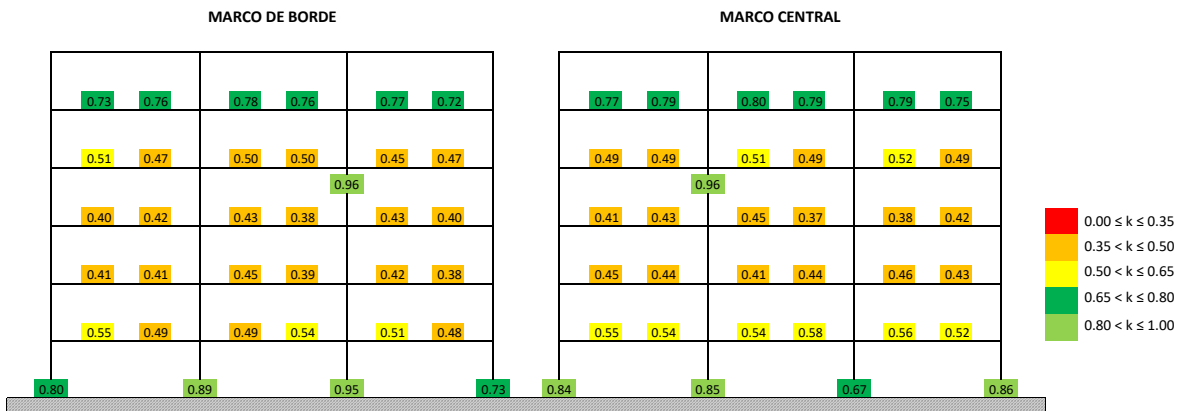


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.31. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "b" del edificio 6Q4.



a) Demandas máximas (24NS)

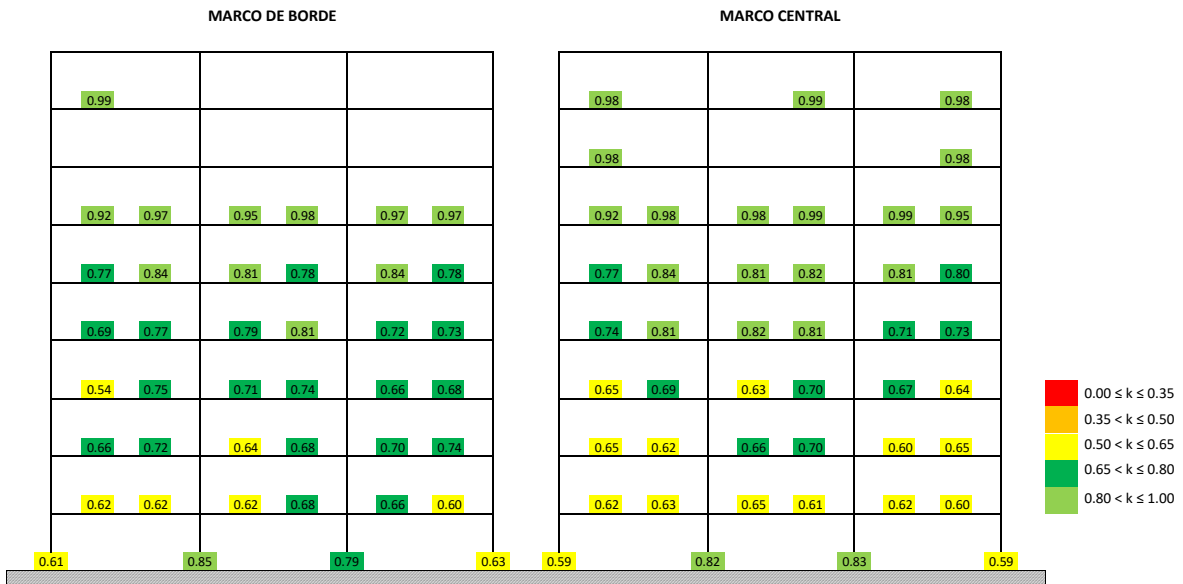


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.32. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio “c” del edificio 6Q4.



a) Demandas máximas (CMEW)



b) Demandas máximas promedio

Figura 6.33. Factores de degradación de rigideces, k, bajo el criterio "a" del edificio 9Q4.

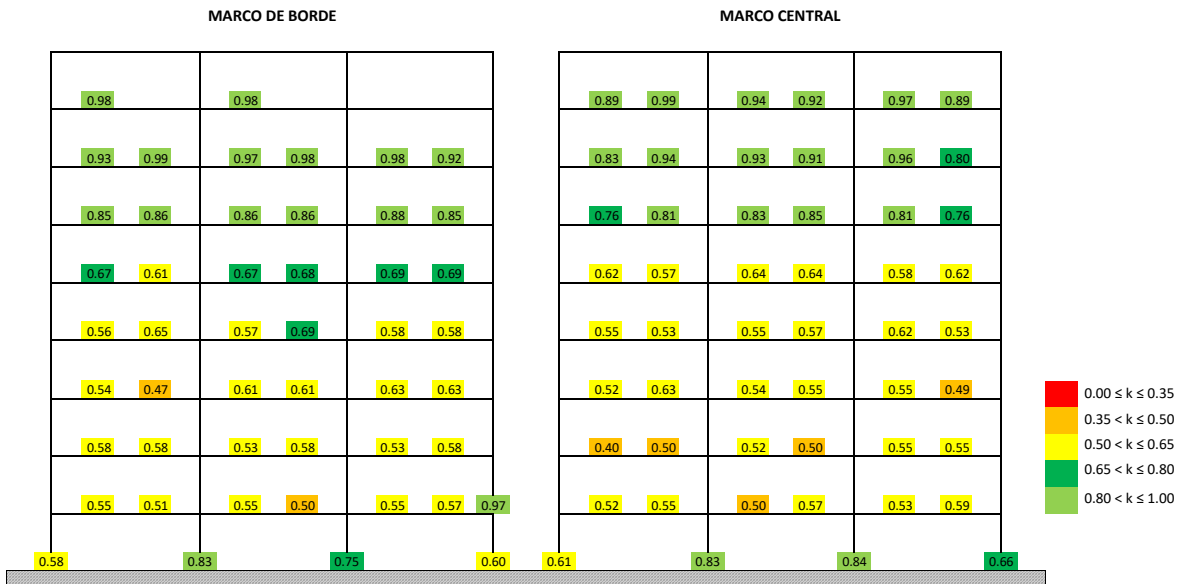
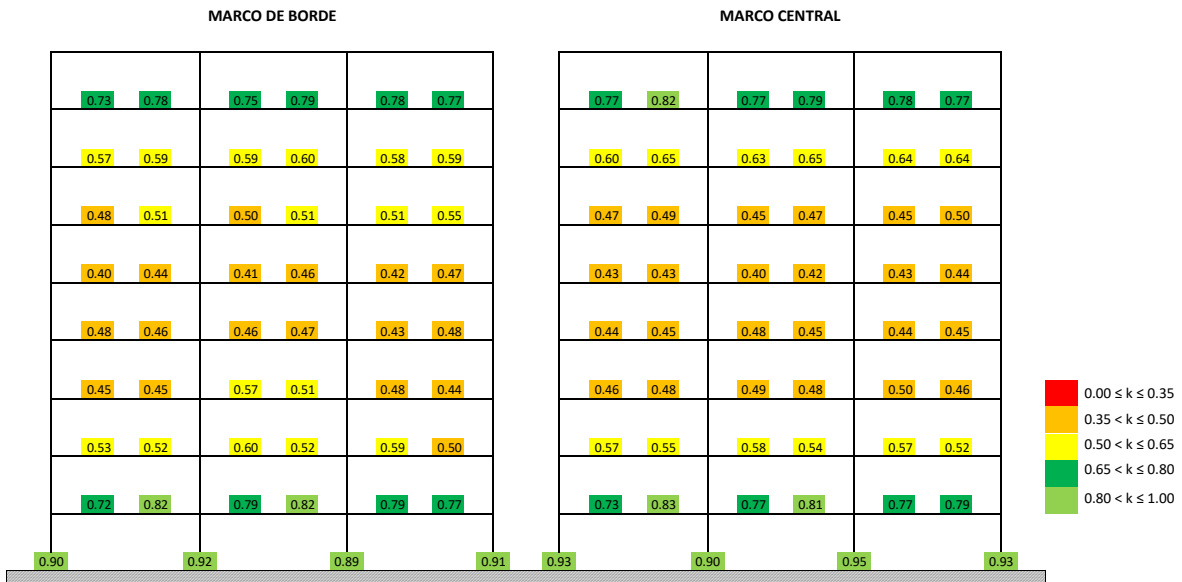


Figura 6.34. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio “b” del edificio 9Q4.

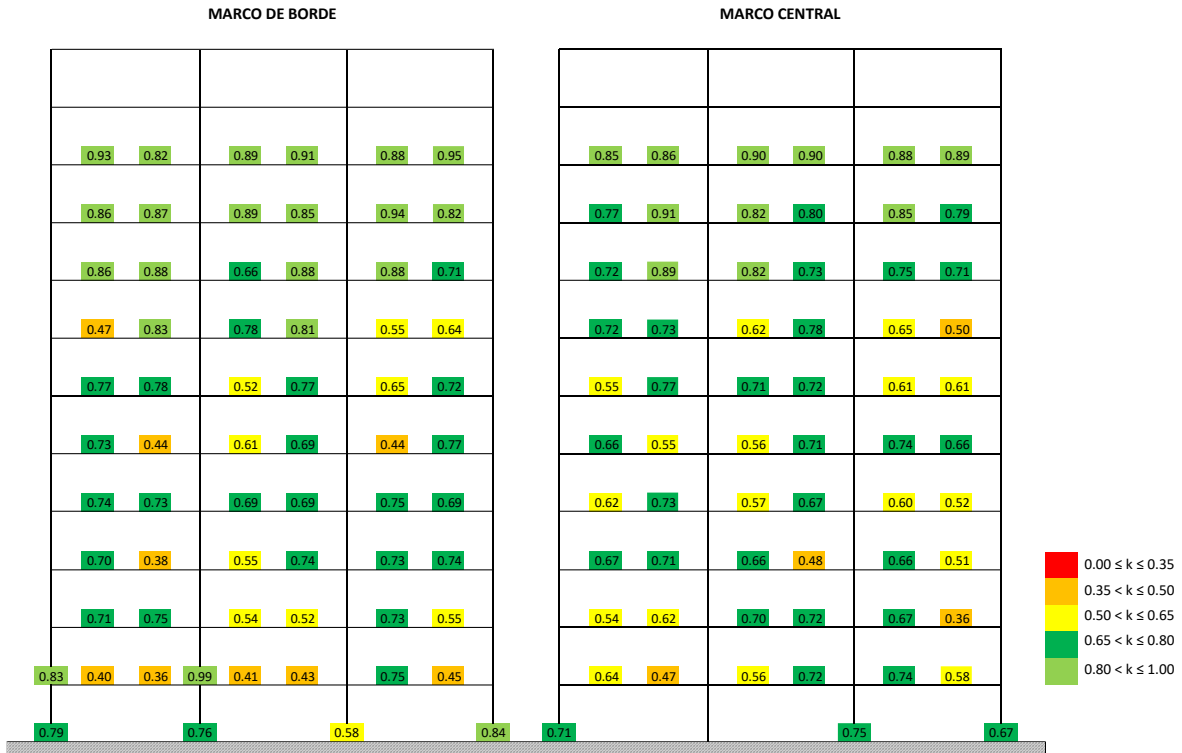


a) Demandas máximas (ROEW)

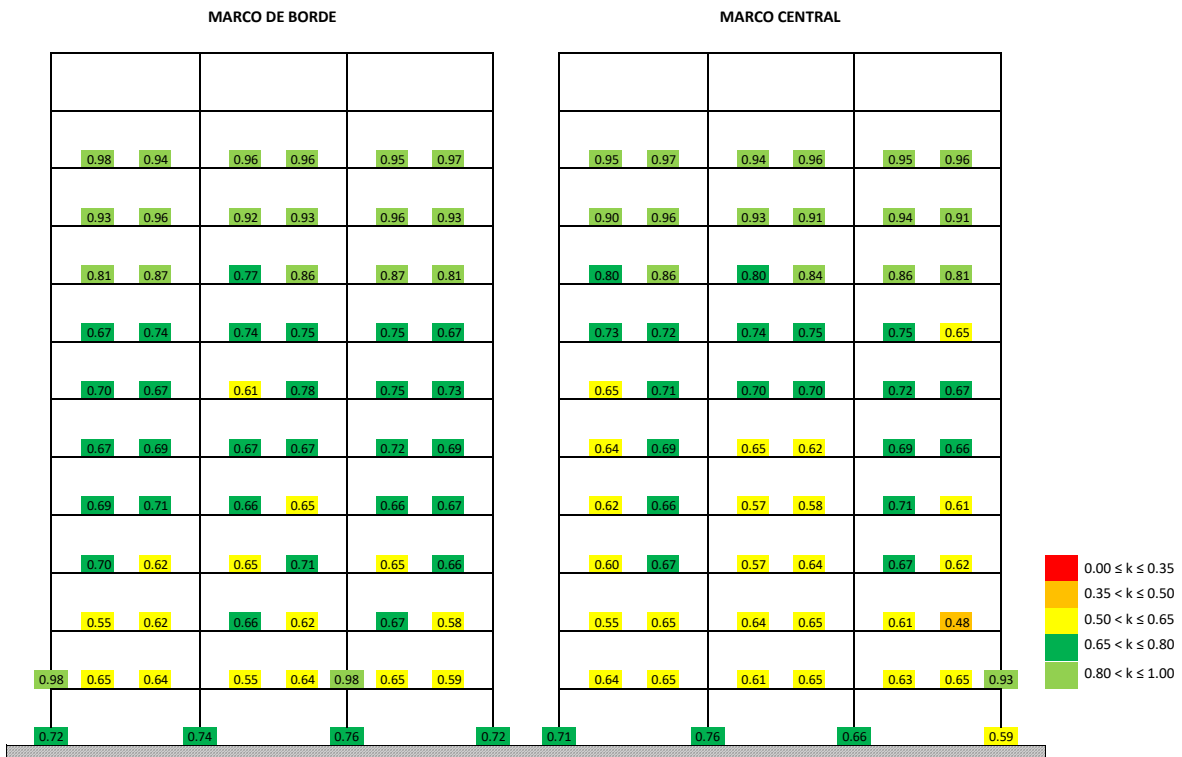


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.35. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "c" del edificio 9Q4.

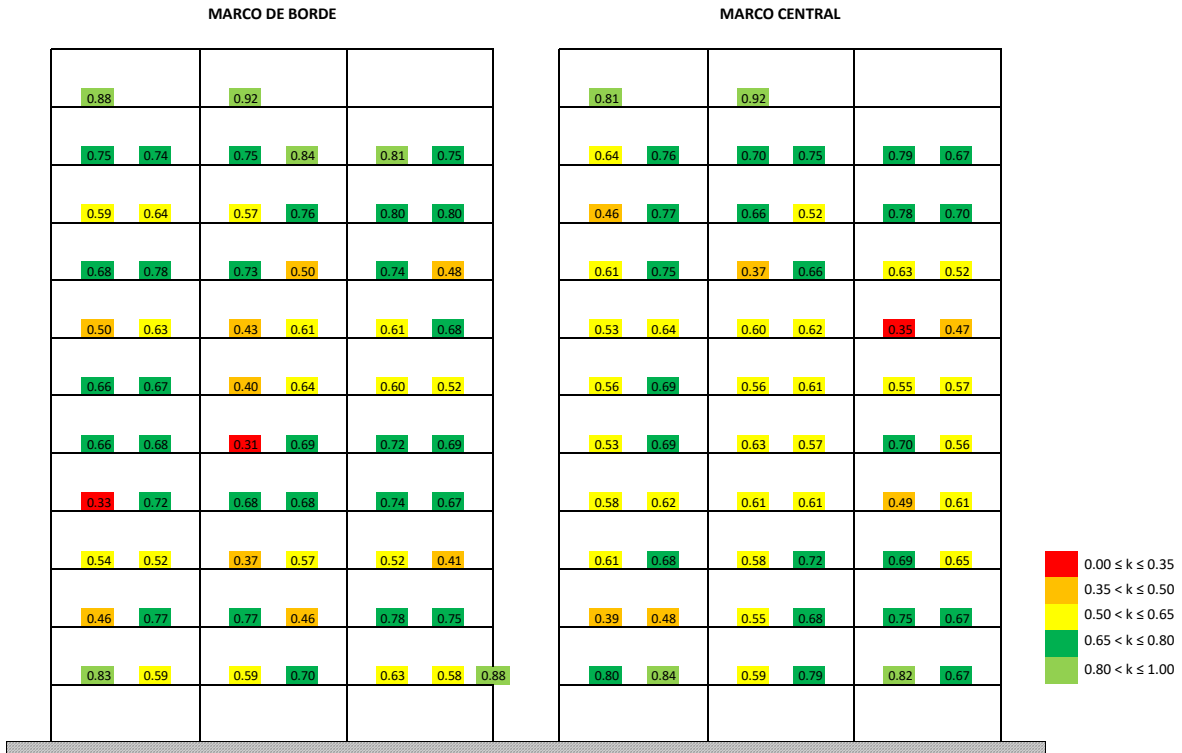


a) Demandas máximas (CMNS)

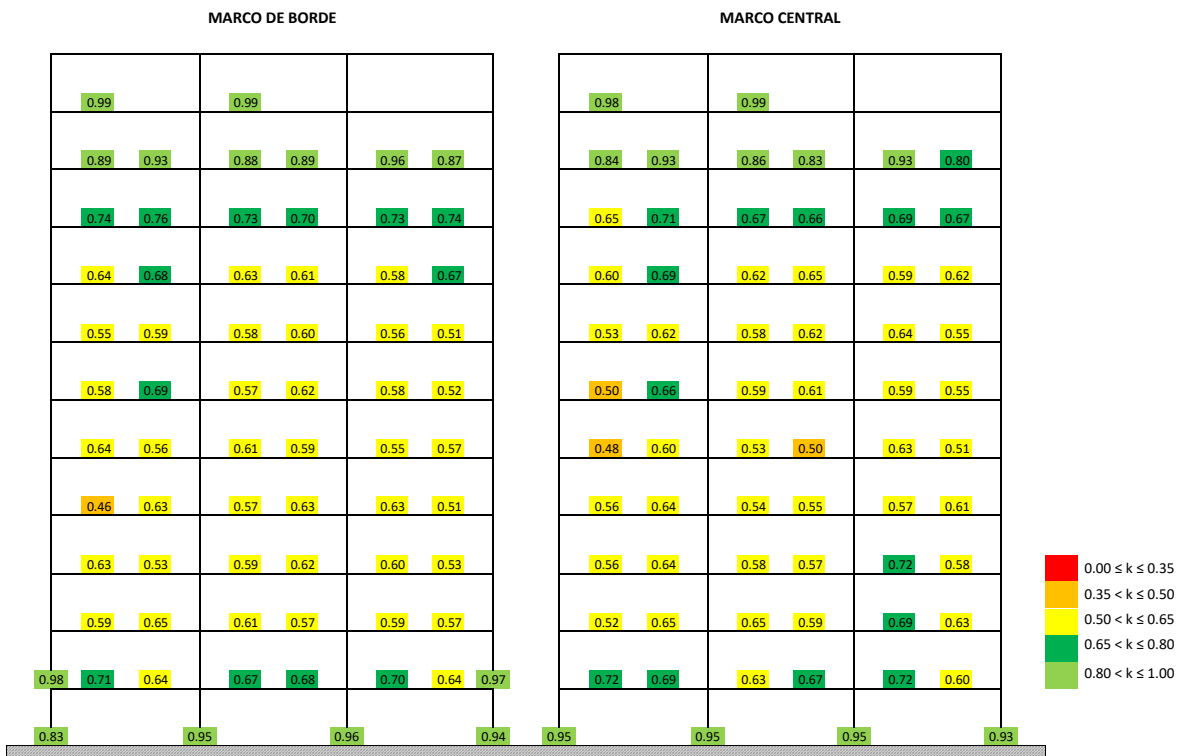


b) Demandas máximas promedio

Figura 6.36. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "a" del edificio 12Q4.



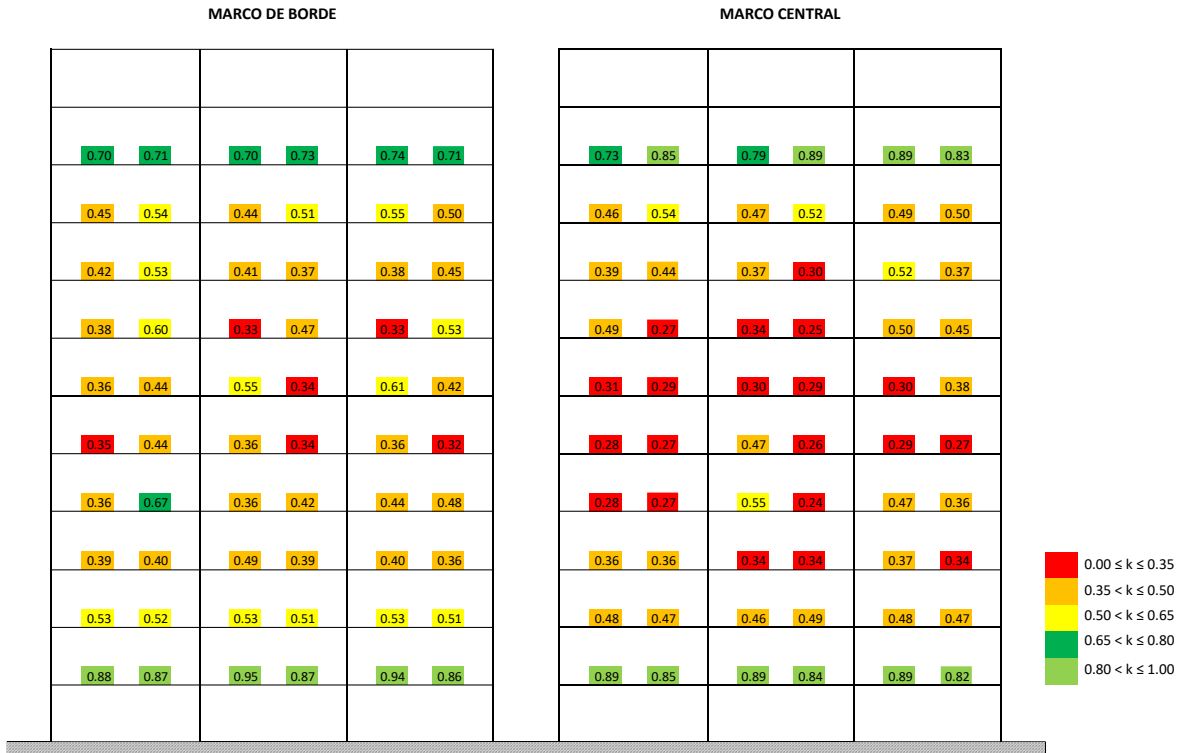
a) Demandas máximas (CMNS)



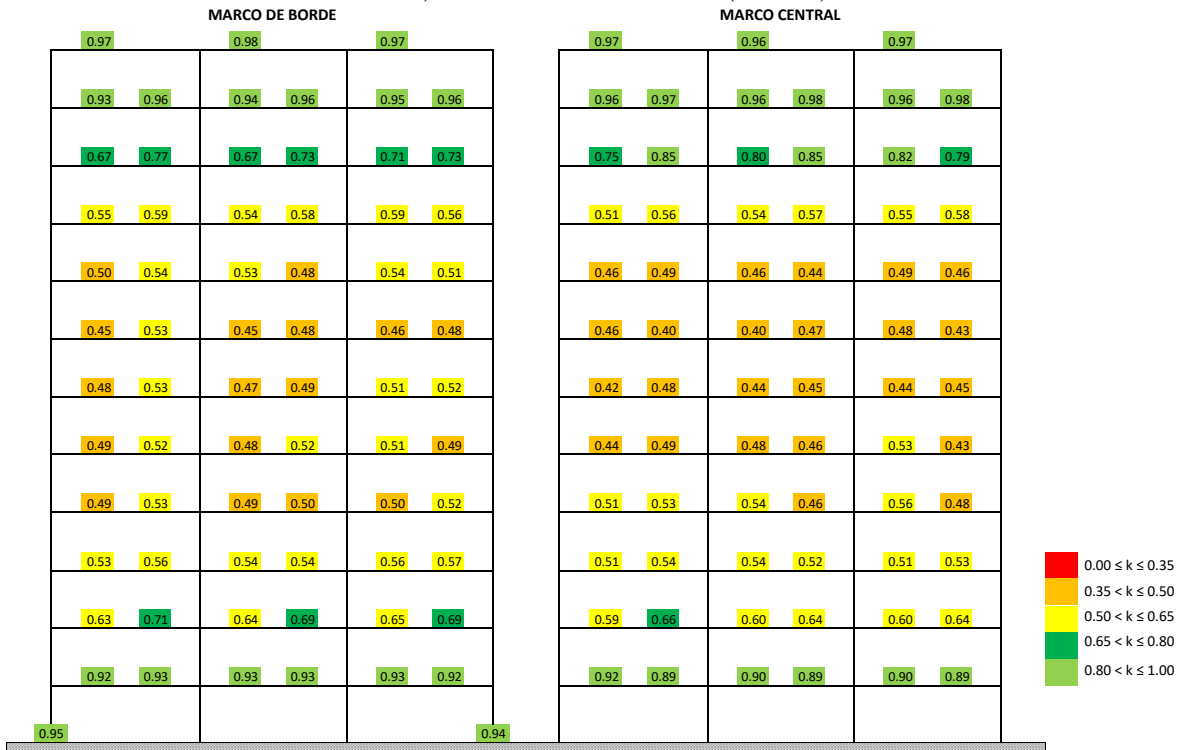
b) Demandas máximas promedio

Figura 6.37. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "b" del edificio 12Q4.





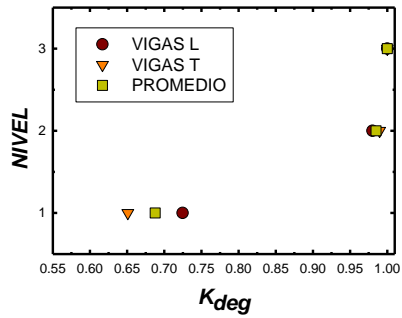
a) Demandas máximas (RONS)



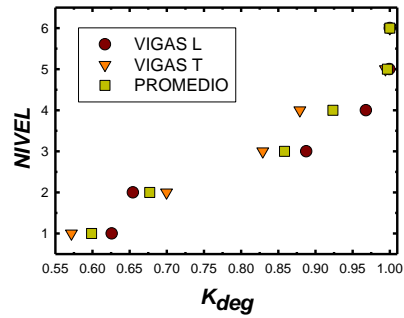
b) Demandas máximas promedio

Figura 6.38. Factores de degradación de rigideces,  $k$ , bajo el criterio "c" del edificio 12Q4.

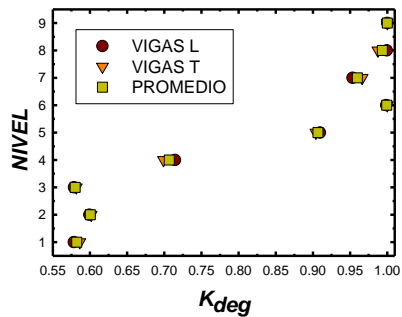
Con el fin de una mejor visualización de los resultados, en la Figura 6.39 a la Figura 6.44 se muestra la degradación de rigidez que sufren las vigas de los modelos para cada caso de estudio. En las figuras se muestra el promedio por nivel de la degradación de rigidez en las vigas tipo T (marco central), tipo L invertida (marco de borde) y el promedio de ambas. Lo anterior con la finalidad de observar la variación que existe en la degradación de rigidez en el mismo nivel de cada edificio al variar la sección transversal de la viga (T o L).



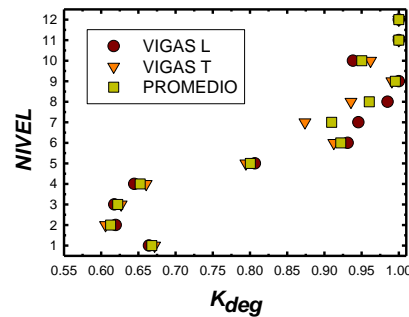
a) Modelo 3Q2



b) Modelo 6Q2

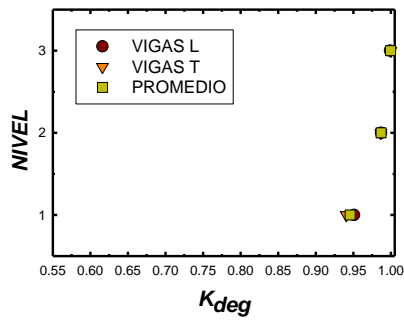


c) Modelo 9Q2

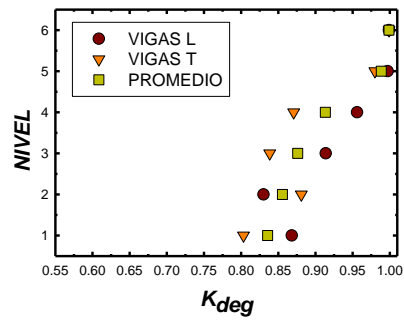


d) Modelo 12Q2

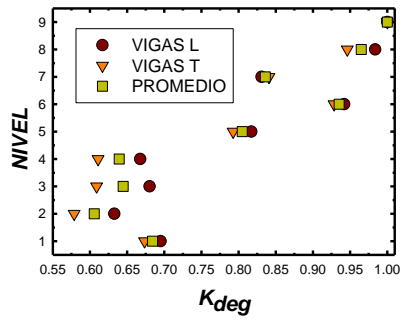
Figura 6.39. Degradación de rigidez en vigas de los modelos de baja ductilidad analizados bajo el criterio "a".



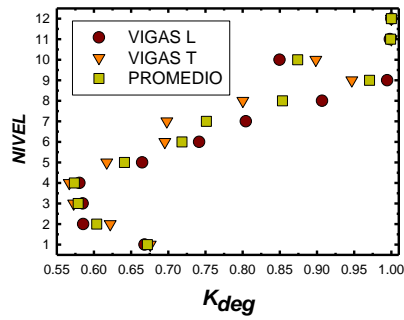
a) Modelo 3Q2



b) Modelo 6Q2

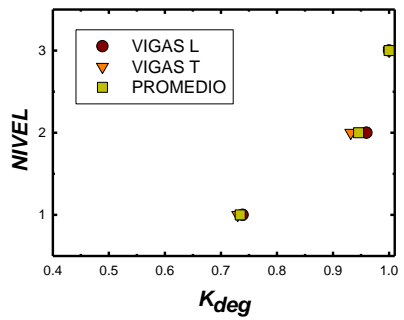


c) Modelo 9Q2

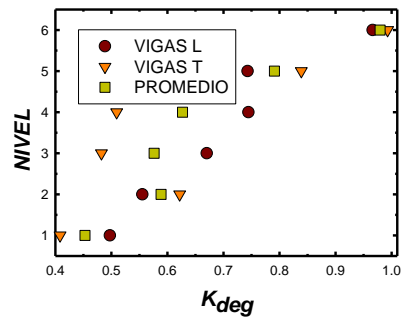


d) Modelo 12Q2

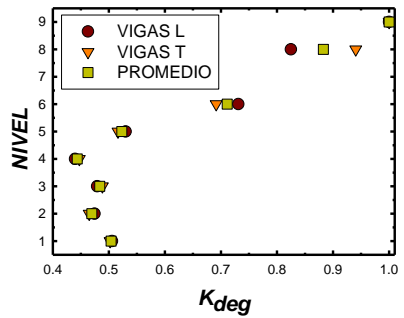
Figura 6.40. Degradación de rigidez en vigas de los modelos de baja ductilidad analizados bajo el criterio “b”.



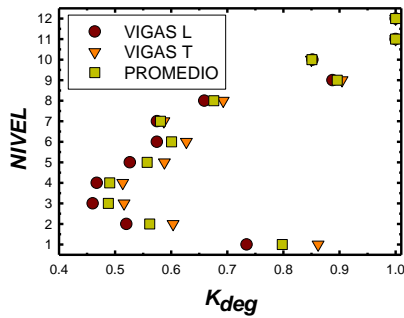
a) Modelo 3Q2



b) Modelo 6Q2

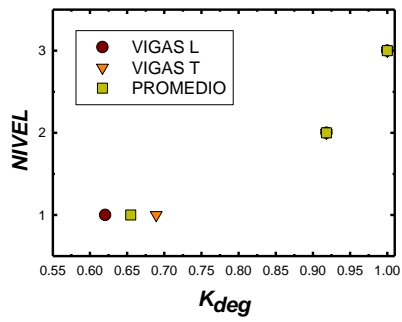


c) Modelo 9Q2

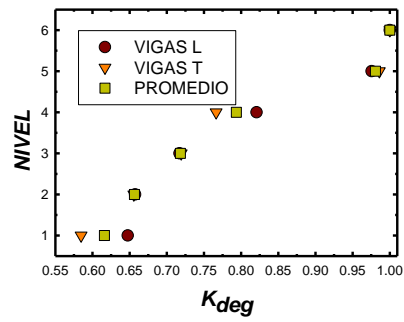


d) Modelo 12Q2

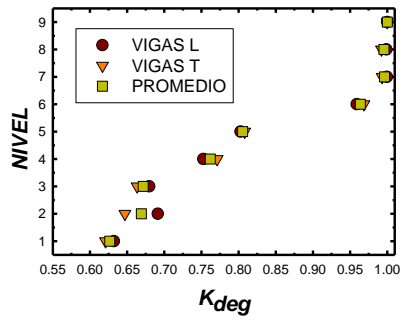
Figura 6.41. Degradación de rigidez en vigas de los modelos de baja ductilidad analizados bajo el criterio “c”.



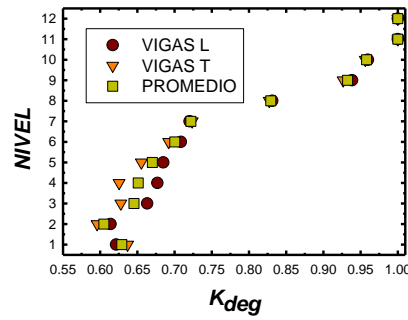
a) Modelo 3Q4



b) Modelo 6Q4

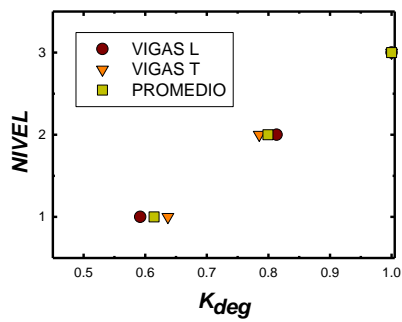


c) Modelo 9Q4

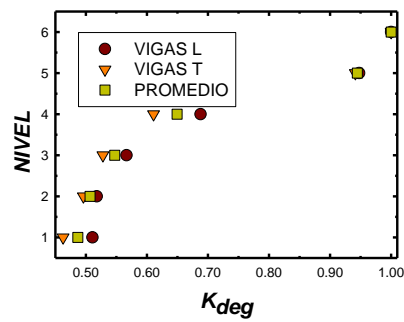


d) Modelo 12Q4

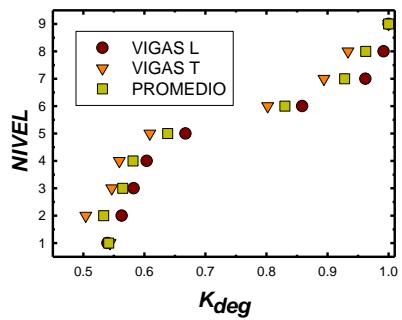
Figura 6.42. Degradación de rigidez en vigas de los modelos de alta ductilidad analizados bajo el criterio "a".



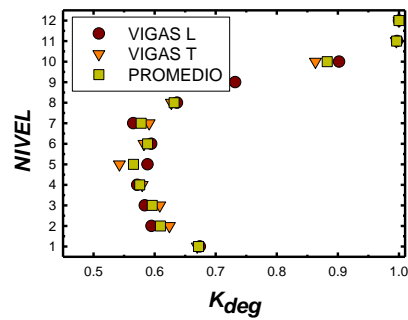
a) Modelo 3Q4



b) Modelo 6Q4

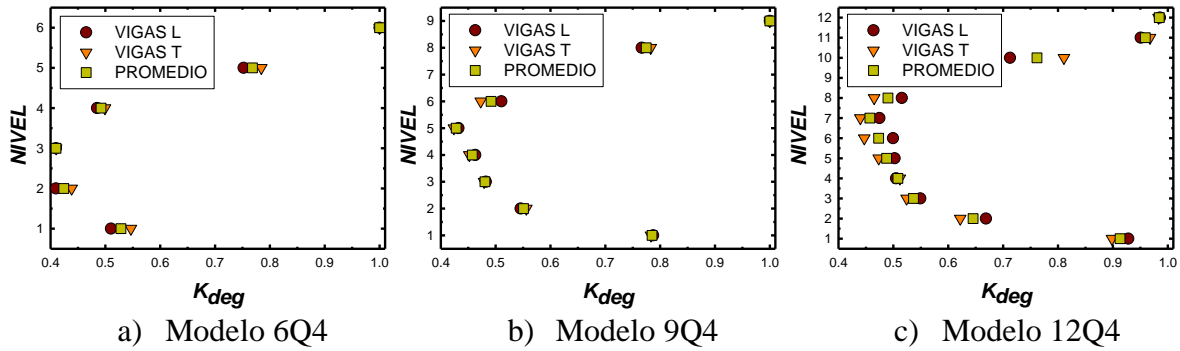


c) Modelo 9Q4



d) Modelo 12Q4

Figura 6.43. Degradación de rigidez en vigas de los modelos de alta ductilidad analizados bajo el criterio "b".



a) Modelo 6Q4                      b) Modelo 9Q4                      c) Modelo 12Q4  
*Figura 6.44. Degradación de rigidez en vigas de los modelos de alta ductilidad analizados bajo el criterio “c”.*

De la Figura 6.39 a la Figura 6.44, se observa que en general la degradación que sufren las vigas de concreto reforzado para cada modelo, no presentan variaciones de gran importancia de acuerdo con la geometría de estas. Por lo anterior, se puede emplear, de forma simplificada, un valor promedio de degradación de rigidez en vigas de concreto reforzado que pertenecen al mismo nivel, sin importar si son tipo T o L invertida. Esta hipótesis se emplea en la propuesta que se desarrolla en el capítulo siguiente.

# **CAPÍTULO 7**

***PROPUESTA PARA  
DETERMINAR LA VARIACIÓN  
DE LA DEGRADACIÓN DE  
RIGIDEZ EN ELEVACIÓN EN  
VIGAS DE CONCRETO  
REFORZADO***

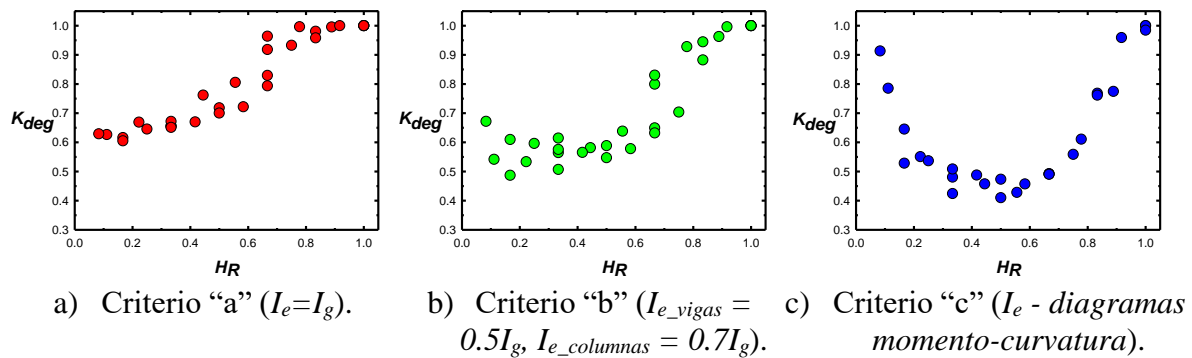
## CAPÍTULO 7 . PROPUESTA PARA DETERMINAR LA VARIACIÓN DE LA DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ EN ELEVACIÓN EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO

### 7.1. Introducción.

En este capítulo se presentan ecuaciones para calcular la degradación de rigidez en vigas de concreto reforzado en función de la ubicación en elevación en el sistema estructural global. Se considera el tipo de detallado con el que las vigas se diseñaron (dúctil y no dúctil), por lo que se presentan expresiones matemáticas para ambos casos. Es importante aclarar que este apartado se centra exclusivamente en vigas, pues de los análisis realizados, se observó que, congruente con la filosofía de diseño, son los elementos en los que se concentra principalmente el daño.

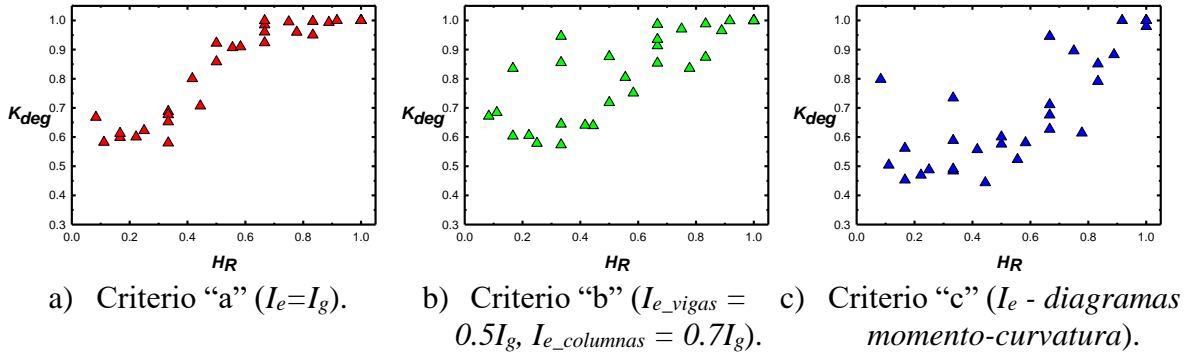
### 7.2. Ecuaciones propuestas para determinar la variación de la degradación de rigidez en elevación en vigas de concreto reforzado.

Con el fin de realizar los planteamientos matemáticos, se presentan los factores máximos promedios de la degradación de rigidez que sufren las vigas de los edificios analizados para los modelos de alta ductilidad (Figura 7.1) y baja ductilidad (Figura 7.2). Se presentan por separado los tres criterios anteriormente comentados, los cuales varían en la definición de las inercias efectivas (rigidez efectiva) de las zonas críticas de los elementos estructurales para la realización de los ADNL. Para contar con un parámetro adimensional útil para la realización de una propuesta, se define el termino HR, el cual se relaciona al nivel en que se ubica una viga específica (nivel  $n_i$ ) respecto al número total de niveles de modelo (N) al que pertenece, por ejemplo: la viga del tercer nivel del edificio de nueve niveles tiene un valor de  $HR = 3/9$ . De la Figura 7.1 y la Figura 7.2, se observa que la mayor degradación en vigas se presenta en la parte intermedia o el primer tercio de la altura de los edificios analizados. Por el contrario, las vigas de los pisos superiores presentan menores niveles de degradación, llegando en algunos casos a presentar comportamiento elástico.



*Figura 7.1. Degradación de rigidez de las vigas de los modelos de alta ductilidad en función de la ubicación que guardan en elevación ( $HR$ ) dentro del sistema estructural.*

**CAPÍTULO 7. PROPUESTA PARA DETERMINAR  
LA DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ EN  
ELEVACIÓN EN VIGAS DE CONCRETO  
REFORZADO.**



*Figura 7.2. Degradación de rigidez de las vigas de los modelos de baja ductilidad en función de la ubicación que guardan en elevación ( $H_R$ ) dentro del sistema estructural.*

Con base en los resultados obtenidos, se proponen ecuaciones matemáticas para cada uno de los criterios presentados en la Figura 7.1 y la Figura 7.2 (Ecuación 7.1 a Ecuación 7.6). Con el fin de visualizar el comportamiento de las ecuaciones y compararlos con los resultados teóricos se presentan la Figura 7.5 y la Figura 7.6, en las cuales se observa que las propuestas matemáticas buscan representar el comportamiento promedio de la degradación en rigidez que sufren las vigas de concreto reforzado respecto a cada criterio empleado.

$$K_{deg} = 0.67H_R^2 - 0.15H_R + 0.63 \leq 1.0; \text{vigas dúctiles, criterio "a"} \quad \text{Ecuación 7.1}$$

$$K_{deg} = 1.37H_R^2 - 0.9H_R + 0.68 \leq 1.0; \text{vigas dúctiles, criterio "b"} \quad \text{Ecuación 7.2}$$

$$K_{deg} = 2.3H_R^2 - 2.15H_R + 0.92 \leq 1.0; \text{vigas dúctiles, criterio "c"} \quad \text{Ecuación 7.3}$$

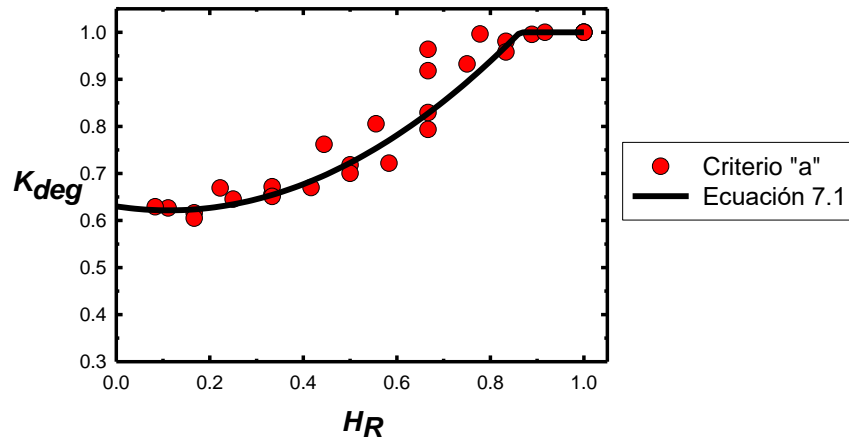
$$K_{deg} = H_R^2 - 0.15H_R + 0.6 \leq 1.0; \text{vigas no dúctiles, criterio "a"} \quad \text{Ecuación 7.4}$$

$$K_{deg} = 0.46H_R + 0.57 \leq 1.0; \text{vigas no dúctiles, criterio "b"} \quad \text{Ecuación 7.5}$$

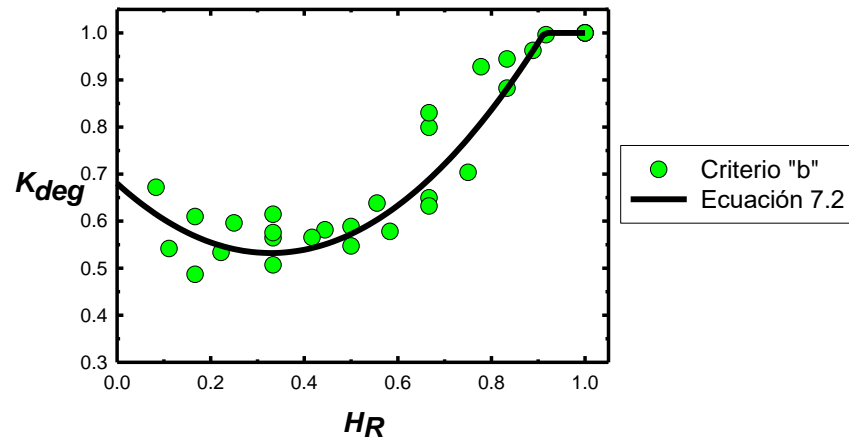
$$K_{deg} = H_R^2 - 0.52H_R + 0.55 \leq 1.0; \text{vigas no dúctiles, criterio "c"} \quad \text{Ecuación 7.6}$$



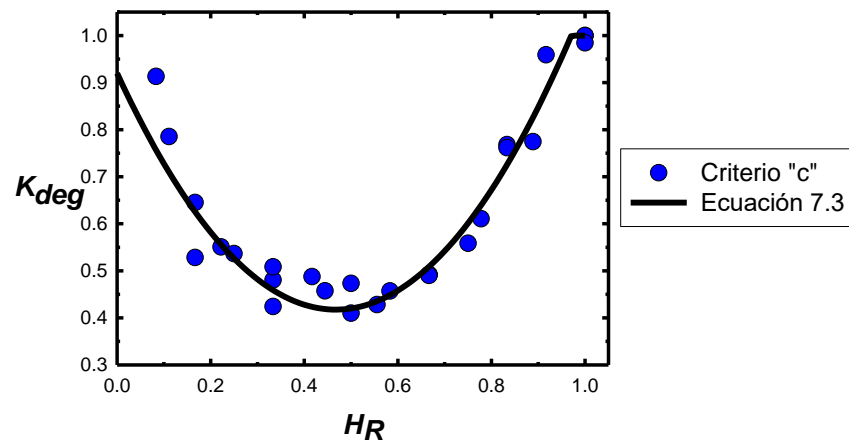
**CAPÍTULO 7. PROPUESTA PARA DETERMINAR  
LA DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ EN  
ELEVACIÓN EN VIGAS DE CONCRETO  
REFORZADO.**



a) Criterio "a" ( $I_e=I_g$ )



b) Criterio "b" ( $I_{e \text{ vigas}} = 0.5I_g$ ,  $I_{e \text{ columnas}} = 0.7 I_g$ )



c) Criterio "c" ( $I_e$  - diagramas momento-curvatura)

Figura 7.3. Comparación de la degradación de rigidez de vigas de concreto reforzado de sistemas de alta ductilidad con la función matemática propuesta para cada criterio.

**CAPÍTULO 7. PROPUESTA PARA DETERMINAR LA DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ EN ELEVACIÓN EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO.**

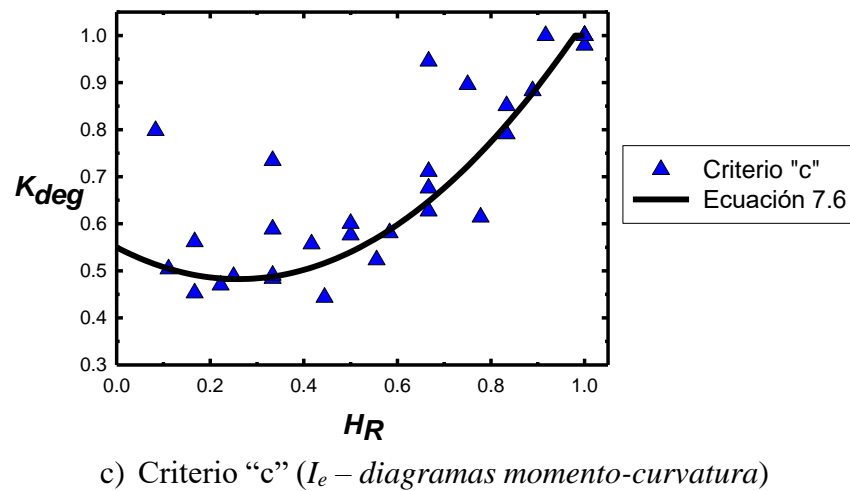
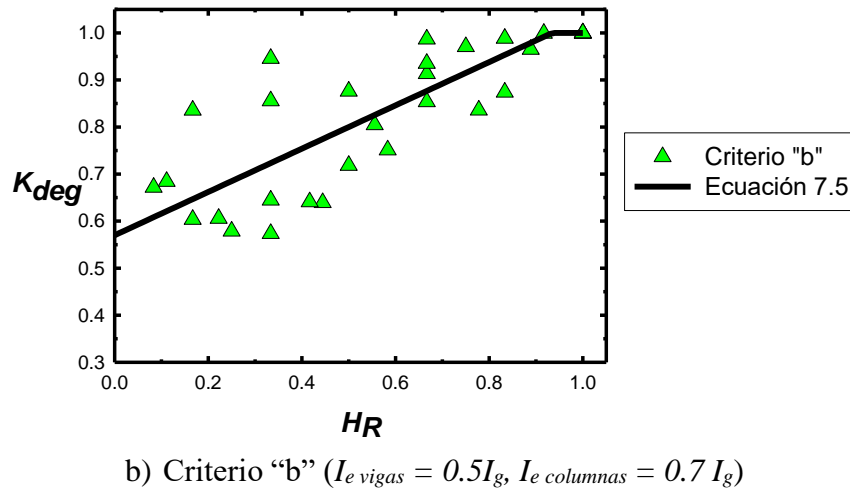
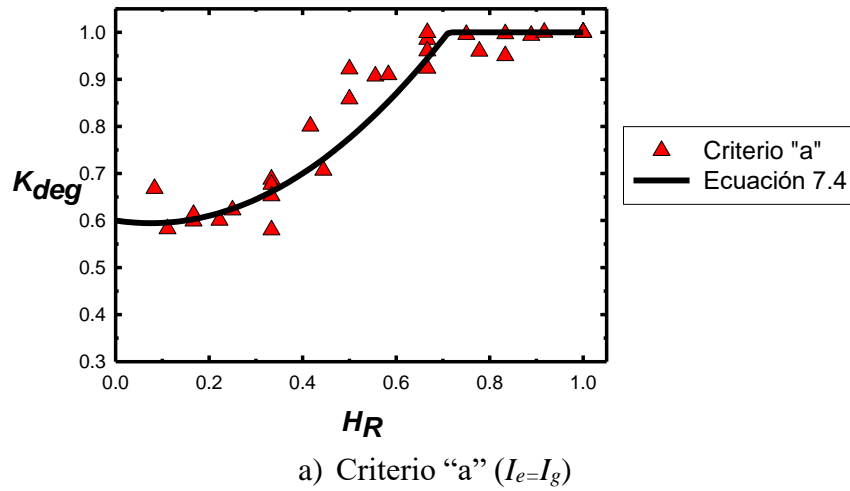


Figura 7.4. Comparación de la degradación de rigidez de vigas de concreto reforzado de sistemas de baja ductilidad con la función matemática propuesta para cada criterio.

De la Figura 7.5 y la Figura 7.6 resulta evidente que los niveles de degradación de rigidez obtenidos son función del criterio inicialmente empleado para definir la inercia efectiva (rigidez efectiva) de los elementos estructurales con fines de análisis y diseño. Para los casos “a” y “b”, los niveles de degradación de rigidez obtenidos son mucho menores que los obtenidos para el caso “c”.

Además de las propuestas realizadas para cada criterio, en la Figura 7.5 y la Figura 7.6 se presentan concentrados en los que se incluyen los factores de degradación de rigidez asociados a los tres criterios empleados en la ejecución de los ADNL (comentados en la sección 6.2). Se muestran los promedios de la degradación de rigidez de las vigas de los modelos de alta y baja ductilidad, respectivamente. Con base en el conjunto de información obtenida y procesada, se propusieron expresiones matemáticas (Ecuación 7.7 y Ecuación 7.8), cuyo comportamiento se representa con una línea azul y se compara con los valores teóricos en la Figura 7.5 y la Figura 7.6.

$$K_{deg} = 1.76H_R^2 - 1.31 + 0.72 \leq 1.0; \text{vigas dúctiles}$$

*Ecuación 7.7*

$$K_{deg} = 1.8H_R^2 - 1.35H_R + 0.75 \leq 1.0; \text{vigas no dúctiles}$$

*Ecuación 7.8*

Las ecuaciones propuestas representan la variación de la degradación de rigidez que sufren las vigas de concreto reforzado pertenecientes a sistemas dúctiles (Ecuación 7.7) y no dúctiles (Ecuación 7.8) en función de su ubicación relativa en elevación ( $H_R$ ). Las funciones matemáticas brindan resultados generalmente conservadores, y prácticamente son envolventes del conjunto de resultados. Es importante destacar que los resultados asociados al criterio “c”, con que se obtienen los mayores valores de degradación de rigidez y definen el límite inferior de las envolventes propuestas mediante la Ecuación 7.7 y la Ecuación 7.8, es congruente con la metodología propuesta en las NTCC-17 para la realización de análisis dinámicos no lineales en estructuras de concreto reforzado mediante modelos de plasticidad concentrada.

**CAPÍTULO 7. PROPUESTA PARA DETERMINAR LA DEGRADACIÓN DE RIGIDEZ EN ELEVACIÓN EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO.**

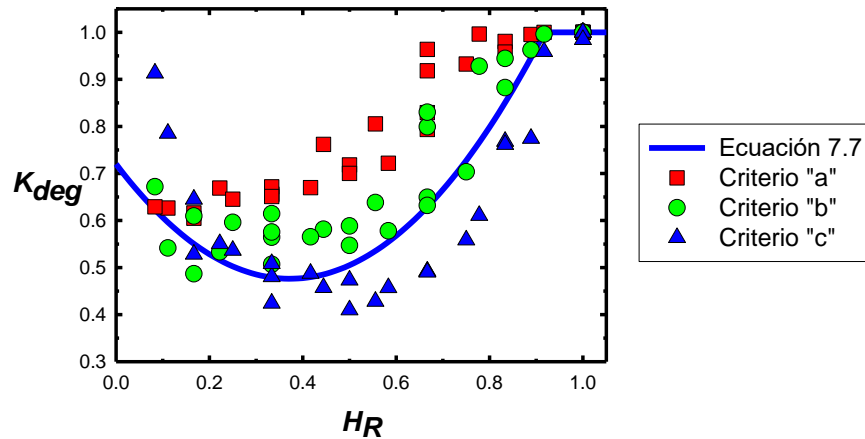


Figura 7.5. Comparación de la degradación de rigidez de vigas de concreto reforzado de sistemas dúctiles con la función matemática propuesta.

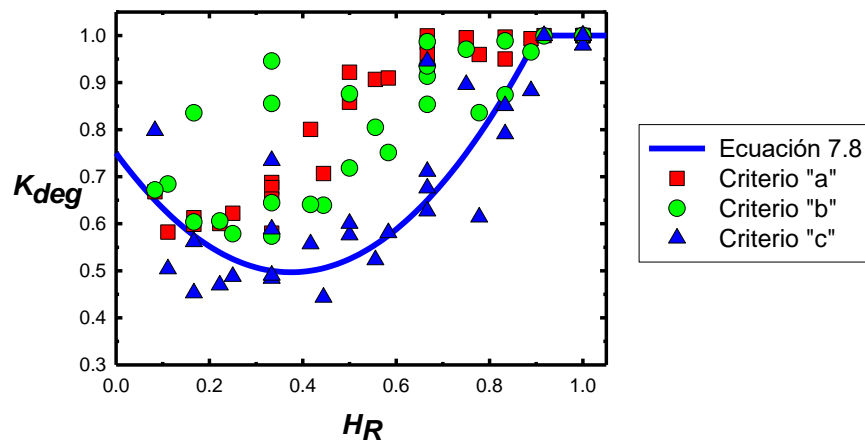


Figura 7.6. Comparación de la degradación de rigidez de vigas de concreto reforzado de sistemas no dúctiles con la función matemática propuesta.

De los planteamientos presentados (Figura 7.5 y Figura 7.6), contrario a lo esperado, se observa que no existe una variación importante en los niveles de degradación de rigidez entre vigas que pertenecen a sistemas de concreto reforzado de alta y baja ductilidad.

# ***CAPÍTULO 8***

## ***CONCLUSIONES***

## CAPÍTULO 8 . CONCLUSIONES

Se presentó un estudio en el que se evaluó la degradación de rigidez en elevación de elementos estructurales de sistemas resueltos con base en marcos de concreto reforzado de baja y alta ductilidad.

En primera instancia, se diseñaron edificios de alta y baja ductilidad de 3, 6, 9 y 12 niveles, ubicados en la Zona del Lago de la Ciudad de México. Los edificios se diseñaron conforme a los lineamientos estipulados en el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF-17 2017) y sus correspondientes Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (NTCC-17 2017), y las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCS-17 2017).

Para evaluar la degradación de rigidez, se realizaron análisis dinámicos no lineales paso a paso (ADNL) de modelos considerando diferentes criterios para la definición de la rigidez efectiva de los elementos estructurales, los cuales fueron:

- d) La rigidez efectiva de los elementos estructurales se calcula empleando el momento de inercia grueso de la sección ( $EI_e=EI_g$ ). En todos los casos,  $E$  es el módulo de elasticidad del concreto.
- e) La rigidez efectiva de vigas se calcula empleando un momento de inercia efectivo igual al 50% del momento de inercia grueso ( $EI_e=0.5EI_g$ ). La rigidez efectiva de columnas se calcula empleando un momento de inercia efectivo igual al 70% del momento de inercia grueso ( $EI_e=0.7EI_g$ ). Este criterio corresponde al especificado para realizar análisis elásticos conforme a las NTCC-17.
- f) Las rigideces efectivas (momentos de inercia efectivos) de vigas y columnas se determinaron a partir de diagramas momento-curvatura de cada una de las secciones de los elementos, considerando explícitamente la no linealidad de los materiales (concreto y acero).

En todos los casos se consideraron modelos de plasticidad concentrada.

Para determinar la degradación de rigidez, una vez realizados los ADNL, se obtuvieron las respuestas en términos de las relaciones momento-curvatura en ambos extremos de los elementos estructurales (en las zonas de articulaciones plásticas). Las rigideces efectivas asociadas a las secciones críticas, se expresaron en términos del cociente del promedio de las rigideces secantes asociadas a medios ciclos de respuesta inelástica ( $K_{prom}$ ) y la rigidez elástica ( $K_{el}$ ). Por facilidad, a dicho factor, mediante el que cuantifica la degradación de rigidez, se le denominó simplemente  $k$  ( $k=K_{prom}/K_{el}$ ).

Se elaboraron esquemas en que se muestra la degradación de rigidez ( $k=K_{prom}/K_{el}$ ) de forma clara en los marcos centrales y de borde, empleando una escala de colores que permite una visualización rápida y simple. De los resultados obtenidos, se observó claramente que la

degradación que sufren las vigas, elementos en los que se concentra el daño, no es uniforme, sino que es función de la ubicación en elevación de la/las viga(s) en cuestión.

Con base en los resultados obtenidos, se propusieron expresiones matemáticas para determinar la degradación de rigidez en vigas de sistemas dúctiles y no dúctiles, las cuales son función de la ubicación relativa en elevación de los elementos estructurales en el sistema global:

$$K_{deg} = 1.76H_R^2 - 1.31 + 0.72 \leq 1.0; \text{vigas dúctiles}$$

*Ecuación 8.1*

$$K_{deg} = 1.8H_R^2 - 1.35H_R + 0.75 \leq 1.0; \text{vigas no dúctiles}$$

*Ecuación 8.2*

De los datos presentados y el estudio realizado en esta tesis se pueden hacer los siguientes comentarios y conclusiones:

1. Los estudios analíticos y/o experimentales comentados en el capítulo 2 de esta tesis concluyen que la correcta determinación de la rigidez efectiva de los elementos estructurales de un edificio está fuertemente relacionada con parámetros como la geometría de la sección, la cuantía de acero longitudinal, la resistencia a compresión del concreto y la relación de carga axial, entre otros. Esto no se considera actualmente en las NTCC-17.
2. Se observó que el único reglamento que propone factores para el cálculo de la inercia efectiva dependientes de la geometría de la sección de la viga (rectangulares, “T” o “L”), es el NZS-06.
3. Los periodos característicos ( $T_a$  y  $T_b$ ) y las aceleraciones máximas del espectro de diseño sísmico calculados con las actuales normas (NTCS-17 2017) son mayores en relación con las del espectro calculado con la versión anterior (NTCS-14 2014).
4. El criterio para la revisión del estado límite de servicio es uno de los cambios más significativos en las NTCS-17 respecto a la versión previa de esta norma (NTCS-04 2014). En las NTCS-17, para periodos de sitio ( $T_s$ ) mayores o iguales que 1.0 seg,  $K_s$  es igual a  $\frac{1}{4}$ , valor mucho mayor al considerado en las NTCS-04, donde se consideraba un factor igual a  $\frac{1}{7}$ . Lo anterior repercute de manera importante en el proceso de diseño sísmico, por lo que las distorsiones asociadas al estado límite de servicio se incrementan considerablemente.
5. Para los modelos analizados en esta tesis, se observó que en general la degradación que sufren las vigas de concreto reforzado que pertenecen al mismo nivel no presentan variaciones de importancia de acuerdo con su geometría (tipo T o L invertida).
6. Como se esperaba la degradación de rigidez en las vigas no es uniforme en toda la altura de los edificios, sino que es función de la ubicación en elevación de la/las

viga(s) en cuestión. Lo anterior se mostró con claridad en las imágenes que se presentan en esta tesis.

7. Para los modelos analizados en este estudio, como se observa en los planteamientos presentados para sistemas de alta y baja ductilidad, la degradación de rigidez en vigas tiene un comportamiento similar en ambos sistemas ( $Q=2$  y  $Q=4$ ).
8. La propuesta realizada para evaluar la degradación de rigidez en elevación brinda valores conservadores.
9. Es evidente que el establecer una fórmula de uso general que determine la degradación de rigidez en vigas, implica mucho trabajo por hacer y es necesario un mayor número de estudios.
10. La experiencia y conocimientos del diseñador juegan un papel muy importante en los criterios de diseño a considerar, pues es él quien debe tener siempre como principal objetivo brindar estructuras seguras y con la capacidad de presentar un comportamiento adecuado ante eventos sísmicos intensos.



# **REFERENCIAS**

## REFERENCIAS

1. ACI 318-19 (2019), "Building code requirements for structural concrete and commentary", Farmington Hills. (MI, USA) American Concrete Institute.
2. Ahmed M., Dad Khan, M. K. y Wamiq, M. (2008), "Effect of concrete cracking on the lateral response of RCC buildings", Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing) Vol. 9, No. 1, pp. 25-34.
3. Al-Zaid, R. Z., A. H. Al-Shaikh y M. N. Abud-Hussein (1991), "Effect of loading type on the effective moment of inertia of reinforced concrete beams", ACI Structural Journal, Vol. 88, No. 2, marzo, pp. 184-190.
4. Bazan, E. y Meli, R. "Diseño Sísmico de Edificios", Editorial Limusa.
5. Carr, A. J. (2008). RUAUMOKO: computer program library, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Nueva Zelanda.
6. Camacho, C. y Godínez, E.A. (2020), "Comparación de criterios para la determinación del cortante de diseño en columnas de edificios dúctiles de concreto reforzado", Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras, 25 (2), 211-233.
7. Duan, L., F. Wang y W. Chen (1989), "Flexural rigidity of reinforced concrete members", Pacific Earthquake Engineering Research Center, Vol. 86, No. 4, julio, pp. 419-427.
8. Elwood, K. J. y Eberhard, M. O. (2009), "Effective stiffness of reinforced concrete columns", ACI Structural Journal, julio-agosto, pp. 476-484.
9. ETABS (2016). ETABS Nonlinear Version v16.2.1, Extended 3D analysis of building systems. Computer and Structures, Inc., Berkeley, California.
10. FEMA-356 (2000), "NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings. FEMA publication 356". Washington, DC: Federal Emergency Management Agency, noviembre.
11. Flores, J. A. (2005). "Performance of Ductile Reinforced Concrete Moment Resisting Frames Subject To Earthquake Actions", Tesis de Maestría, Posgrado en Maestría en Ingeniería, Universidad de Canterbury, NZ.

12. Godínez, E. (2005). "Evaluación de la vulnerabilidad sísmica de estructuras existentes en el Distrito Federal. El caso específico del sismo del 19 de septiembre de 1985", Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería Estructural, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, mayo.
13. Godínez, E. (2010). "Estudio del comportamiento de marcos dúctiles de concreto reforzado con contraventeo chevrón", Tesis de Doctorado, Posgrado en Ingeniería Estructural, División de Ciencias Básicas e Ingeniería, Universidad Autónoma Metropolitana, julio.
14. Godínez, E. A. y A. Tena (2011), "Comportamiento no lineal de marcos dúctiles de concreto reforzado con contraventeo metálico chevrón. Propuesta de diseño", Revista de Ingeniería Sísmica, SMIS, No. 85, pp. 61-102.
15. Godínez, E. A., Tena-Colunga A., Pérez-Rocha L. (2012), "Comportamiento sísmico de edificios con base en marcos dúctiles de concreto reforzado con contraventeo chevrón", Revista de Ingeniería Sísmica No. 86 55-87.
16. Godínez-Domínguez E., Tena-Colunga, A. y Pérez-Rocha, L. E. (2012). Case studies on the seismic behavior of reinforced concrete chevron braced framed buildings, Engineering Structures, Volumen 45, pp. 78-103.
17. Godínez-Domínguez, E. A., Pérez-Rocha L., Tena-Colunga A. (2013), "Metodología para la generación de acelerogramas sintéticos", Revista Pakbal, Agosto 2013, pp.21-29.
18. Godínez, E. A., López, F. (2014), "Importancia del diseño de las conexiones viga-columna en la capacidad sismorresistente de edificios dúctiles de concreto reforzado en México", Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras, Vol 19,2, pp. 113-142.
19. Godínez, E. A., Villafuerte, H., Tena, A., González, O. (2017), "Evaluación de la propuesta de las NTCC para calcular las rigideces efectivas en estructuras de concreto reforzado", XXI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Guadalajara, Jalisco.
20. Godínez, E. A., Velázquez, I., Silvestre, R. y Tena, A. (2018), "Influencia de diferentes variables en la determinación de rigideces efectivas de secciones de concreto reforzado sujetas a flexión", XXI Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Campeche, Campeche.
21. Godínez, E. A. (2018). Comunicación personal.

22. Godínez, E.A., Villafuerte, H., Tena, A., y González, O. (2020), "Evaluación del impacto económico de las disposiciones de las NTCC-17 para el cálculo de rigideces efectivas en edificios de marcos de concreto reforzado no dúctiles", *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, 25(2), 147-166.
23. Haselton, C., Liel, A., Lange, S. y Deierlein, G. (2008), "Beam-Column Element Model Calibrated for Predicting Flexural Response Leading to Global Collapse of RC Frame Buildings", Pacific Earthquake Engineering Research Center.
24. Hibino, Y., Suzuki, S., Shinohara, Y. y Hayashi, S. (2012), "Influence of axial load on behavior of belled pile reinforced with high-strength steel bars", 15 WCEE, Lisboa.
25. Khuntia, M. y Ghosh, S. K. (2004a), "Flexural stiffness of reinforced concrete columns and beams: analytical approach", *ACI Structural Journal*, Vol. 101, No. 3, mayo-junio, pp. 351-363.
26. Khuntia, M., y Ghosh, S. K. (2004b). "Flexural Stiffness of Reinforced Concrete Columns and Beams: Experimental Verification." *ACI Structural Journal*, Vol. 101, No. 3, mayo-junio, pp. 364–374.
27. Luna, J. L. y A. Tena (1999), "Estudio de los criterios del RCDF para el diseño sísmico de edificios regulares con marcos dúctiles de concreto reforzado", *Memorias, XII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Morelia, México, Vol. II, pp. 1051-1060, noviembre.
28. Luna, J. L. y A. Tena (2000), "Estudio de los criterios del RCDF para el diseño sísmico de edificios regulares con base en marcos de concreto reforzado con baja ductilidad", *Memorias, XII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, León, México, CDROM, noviembre.
29. Moehle, J.P. (2014), "Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings", McGrawHill Education.
30. Moehle, J. P. y Hooper, J. D. (2016), "Seismic Design of Reinforced Concrete Special Moment Frames - A Guide for Practicing Engineers" Second edition, National Institute of Standards and Technology.
31. Nangullasmú, H. J. y A. Tena (2016), "Requisitos mínimos de detallado dúctil en marcos de concreto reforzado protegidos con disipadores histeréticos de energía", *Revista de Ingeniería Sísmica, SMIS*, No. 95, pp. 1-32.

32. NTCC-04 (2004), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, Tomo II, No. 103-BIS, octubre.
33. NTCC-17 (2017), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto”, Gaceta Oficial de la Ciudad de México, No. 220-BIS, diciembre.
34. NTCS-04 (2004), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo”, Gaceta Oficial del Distrito Federal, Tomo II, No. 103-BIS, octubre.
35. NTCS-17 (2017), “Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo”, Gaceta Oficial de la Ciudad de México, No. 220-BIS, diciembre.
36. NTCCA-17 (2017), “Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones”, Gaceta Oficial de la Ciudad de México, No. 220-BIS, diciembre.
37. NZS3101 (2006). “Concrete structures standard, Standards New Zealand”, Wellington, N.Z.
38. Park, R. y Paulay, T. (1978). “Reinforced concrete structures”, primera edición, John Wiley & Sons.
39. Park, R. y Paulay, T. (1983). “Estructuras de concreto reforzado”, segunda reimpresión, editorial Limusa.
40. Paulay (1996), “Seismic design of concrete structures the present needs of societies”, Department of Civil Engineering, University of Canterbury Christchurch, New Zealand.
41. Paulay, T., Priestley M. J. N. (1992). “Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings”, John Wiley and Sons, Inc., New York.
42. Pérez-Rocha, L. E. (1998), “Respuesta sísmica estructural: efectos de sitio e interacción suelo-estructura (aplicaciones al valle de México)”, Tesis de Doctorado, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
43. Popa, V., Cotofana, D. y Vacareanu, R. (2014), “Effective stiffness and displacement capacity of short reinforced concrete columns with low concrete quality”, Bull Earthquake Eng.

44. Priestley, M. J. N. (2003), "Myths and fallacies in earthquake engineering, revisited" (In the Ninth Mallet Milne Lecture). Rose School, Pavia, Italy., 9-31.
45. RCDF-17 (2017), "Reglamento de Construcción para el Distrito Federal", Gaceta oficial del Distrito Federal, 10 de noviembre de 2017.
46. Rodríguez, M. E. y Restrepo, J. I. (2012), "Práctica y diseño sísmico de edificios en México - Cambios necesarios", Revista de Ingeniería Sísmica, SMIS, No. 86, pp. 89-118.
47. Tena, A., E. del Valle y E. Filloy (1996), "Evaluación de las recomendaciones del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal sobre el diseño por sismo de estructuras a base de marcos de concreto reforzado", Reporte FJBS/CIS-96/06, Centro de Investigación Sísmica, AC, Fundación Javier Barros Sierra, diciembre.
48. Tena, A. (2001), "Respuesta sísmica de edificios de concreto reforzado irregulares en esbeltez y en elevación diseñados para distorsiones de entrepiso altas", Memorias, XIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Guadalajara, México, CDROM, noviembre.
49. Tena, A. (2007). "Análisis de estructuras con métodos matriciales", primera edición, editorial Limusa, septiembre.
50. Tena-Colunga, A., Godínez-Domínguez, E. y Pérez-Rocha, L. E. (2007). "Vulnerability maps for reinforced concrete structures for Mexico City's Metropolitan Area under a design earthquake scenario, Earthquake Spectra", Vol. 23, No. 4, pp. 809-840.
51. Tena, A., H. Correa, J. Luna y G. Gatica (2008), "Seismic behavior of code-design medium rise special moment-resisting frame RC buildings in soft soils of Mexico City", Engineering Structures, Vol. 30, No. 12, pp. 3681-3707.
52. Tena, A. y Correa, H. (2008), "Evaluación de los criterios de diseño por sismo del RCDF para marcos dúctiles de concreto reforzado", Revista de Ingeniería Sísmica, SMIS, No. 78, pp. 79-101.
53. Tena, A. (2010), "Review of the soft first story irregularity condition of buildings for seismic design", The Open Civil Engineering Journal, Vol. 4, pp. 1-15.
54. Tena, A., Gatica, G., Urbina, L.A., y Victoria, L. (2012). "Impacto de la disposición de vigas secundarias en losas perimetralmente apoyadas en el comportamiento sísmico de edificios diseñados con base en marcos de concreto reforzado", Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras, Vol. 17, 63-85.

55. Tena, A. y H. Nangullasmú (2013), “Diseño sísmico de marcos no dúctiles de concreto reforzado con disipadores de energía histeréticos: definición de parámetros de diseño”, *Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil*, Vol. 13, No. 2, pp. 275-299.
56. Tena, A. y J. Cortes (2014), “Impacto de la redundancia estructural en el comportamiento sísmico de marcos dúctiles de concreto reforzado”, *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras*, Vol. 19, No. 1, pp. 1-34.
57. Tena, A. (2019). “Effective stiffness of reinforced concrete beams for seismic design: myths and facts”, *Revista Internacional de Ingeniería de Estructuras* Vol. 24, 1-38.
58. Visnjic, T., Panagiotou, M. y Moehle, J. P. (2012). “Seismic Response of Two 20 Story Reinforced Concrete Special Moment Frames Designed with Current Code Provisions”, 15 WCEE, Lisboa.
59. Visnjic, T. (2014). “Design Considerations for Earthquake-Resistant Reinforced Concrete Special Moment Frames”, Tesis Doctoral, Univesidad de California.
60. Visnjic, T., Panagiotou, M. y Moehle, J. P. (2014). “Seismic response of tall reinforced concrete special moment resisting frames designed with current code provisions”, 10ª Conferencia Nacional de Ingeniería Sísmica, Anchorage, Alaska.

# **APÉNDICE**



## APÉNDICE

### Apéndice A. Evaluación de criterios para determinar el cortante de diseño en columnas de concreto reforzado de sistemas dúctiles.

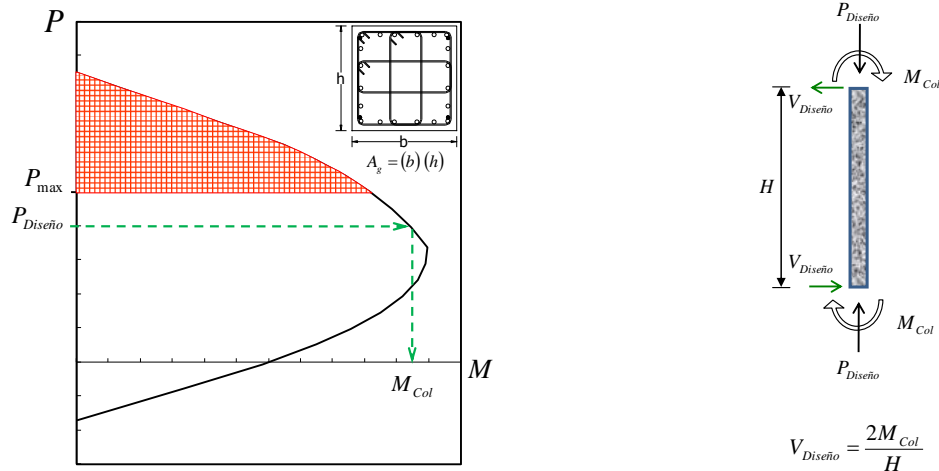
#### A.1. Criterio de las NTCC-17

En esta sección se presenta, de forma general, el criterio de diseño por capacidad empleado para el diseño de las columnas de los marcos en estudio.

Como lo comentan Tena *et al.* (2008), y Godínez y Tena (2011), en primera instancia se verificó, mediante los correspondientes diagramas de interacción, que en todas las columnas diseñadas se contara con una capacidad de rotación razonable en zonas de las columnas donde pueden formarse articulaciones plásticas. Lo anterior, mediante la limitación de la carga axial de diseño permisible ( $P_{max} < 0.5A_g f'_c$ , figura A.1a), pues como es bien sabido (Park y Paulay 1978, 1983), conforme la carga axial crece, la capacidad de rotación de la sección y del elemento disminuyen. Por lo tanto, las combinaciones de carga axial y momento flexionante no puede estar ubicada dentro de la zona achurada de la figura A.1a. Esta limitante de la carga axial de diseño está originalmente expresada como una restricción geométrica en las NTCC-17, donde se limita el área de la sección transversal del elemento a que sea al menos igual a  $P_u/0.5f'_c$ .

El momento de diseño de las columnas se determinó con base en el equilibrio de los nodos a los que concurre cada elemento a diseñar. Para esto, se consideró la resistencia a flexión mínima requerida en las columnas de un nudo para asegurar un mecanismo de columna fuerte-viga débil, tal y como se establece en diversos reglamentos internacionales como el ACI-318 (ACI-318-14 2014) y las NTCC-17 (NTCC-17 2017).

Respecto al diseño por fuerza cortante, para evitar fallas prematuras por este efecto, la fuerza cortante de diseño se calculó del equilibrio del elemento en su altura libre ( $H$ ), suponiendo que en sus extremos actúan momentos flexionantes del mismo sentido, numéricamente iguales a los momentos que representan una aproximación a la resistencia real a flexión de esas secciones, con factor de reducción por resistencia igual a uno (fig. A.1b, ec. A.1). Los momentos flexionantes ( $M_{col}$ ) empleados en el cálculo de la fuerza cortante de diseño se determinaron a partir de los diagramas de interacción de cada elemento, identificando el momento flexionante asociado a la carga axial de diseño ( $P_{Diseño}$ ), es decir, se emplea la carga axial de diseño que conduce al mayor momento flexionante resistente (figura A.1a).



a) Carga axial máxima permisible y procedimiento para el cálculo de momentos flexionantes para la estimación de la fuerza cortante de diseño en columnas

b) Fuerza cortante de diseño en columnas

Figura A.1. Criterio de diseño por capacidad para determinar la fuerza cortante de diseño en columnas (Godínez y Tena 2011).

$$V_{Diseño} = \frac{2M_{col}}{H}$$

Ecuación A.1

En el criterio mostrado en la figura A.1b (ec. A.1), se considera que se desarrollan articulaciones plásticas simultaneas en ambos extremos de la columna, lo cual puede resultar excesivamente conservador, especialmente cuando las columnas se consideran más fuertes que las vigas (Moehle, 2014).

## A.2. Criterio propuesto por Park y Paulay (1978)

Park y Paulay (1978) indican que, dada la naturaleza frágil de las fallas por cortante, es necesario brindar suficiente protección contra este tipo de falla en columnas. Con el fin de ser coherentes con el diseño por capacidad, se tendría que considerar el desarrollo simultáneo de articulaciones plásticas en ambos extremos de la columna (como se indica en el criterio mostrado en la figura A.1b). Sin embargo, ellos indican que sería irrazonable determinar la fuerza cortante de diseño en columnas considerando momentos flexionantes completos en ambos extremos, ya que comúnmente el momento en un extremo es mucho menor. Por lo tanto, sugieren el empleo de la ec. A.2 para determinar la fuerza cortante de diseño en columnas.

$$V_{Diseño} = \frac{1.5M_{max}}{\alpha H}$$

Ecuación A.2

En la ec. A.2,  $M_{max}$  es la resistencia a flexión asociada a la carga axial que produce la máxima resistencia a flexión de la columna,  $H$  es la altura libre de la columna y  $\alpha$  es un factor de reducción de capacidad por cortante, el cual tiene un valor de 0.85.

### A.3. Variante del criterio propuesto por Moehle (2014)

Como lo comenta Moehle (2014), una alternativa para calcular la fuerza cortante de diseño radica en el uso de análisis dinámicos no lineales considerando múltiples movientes del suelo, y seleccionar el cortante de diseño con una evaluación estadística de los resultados. Cuando esto no es factible, el cortante de diseño puede estimarse con base en los resultados de análisis espectrales lineales. Sin embargo, la fuerza cortante calculada a partir de análisis lineales requiere ajustes que tomen en cuenta los efectos que anticipen la respuesta no lineal de los marcos de los edificios (Visnjic *et al*, 2014). Estos efectos son la sobrerresistencia de la estructura y la respuesta dinámica.

Moehle (2014), con base en los estudios realizados por Visnjic (2014) y Visnjic *et al.* (2014), propone la ec. A.3 para la obtención de una aproximación más real del cortante que deben tomar las columnas considerando de forma explícita los factores mencionados.

$$V_{Diseño} = \omega \Omega_o V_s$$

*Ecuación A.3*

$$\Omega_o = \frac{M_{b,\Omega}}{M_{b,MRSA}}$$

*Ecuación A.4*

En la ecuación A.3,  $V_s$  es el cortante de la columna, calculado mediante un análisis modal espectral,  $\omega$  es un factor de amplificación dinámica, el cual puede tomarse como 1.3 (similar a lo propuesto en el código de Nueva Zelanda, NZS-06) y,  $\Omega_o$  mide la sobrerresistencia del sistema estructural, y se define conforme a la ec. A.4. En este caso,  $M_{b,\Omega}$  es el momento de volteo resistente del sistema estructural, medido en la base, y  $M_{b,MRSA}$  es el momento de volteo actuante en el sistema estructural, calculado de un análisis modal espectral. El valor de  $M_{b,\Omega}$  puede calcularse realizando análisis estáticos no lineales. Una aproximación simple es  $\Omega_o = \sum M_{pr} / \sum M_{u,MRSA}$ , en donde  $\sum M_{pr}$  es la suma de las capacidades a momento probables de todas las articulaciones plásticas de vigas y columnas al considerar un mecanismo de vigas, y  $\sum M_{u,MRSA}$  es la suma de los momentos calculados a partir de un análisis modal espectral en todas las columnas y vigas en donde se formen articulaciones plásticas para el mismo mecanismo de fluencia. Con la finalidad de evaluar un método práctico, en el que no se requiera de la realización de análisis no lineales y sea de fácil aplicación para los ingenieros de la práctica, en este estudio se emplea (y evalúan los resultados asociados) la propuesta de las NTCC-17 para el cálculo de la sobrerresistencia del sistema estructural, es decir,  $R = \Omega_o$ . Debe notarse que la sobrerresistencia ( $R = \Omega_o$ ) propuesta en las NTCC-17, se basa en los resultados de análisis no lineales y considera la variación de la sobrerresistencia en función

del sistema estructural empleado, así como el efecto de la redundancia estructural, la cual ha mostrado ser relevante en la respuesta sísmica de edificios (Tena-Colunga y Cortés-Benítez 2015, Godínez-Domínguez y Tena-Colunga 2016).

Como lo comenta Moehle (2014), la variación de la rigidez y deformaciones locales pueden afectar el cortante de las columnas. La fuerza axial de compresión se incrementa debido al momento de volteo en algunas columnas y decrece en otras, por lo que existe variación de la rigidez efectiva, lo que afecta la distribución de fuerzas contantes de piso. Por lo tanto, para tomar en cuenta dichos efectos, los autores de referencia recomiendan incrementar el cortante de diseño en diez por ciento en las columnas exteriores de los pisos inferiores, aspecto que se tomó en cuenta en este estudio.

#### A.4. Evaluación de diferentes criterios para el cálculo del cortante de diseño en columnas

A partir de los resultados de los análisis dinámicos no lineales paso a paso, se obtuvieron, para todas las columnas de los diferentes modelos, las historias de cortante en el tiempo asociadas a los distintos acelerogramas. Lo anterior, con el fin de comparar las máximas demandas de fuerza cortante a las que se encuentran sometidas cada una de ellas respecto a las estimaciones realizadas con base en los tres criterios comentados anteriormente. En las figuras A.2 a A.4 se presentan las gráficas de las columnas que tienen las mayores demandas de fuerza cortante, la cual es representativa de todas las demás que guardan la misma ubicación y pertenecen al mismo modelo. En todos los casos, se emplea una línea de color negro para identificar los valores asociados al criterio de las NTCC-17 ( $V_{Diseño}=2M/H$ ), una línea roja para los valores asociados al criterio propuesto por Park y Paulay ( $V_{Diseño}=1.5M/\alpha H$ ) y una línea verde para los valores asociados a la variante del criterio propuesto por Moehle y Visnjic ( $V_{Diseño}=1.3\Omega V_s$ , donde  $\Omega=R$ ).

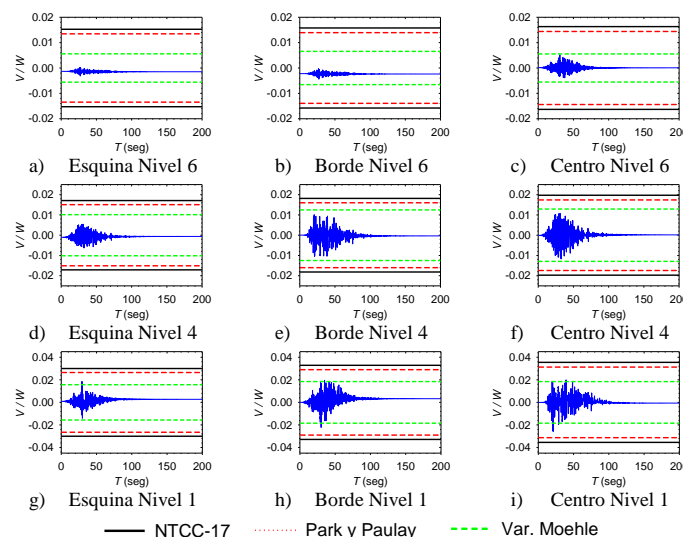


Figura A.2. Historia de cortante para columnas del edificio de seis niveles.

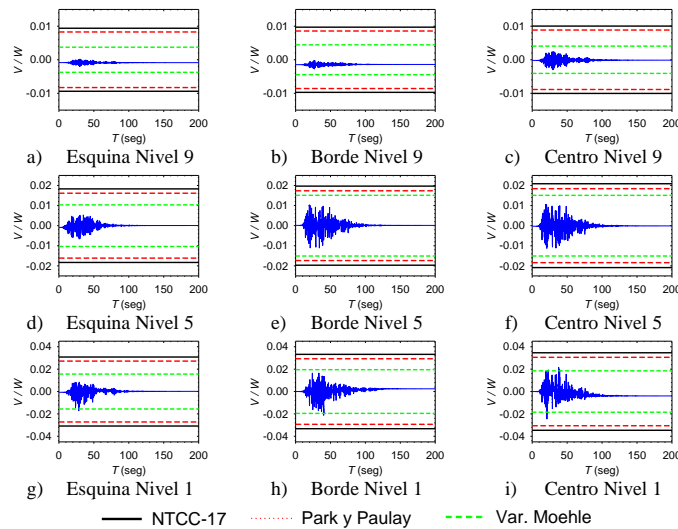


Figura A.3. Historia de cortante para columnas del edificio de nueve niveles.

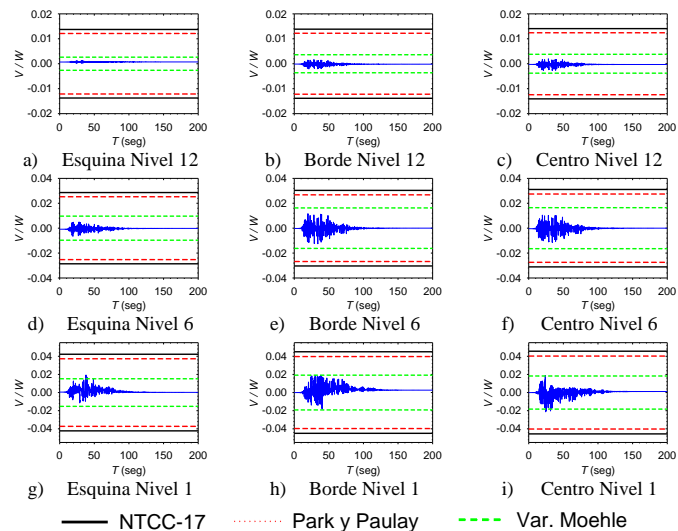


Figura A.4. Historia de cortante para columnas del edificio de 12 niveles.

De las figuras A.2 a A.4, se observa que, en general, los cortantes de diseño obtenidos con los tres criterios estudiados son superiores a los cortantes que se obtienen a partir de los análisis dinámicos no lineales, principalmente en los niveles superiores. Sin embargo, como es normal, los niveles inferiores (primer y segundo nivel) resultan ser los críticos, y por ende, requieren de mayor cuidado en la etapa de diseño, pues como se observa, existen casos en que las demandas de fuerza cortante sobrepasan las estimaciones realizadas, por lo que podría incurrirse en un diseño no conservador en función del criterio seleccionado para el cálculo de la fuerza cortante de diseño.

De forma complementaria, en las figuras A.5 a A.7 se muestran las máximas solicitaciones de fuerza cortante, en los diferentes niveles, que se presentan para las columnas de esquina,

borde y centro, respectivamente. Además, se muestran los resultados que se obtienen con los tres criterios considerados.

De las figuras A.5 a A.7, se observa que el criterio empleado en las NTCC-17 cubre todos los cortantes obtenidos a partir de los análisis dinámicos no lineales (ADNL). Sin embargo, puede llegar a ser demasiado conservador en algunos casos, obteniéndose valores considerablemente mayores al cortante registrado en las columnas durante los ADNL, principalmente en los entrepisos superiores.

Los valores obtenidos con base en el criterio de Park y Paulay (1978), cubren las demandas de fuerza cortante obtenidas a partir de los los ADNL de todos los modelos considerados. En este caso, evidentemente se presentan resultados menos conservadores que el criterio de las NTCC-17.

De las figuras A.5 a A.7 se observa que las estimaciones basadas en la variante del método propuesto por Moehle (2014), brinda resultados adecuados en las columnas de los niveles superiores de todos los modelos. Sin embargo, no ocurre lo mismo con las columnas de planta baja y primer nivel, en donde los cortantes que se presentan durante los ADNL son mayores que las fuerzas cortantes obtenidas. Es importante aclarar nuevamente que, con fines de aplicación práctica, en este criterio se consideró el cálculo de la sobrerresistencia del sistema estructural con base en la propuesta normativa de las NTCC-17. Es posible que por esto, el incremento del cortante de diseño en 10%, considerado por los autores de referencia en las columnas de los niveles inferiores, no sea suficiente. Sin embargo, con base en los resultados obtenidos, podría considerarse factores de amplificación de 1.70 y 1.35 para las columnas de planta baja y primer nivel, respectivamente.

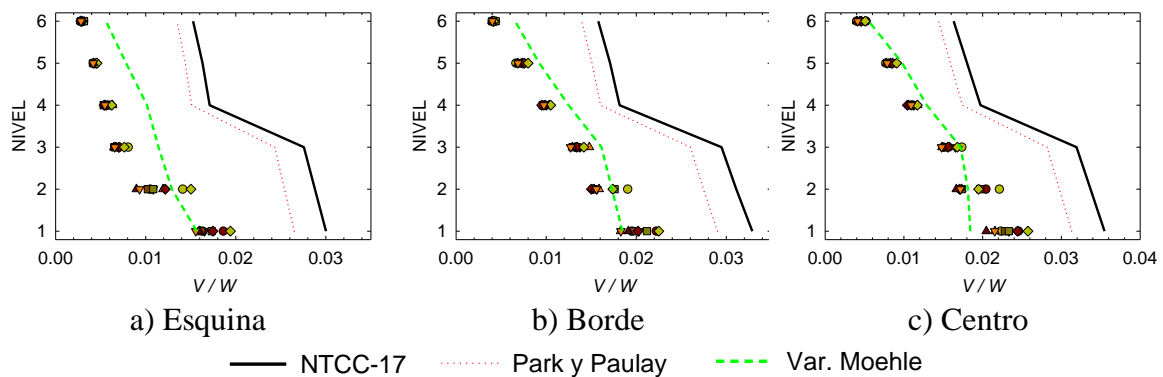


Figura A.5. Comparación del cortante de diseño en columnas y las máximas solicitaciones que se presentan durante los ADNL para el modelo 6NQ4.

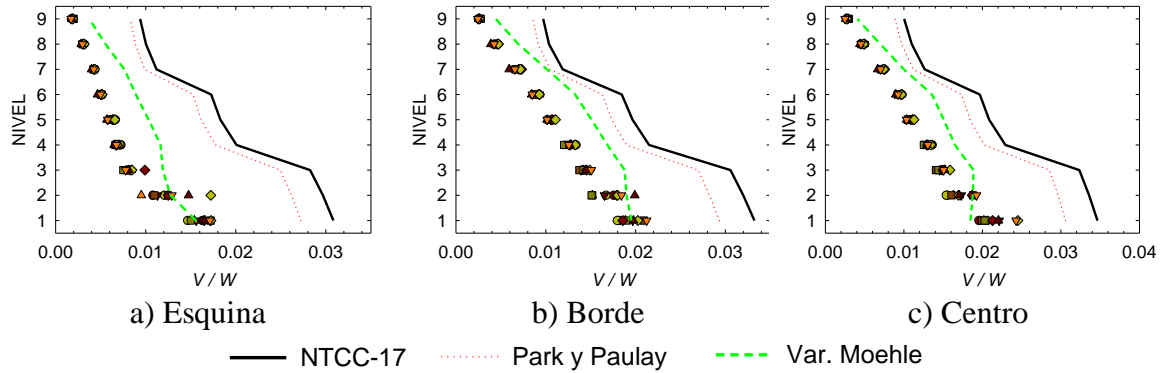


Figura A.6. Comparación del cortante de diseño en columnas y las máximas solicitaciones que se presentan durante los ADNL para el modelo 9NQ4.

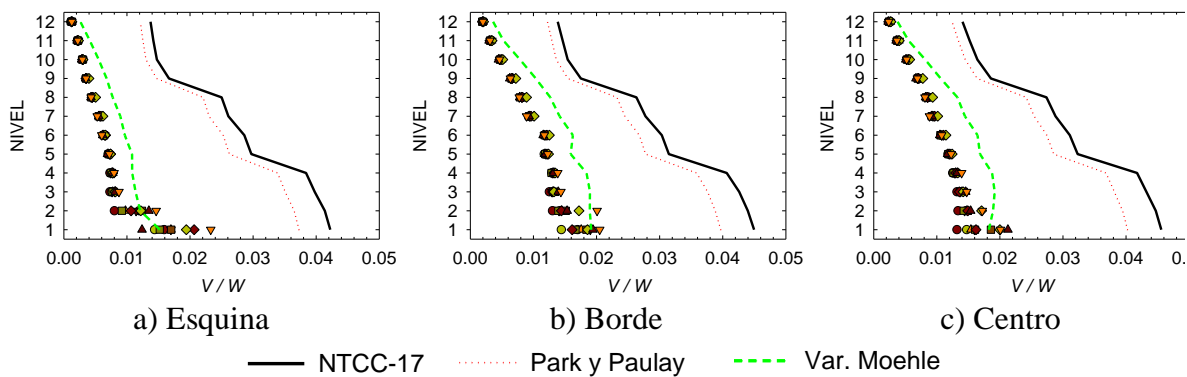


Figura A.7. Comparación del cortante de diseño en columnas y las máximas solicitaciones que se presentan durante los ADNL para el modelo 12NQ4.

Como lo comenta Moehle (2014), es importante hacer notar que, el agrietamiento por flexión de las vigas da como resultado su elongación, empujando las columnas hacia afuera. Esto puede tener como consecuencia un incremento considerable de la fuerza cortante de las columnas de planta baja si la base del edificio cuenta con restricciones efectivas contra la expansión lateral. Por tal razón, en algunos códigos de diseño (por ejemplo, NZS-06) se recomienda que dicho efecto se tome cuenta diseñando las columnas de planta baja considerando un cortante asociado a la formación de articulaciones plásticas simultáneas en ambos extremos (criterio de las NTCC-17). Sin embargo, como se muestra en este estudio y en otros (Visnjic *et al.* 2014), dicho procedimiento puede ser conservador.

### A.5. Comentarios

Se presentó un estudio en que se comparan diferentes criterios para la obtención del cortante de diseño de columnas de concreto reforzado que pertenecen a edificios dúctiles ( $Q=4$ ). Los criterios considerados son: a) el estipulado en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto 2017; en el cual se supone que en los extremos de columnas actúan momentos flexionantes del mismo sentido, que representan una aproximación a la resistencia real a flexión, con factor de resistencia igual a uno, dividido

entre su altura ( $V_{Diseño}=2M/H$ ), 2) el recomendado por Park y Paulay (1978), en donde se considera que el cortante puede calcularse considerando que en un extremo se desarrolla toda la capacidad a flexión y en el otro únicamente un fracción de la misma ( $V_{Diseño}=1.5M/\alpha H$ ), y c) una variante del método propuesto por Moehle (2014), en el que se considera que el cortante de diseño en columnas puede calcularse como 1.3 veces el producto del cortante de la columna, calculado a partir de un análisis modal espectral, por un factor que considera la sobrerresistencia del sistema estructural ( $V_{Diseño}=1.3RV_s$ ).

De los resultados expuestos se pueden hacer los siguientes comentarios y conclusiones:

- a) El método recomendado en las NTCC-17 cubre todas las demandas de fuerzas cortantes en las columnas que se obtienen de los ADNL. Sin embargo, en varios casos pueden obtenerse resultados demasiado conservadores, llegando a obtenerse valores diez veces mayores a los que se estiman mediante los ADNL.
- b) La variante del criterio basado en las recomendaciones realizadas por Moehle (2014), representan de manera bastante adecuada las solicitaciones en las columnas de los niveles superiores de todos los modelos que se estudiaron. Sin embargo, si se considera la sobrerresistencia del sistema estructural de forma simplificada, como se propone en este estudio (con base en la propuesta de las NTCC-17), deben considerarse factores de amplificación para la estimación de las demandas de fuerza cortante de diseño en los niveles inferiores (de suma importancia para no comprometer la estabilidad general del sistema estructural). Para los modelos en estudio, podrían considerarse factores de amplificación de 1.70 y 1.35 para las columnas de planta baja y primer nivel, respectivamente. Evidentemente, una generalización de estos factores requiere del estudio de un mayor número de modelos.
- c) Los valores calculados con base en el criterio de Park y Paulay (1978) cubren las demandas de cortante de las columnas de los edificios en estudio, y brinda resultados ligeramente menos conservadores que al considerar el criterio de las NTCC-17.
- d) Con base a los resultados de este estudio (para los modelos en consideración), es posible concluir que el diseño por cortante de columnas de los niveles superiores que pertenecen a sistemas dúctiles puede basarse en criterios menos conservadores que el estipulado en las NTCC-17. Para tal fin, puede emplearse, de manera práctica, la variante propuesta en este artículo del método desarrollado por Moehle (2014) y Visnjic (2014), o siendo más conservadores, pero menos que al emplear el criterio de las NTCC-17, el método propuesto por Park y Paulay (1978). Para las columnas de planta baja y primer nivel, es ampliamente recomendable que el diseño por cortante se base en criterios de diseño por capacidad, como se especifica en las NTCC-17; sin embargo, un método menos conservador, como el propuesto por Park y Paulay (1978) puede brindar resultados adecuados.



- e) Evidentemente, dada la importancia del adecuado comportamiento de las columnas de un sistema estructural ante solicitaciones extremas, es necesario realizar estudios adicionales mucho más extensos y detallados para determinar si es conveniente el uso de métodos alternos a los actualmente estipulados en las NTCC-17 para el diseño por cortante en columnas pertenecientes a edificios dúctiles de concreto reforzado. Asimismo, valdría la pena considerar expresiones alternas basadas en estudios detallados, sustentados en análisis estáticos y dinámicos no lineales, para el cálculo de sobrerresistencias en los diferentes sistemas estructurales, tal y como se especifica en el Manual de Obras Civiles (MOC-15).